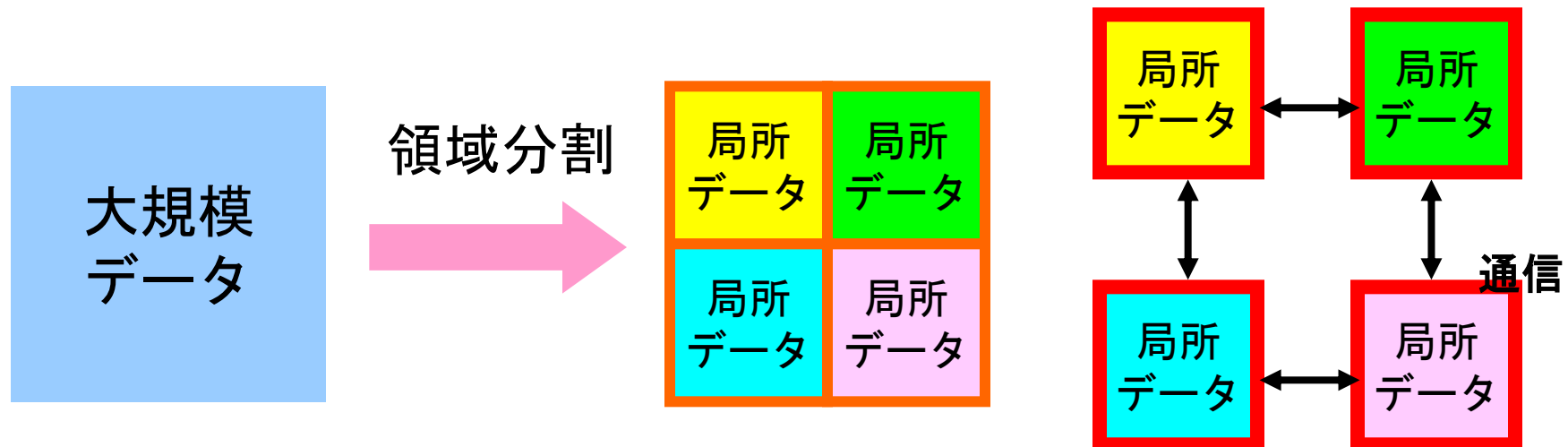


# MPIによる並列アプリケーション 開発法入門(3) 局所分散データ構造・領域分割

中島研吾、伊東 聰、大島聡史  
東京大学情報基盤センター

# 領域分割とは？

- 1GB程度のPC →  $10^6$ メッシュが限界：FEM
  - 1000km × 1000km × 100kmの領域(西南日本)を1kmメッシュで切ると $10^8$ メッシュになる
- 大規模データ → 領域分割, 局所データ並列処理
- 全体系計算 → 領域間の通信が必要

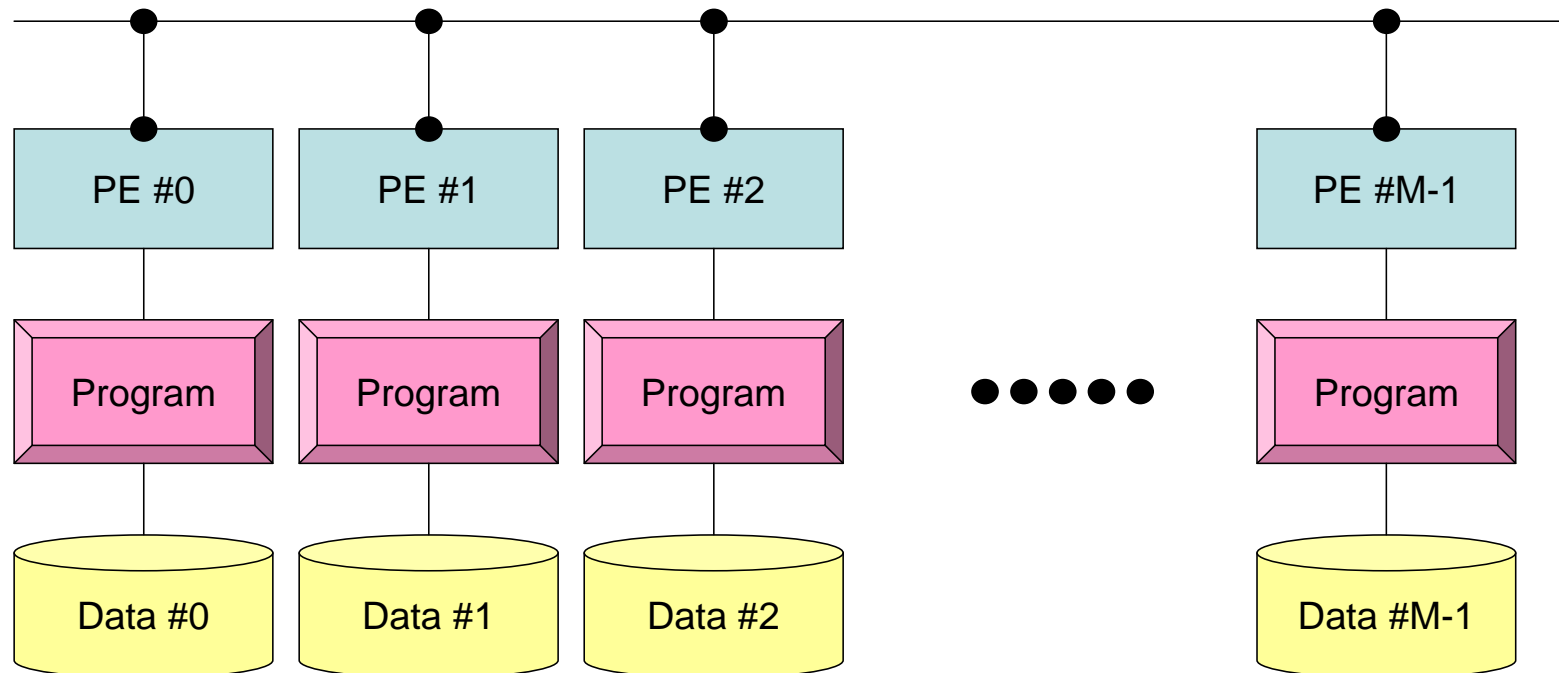


- データ構造とアルゴリズム：局所分散データ
- 有限体積法（FVM）における並列計算と局所分散データ構造の考え方
- 領域分割手法について
- eps\_fvmにおける領域分割機能：eps\_fvm\_part
- eps\_fvm「並列化」に向けて

- データ構造とアルゴリズム：局所分散データ
- **有限体積法（FVM）における並列計算と局所分散データ構造の考え方**
- 領域分割手法について
- eps\_fvmにおける領域分割機能：eps\_fvm\_part
- eps\_fvm「並列化」に向けて

# (並列)局所分散データ構造

- アプリケーションの「並列化」にあたって重要なのは、適切な局所分散データ構造の設計である。
- 有限体積法, 共役勾配法によるアプリケーションを, MPI によるSPMDパラダイムによって並列化するためのデータ構造...を考える ⇒ 内積ほど容易ではなからう



# 有限体積法による空間離散化

## 熱流束に関するつりあい式

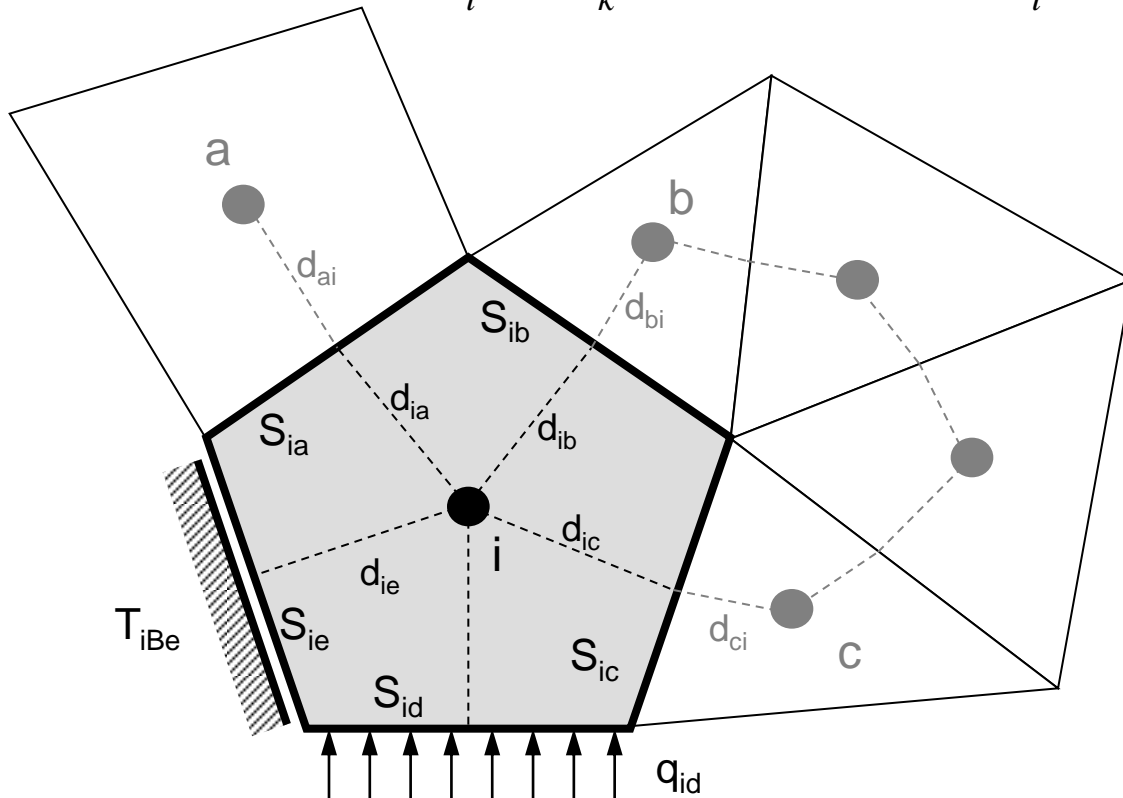
隣接要素との熱伝導

温度固定境界

$$\sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} (T_k - T_i) + \sum_e \frac{S_{ie}}{d_{ie}} (T_{iBe} - T_i) + \sum_d S_{id} \dot{q}_{id} + V_i \dot{Q}_i = 0$$

要素境界面  
通過熱流束

体積発熱



$\lambda$  : 熱伝導率

$V_i$  : 要素体積

$S$  : 表面面積

$d_{ij}$  : 要素中心から表面までの距離

$q$  : 表面フラックス

$Q$  : 体積発熱

$T_{iB}$  : 境界温度

# 並列計算を実施する場合には？

計算領域全体

<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>
<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>

# 並列計算を実施する場合には？

計算領域を3つに分けると？

<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>
<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>



# 3領域に分割

**#PE2**

<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>
<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>

**#PE1**

<u>24</u>	<u>25</u>
<u>19</u>	<u>20</u>
<u>14</u>	<u>15</u>
<u>9</u>	<u>10</u>

**#PE0**

<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>		
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>

# 有限体積法：隣接メッシュの情報が必要

## 熱流束に関するつりあい式

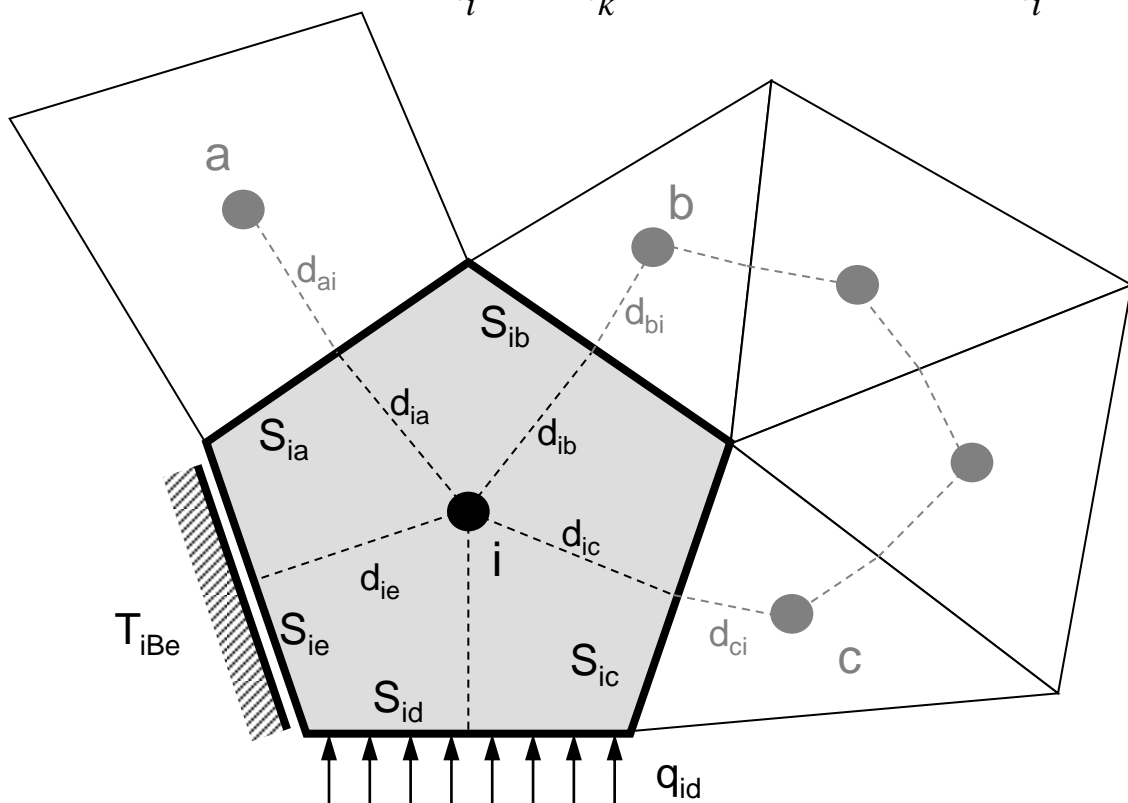
隣接要素との熱伝導

温度固定境界

$$\sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} (T_k - T_i) + \sum_e \frac{S_{ie}}{d_{ie}} (T_{iBe} - T_i) + \sum_d S_{id} \dot{q}_{id} + V_i \dot{Q}_i = 0$$

要素境界面  
通過熱流束

体積発熱



$\lambda$  : 熱伝導率

$V_i$  : 要素体積

$S$  : 表面面積

$d_{ij}$  : 要素中心から表面までの距離

$q$  : 表面フラックス

$Q$  : 体積発熱

$T_{iB}$  : 境界温度

# #PE2 オーバーラップ領域のデータ必要

<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	

<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>
<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>
<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
	<u>4</u>	<u>5</u>

**#PE0**

<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>		
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>

**#PE1**

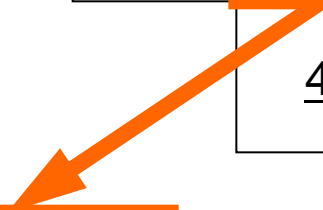
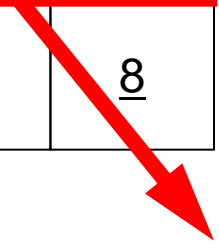
# #PE2 オーバーラップ領域のデータ: 通信

<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	

<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>
<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>
<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
	<u>4</u>	<u>5</u>

#PE0

<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>		
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>



# #PE2 オーバーラップ領域のデータ: 通信

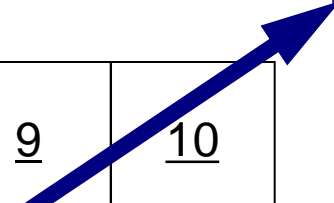
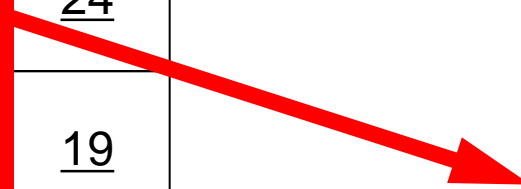
21	22	23	24
16	17	18	19
11	12	13	14
6	7	8	

23	24	25
18	19	20
13	14	15
8	9	10
	4	5

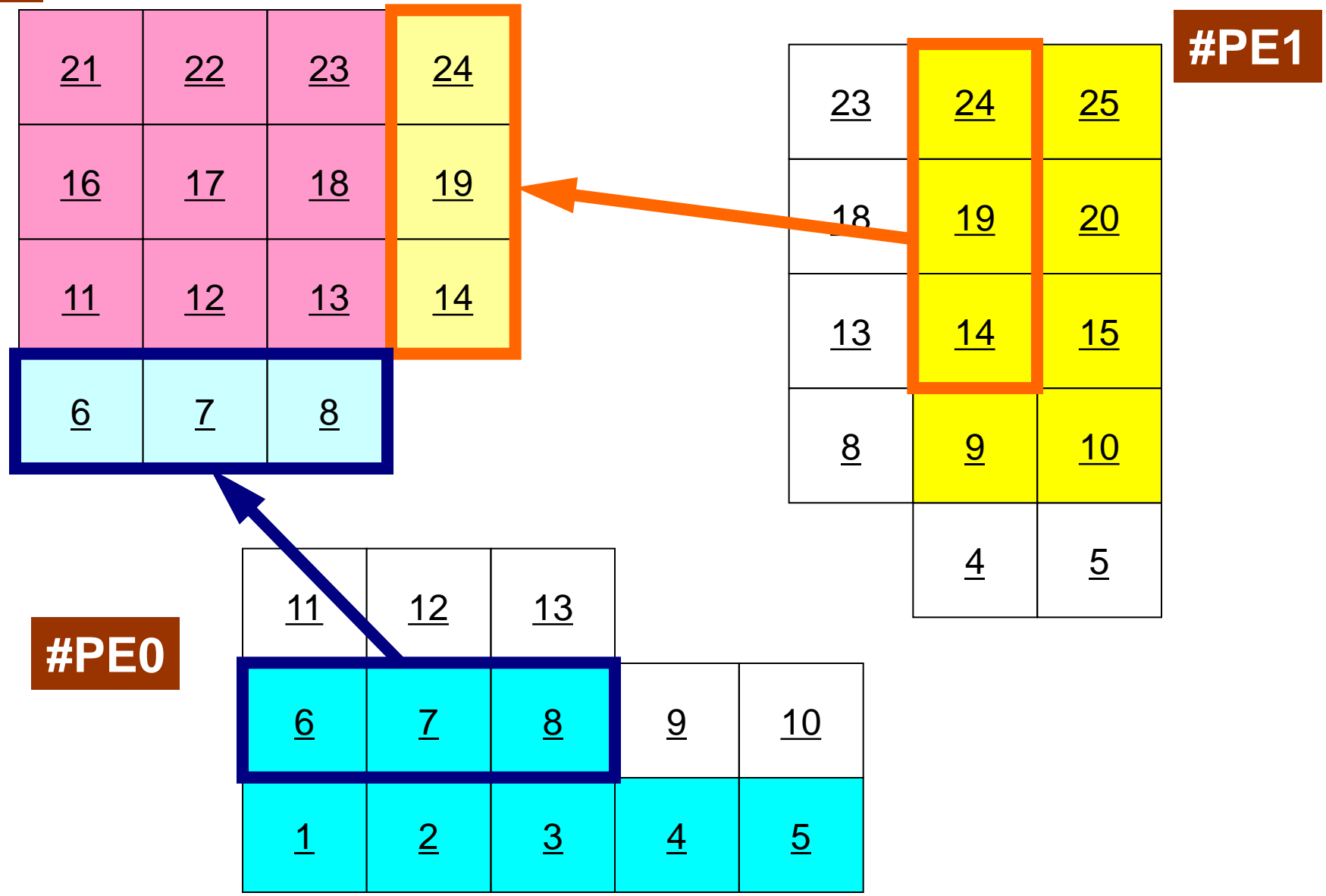
#PE1

#PE0

11	12	13		
6	7	8	9	10
1	2	3	4	5



# #PE2 オーバーラップ領域のデータ: 通信



# eps\_fvmの処理

```
program eps_fvm
use eps_fvm_all

implicit REAL*8 (A-H,O-Z)
```

```
call eps_fvm_input_grid
call poi_gen
call eps_fvm_solver
call output_ucd
```

```
end program eps_fvm
```

メッシュ読み込み (#S-GRID)

マトリクス生成

線形ソルバー

AVS用結果ファイル書き出し (S-GRID-R-UCD)

# オーバーラップ付きの 局所分散データ構造であれば

- 「マトリクス生成」の部分は容易に並列化可能
  - 幾何学的情報のみで生成できる
- 「線形ソルバー(共役勾配法)」の部分も並列化は可能であろう(通信は伴う)
  - 隣接領域のみとの「一対一」通信



# 有限体積法（FVM）における処理の特徴

- 計算にあたっては，隣接した要素の情報のみが必要.
- 局所的な処理が可能.
- したがって並列計算には適した手法である.

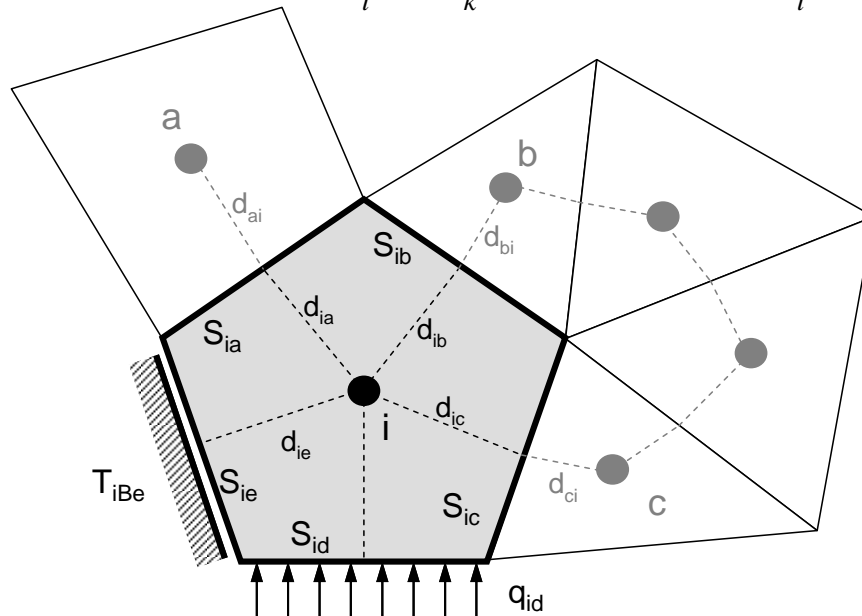
隣接要素との熱伝導

温度固定境界

$$\sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} (T_k - T_i) + \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} (T_{iBe} - T_i) + \sum_d S_{id} \dot{q}_{id} + V_i \dot{Q}_i = 0$$

要素境界面  
通過熱流束

体積発熱



- $\lambda$  : 熱伝導率
- $V_i$  : 要素体積
- $S$  : 表面面積
- $d_{ij}$  : 要素中心から表面までの距離
- $q$  : 表面フラックス
- $Q$  : 体積発熱
- $T_{iB}$  : 境界温度

# 前処理付き共役勾配法

## Preconditioned Conjugate Gradient Method (CG)

```
Compute  $r^{(0)} = b - [A]x^{(0)}$ 
for  $i = 1, 2, \dots$ 
  solve  $[M]z^{(i-1)} = r^{(i-1)}$ 
   $\rho_{i-1} = r^{(i-1)} z^{(i-1)}$ 
  if  $i = 1$ 
     $p^{(1)} = z^{(0)}$ 
  else
     $\beta_{i-1} = \rho_{i-1} / \rho_{i-2}$ 
     $p^{(i)} = z^{(i-1)} + \beta_{i-1} p^{(i-1)}$ 
  endif
   $q^{(i)} = [A]p^{(i)}$ 
   $\alpha_i = \rho_{i-1} / p^{(i)} q^{(i)}$ 
   $x^{(i)} = x^{(i-1)} + \alpha_i p^{(i)}$ 
   $r^{(i)} = r^{(i-1)} - \alpha_i q^{(i)}$ 
  check convergence  $|r|$ 
end
```

- 行列ベクトル積
- ベクトル内積
- ベクトル定数倍の加減
- 前処理(対角スケーリング)

$x^{(i)}$  : ベクトル

$\alpha_i$  : スカラー

# 前処理付き共役勾配法

## Preconditioned Conjugate Gradient Method (CG)

```

Compute  $\mathbf{r}^{(0)} = \mathbf{b} - [\mathbf{A}]\mathbf{x}^{(0)}$ 
for i= 1, 2, ...
  solve  $[\mathbf{M}]\mathbf{z}^{(i-1)} = \mathbf{r}^{(i-1)}$ 
   $\rho_{i-1} = \mathbf{r}^{(i-1)} \cdot \mathbf{z}^{(i-1)}$ 
  if i=1
     $\mathbf{p}^{(1)} = \mathbf{z}^{(0)}$ 
  else
     $\beta_{i-1} = \rho_{i-1} / \rho_{i-2}$ 
     $\mathbf{p}^{(i)} = \mathbf{z}^{(i-1)} + \beta_{i-1} \mathbf{p}^{(i-1)}$ 
  endif
   $\mathbf{q}^{(i)} = [\mathbf{A}]\mathbf{p}^{(i)}$ 
   $\alpha_i = \rho_{i-1} / \mathbf{p}^{(i)} \cdot \mathbf{q}^{(i)}$ 
   $\mathbf{x}^{(i)} = \mathbf{x}^{(i-1)} + \alpha_i \mathbf{p}^{(i)}$ 
   $\mathbf{r}^{(i)} = \mathbf{r}^{(i-1)} - \alpha_i \mathbf{q}^{(i)}$ 
  check convergence |r|
end

```

- 行列ベクトル積
- ベクトル内積
- ベクトル定数倍の加減
- 前処理(対角スケーリング)

```

do i= 1, N
  Y(i) = D(i)*X(i)
  do j= INDEX(i-1)+1, INDEX(i)
    Y(i) = Y(i) + AMAT(j)*X(ITEM(j))
  enddo
enddo

```

右辺の  $\mathbf{x}(\text{ITEM}(i))$  が「オーバーラップ」領域に所属する可能性がある:通信発生

# #PE2 オーバーラップ領域のデータ必要

<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	

<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>
<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>
<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
	<u>4</u>	<u>5</u>

#PE0

<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>		
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>

#PE1

# 前処理付き共役勾配法

## Preconditioned Conjugate Gradient Method (CG)

```

Compute  $r^{(0)} = b - [A]x^{(0)}$ 
for  $i = 1, 2, \dots$ 
  solve  $[M]z^{(i-1)} = r^{(i-1)}$ 
   $\rho_{i-1} = r^{(i-1)} \cdot z^{(i-1)}$ 
  if  $i = 1$ 
     $p^{(1)} = z^{(0)}$ 
  else
     $\beta_{i-1} = \rho_{i-1} / \rho_{i-2}$ 
     $p^{(i)} = z^{(i-1)} + \beta_{i-1} p^{(i-1)}$ 
  endif
   $q^{(i)} = [A]p^{(i)}$ 
   $\alpha_i = \rho_{i-1} / p^{(i)} \cdot q^{(i)}$ 
   $x^{(i)} = x^{(i-1)} + \alpha_i p^{(i)}$ 
   $r^{(i)} = r^{(i-1)} - \alpha_i q^{(i)}$ 
  check convergence  $|r|$ 
end

```

- 行列ベクトル積
- ベクトル内積
- ベクトル定数倍の加減
- 前処理(対角スケーリング)

```

DOTP= 0.d0
do i= 1, N
  DOTP= DOTP + X(i)*Y(i)
enddo

```

全体領域で内積を求める必要がある:  
通信発生

# 前処理付き共役勾配法

## Preconditioned Conjugate Gradient Method (CG)

```

Compute  $\mathbf{r}^{(0)} = \mathbf{b} - [\mathbf{A}]\mathbf{x}^{(0)}$ 
for i= 1, 2, ...
  solve  $[\mathbf{M}]\mathbf{z}^{(i-1)} = \mathbf{r}^{(i-1)}$ 
   $\rho_{i-1} = \mathbf{r}^{(i-1)} \cdot \mathbf{z}^{(i-1)}$ 
  if i=1
     $\mathbf{p}^{(1)} = \mathbf{z}^{(0)}$ 
  else
     $\beta_{i-1} = \rho_{i-1} / \rho_{i-2}$ 
     $\mathbf{p}^{(i)} = \mathbf{z}^{(i-1)} + \beta_{i-1} \mathbf{p}^{(i-1)}$ 
  endif
   $\mathbf{q}^{(i)} = [\mathbf{A}]\mathbf{p}^{(i)}$ 
   $\alpha_i = \rho_{i-1} / \mathbf{p}^{(i)} \cdot \mathbf{q}^{(i)}$ 
   $\mathbf{x}^{(i)} = \mathbf{x}^{(i-1)} + \alpha_i \mathbf{p}^{(i)}$ 
   $\mathbf{r}^{(i)} = \mathbf{r}^{(i-1)} - \alpha_i \mathbf{q}^{(i)}$ 
  check convergence |r|
end

```

- 行列ベクトル積
- ベクトル内積
- ベクトル定数倍の加減
- 前処理(対角スケーリング)

```

do i= 1, N
   $\mathbf{z}(i) = \text{ALPHA} * \mathbf{X}(i) + \mathbf{Y}(i)$ 
enddo

```

領域内で計算が可能: 通信不要

# 前処理付き共役勾配法

## Preconditioned Conjugate Gradient Method (CG)

```

Compute  $r^{(0)} = b - [A]x^{(0)}$ 
for  $i = 1, 2, \dots$ 
  solve  $[M]z^{(i-1)} = r^{(i-1)}$ 
   $\rho_{i-1} = r^{(i-1)} \cdot z^{(i-1)}$ 
  if  $i = 1$ 
     $p^{(1)} = z^{(0)}$ 
  else
     $\beta_{i-1} = \rho_{i-1} / \rho_{i-2}$ 
     $p^{(i)} = z^{(i-1)} + \beta_{i-1} p^{(i-1)}$ 
  endif
   $q^{(i)} = [A]p^{(i)}$ 
   $\alpha_i = \rho_{i-1} / p^{(i)} \cdot q^{(i)}$ 
   $x^{(i)} = x^{(i-1)} + \alpha_i p^{(i)}$ 
   $r^{(i)} = r^{(i-1)} - \alpha_i q^{(i)}$ 
  check convergence  $|r|$ 
end

```

- 行列ベクトル積
- ベクトル内積
- ベクトル定数倍の加減
- 前処理(対角スケーリング)

```

do  $i = 1, N$ 
   $Y(i) = X(i) / D(i)$ 
enddo

```

領域内で計算が可能: 通信不要  
(前処理手法に依存するが)

# 前処理付き共役勾配法

## Preconditioned Conjugate Gradient Method (CG)

```

Compute  $\mathbf{r}^{(0)} = \mathbf{b} - [\mathbf{A}]\mathbf{x}^{(0)}$ 
for i= 1, 2, ...
  solve  $[\mathbf{M}]\mathbf{z}^{(i-1)} = \mathbf{r}^{(i-1)}$ 
   $\rho_{i-1} = \mathbf{r}^{(i-1)} \mathbf{z}^{(i-1)}$ 
  if i=1
     $\mathbf{p}^{(1)} = \mathbf{z}^{(0)}$ 
  else
     $\beta_{i-1} = \rho_{i-1} / \rho_{i-2}$ 
     $\mathbf{p}^{(i)} = \mathbf{z}^{(i-1)} + \beta_{i-1} \mathbf{p}^{(i-1)}$ 
  endif
   $\mathbf{q}^{(i)} = [\mathbf{A}]\mathbf{p}^{(i)}$ 
   $\alpha_i = \rho_{i-1} / \mathbf{p}^{(i)} \mathbf{q}^{(i)}$ 
   $\mathbf{x}^{(i)} = \mathbf{x}^{(i-1)} + \alpha_i \mathbf{p}^{(i)}$ 
   $\mathbf{r}^{(i)} = \mathbf{r}^{(i-1)} - \alpha_i \mathbf{q}^{(i)}$ 
  check convergence  $|\mathbf{r}|$ 
end

```

並列計算, 領域間通信が必要な処理

- 行列ベクトル積
- 内積



# 共役勾配法の「並列化」(1/2)

- 行列ベクトル積
  - オーバーラップ領域データの交換を実施して、ベクトル値の最新値を得ておく。

```
!C  
!C-- {q} = [A]{p}
```

```
exchange W(i,P)
```

```
do i = 1, N  
  W(i,Q) = DIAG(i)*W(i,P)  
  do j = INDEX(i-1)+1, INDEX(i)  
    W(i,Q) = W(i,Q) + AMAT(j)*W(ITEM(j),P)  
  enddo  
enddo
```

# 共役勾配法の「並列化」(2/2)

- 内積
  - MPI\_ALLREDUCE

```
!C
!C +-----+
!C | RHO= {r}{z} |
!C +-----+
!C===
      RHO= 0.d0

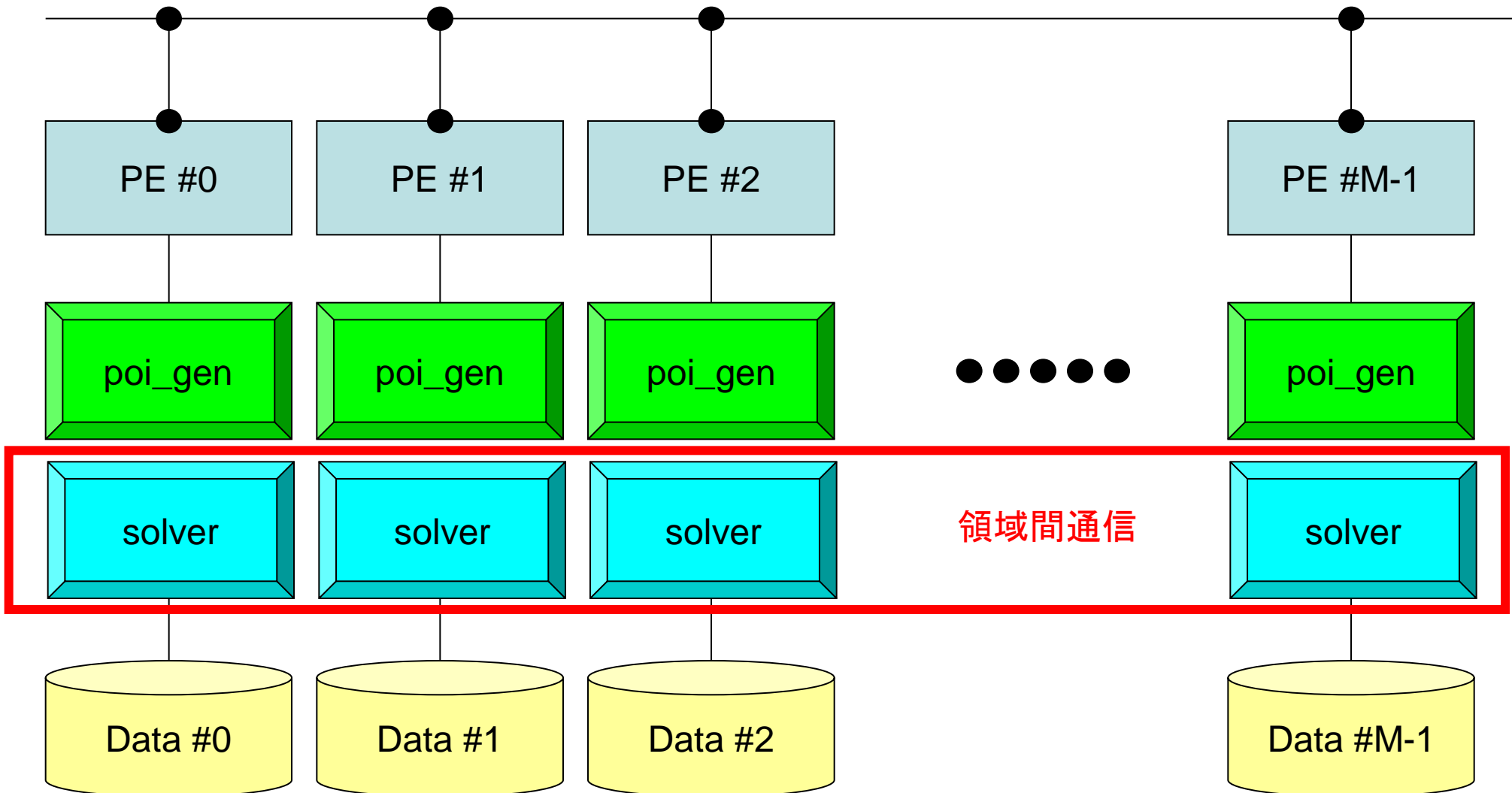
      do i= 1, N
        RHO= RHO + W(i,R)*W(i,Z)
      enddo

      allreduce RHO

!C===
```

# eps\_fvm

オーバーラップ付局所分散データ構造によって  
SPMDが実現される



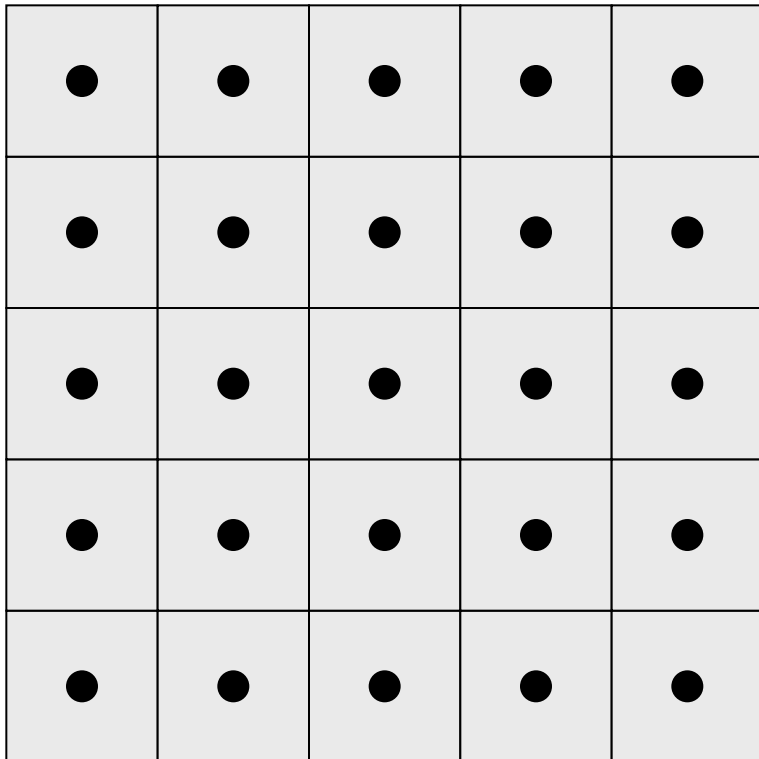
# 局所分散データの概要

- 内点
- 外点: オーバーラップ領域 (袖領域, Haloとも呼ばれる)
- 境界点
  
- 領域間通信テーブル

# 有限体積法

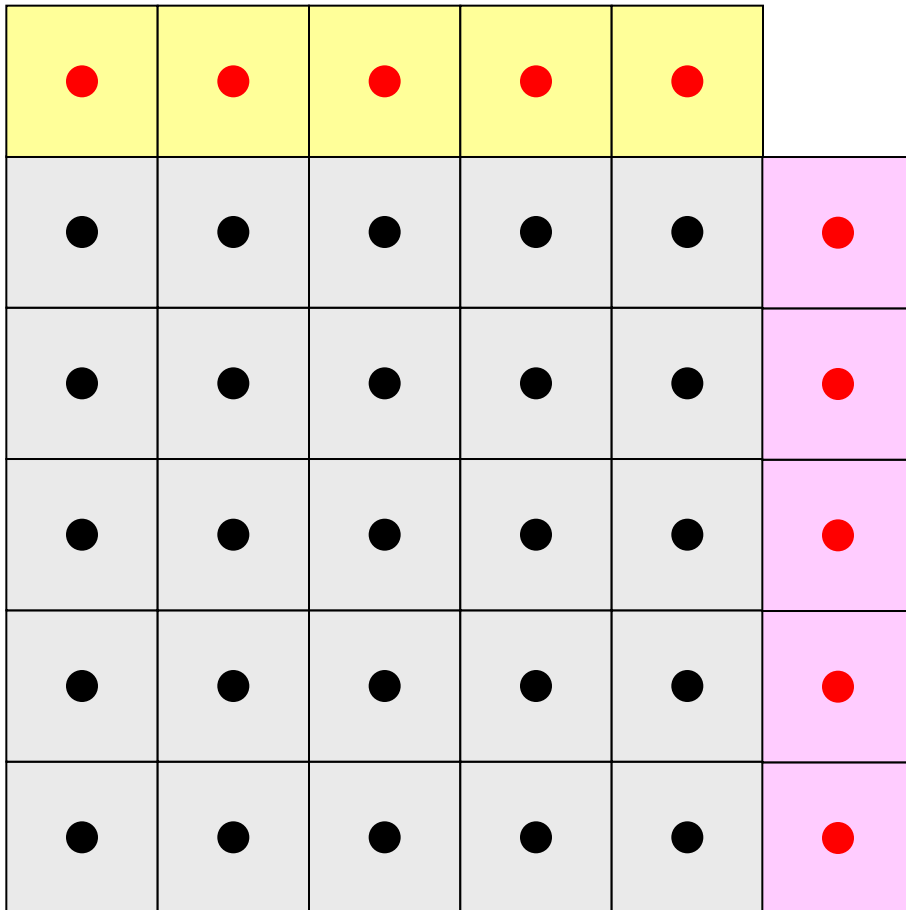
## 各領域に必要な情報(1/4)

内点 (Internal Points)  
その領域にアサインされた要素



# 有限体積法

## 各領域に必要な情報(2/4)



### 内点 (Internal Points)

その領域にアサインされた要素

### 外点 (External Points)

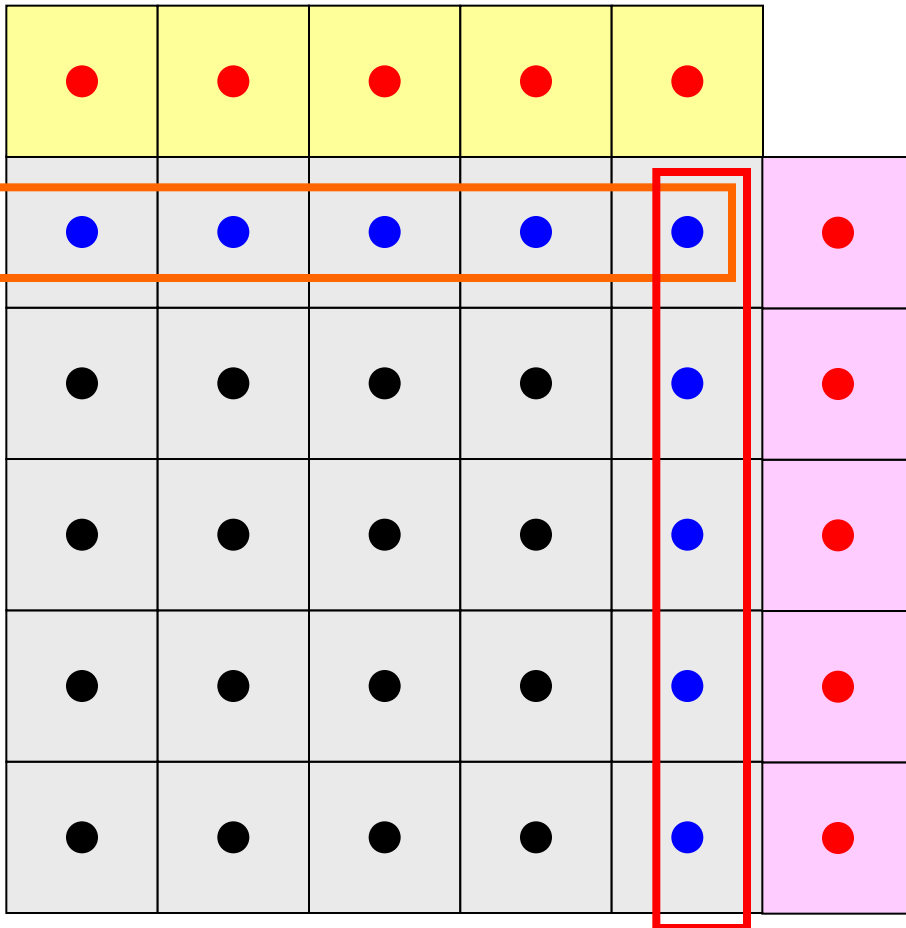
他の領域にアサインされた要素であるがその領域の計算を実施するのに必要な要素  
(オーバーラップ領域の要素)

- ・袖領域
- ・Halo(後光, 光輪, (太陽・月の)暈(かさ), 暈輪(うんりん))



# 有限体積法

## 各領域に必要な情報(4/4)



### 内点 (Internal Points)

その領域にアサインされた要素

### 外点 (External Points)

他の領域にアサインされた要素であるがその領域の計算を実施するのに必要な要素

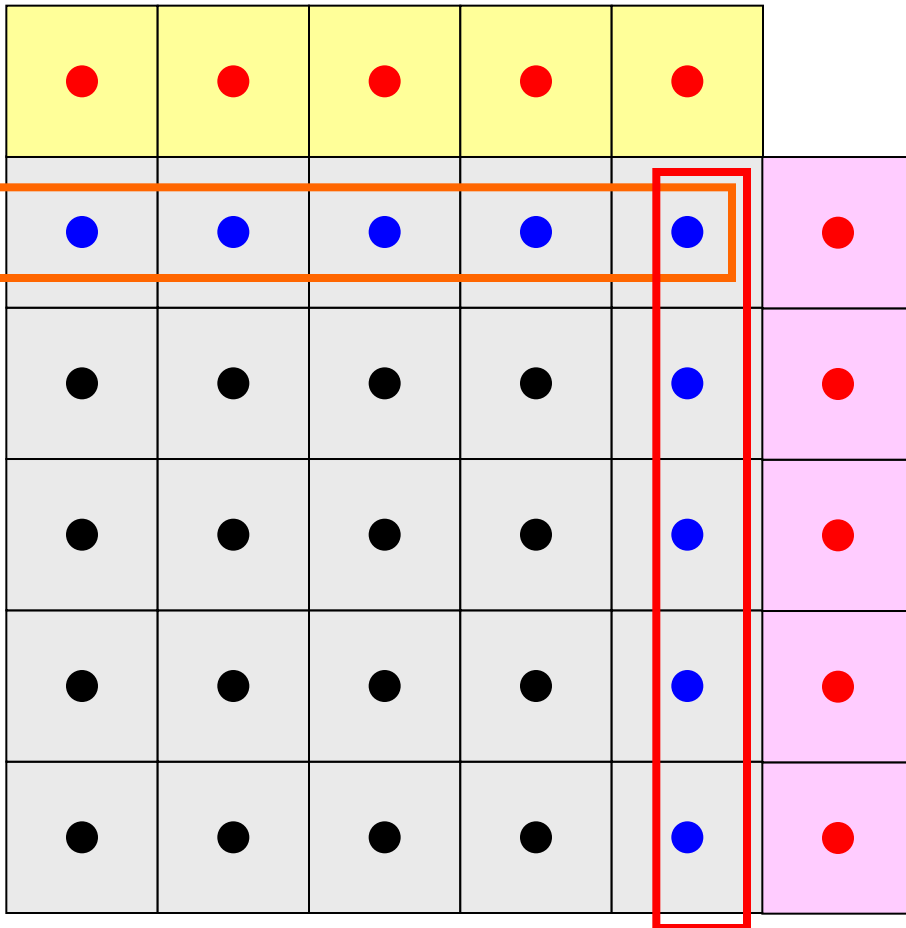
(オーバーラップ領域の要素)

### 境界点 (Boundary Points)

内点のうち、他の領域の外点となっている要素  
他の領域の計算に使用される要素

# 有限体積法

## 各領域に必要な情報(4/4)



### 内点 (Internal Points)

その領域にアサインされた要素

### 外点 (External Points)

他の領域にアサインされた要素であるがその領域の計算を実施するのに必要な要素  
(オーバーラップ領域の要素)

### 境界点 (Boundary Points)

内点のうち、他の領域の外点となっている要素  
他の領域の計算に使用される要素

### 領域間相互の関係

通信テーブル: 外点, 境界点の関係  
隣接領域



# 各領域データ(局所分散データ)仕様

「一般化された通信テーブル」に対応

21	22	23	24	
13	14	15	16	20
9	10	11	12	19
5	6	7	8	18
1	2	3	4	17

- 内点, 外点

- 内点～外点となるように「局所番号」をつける

- 1番から通し番号

- 並列, 単体CPUの区別無いプログラムとすることができる

- 内積のときと同様

# 各領域データ(局所分散データ)仕様

「一般化された通信テーブル」に対応

21	22	23	24	
13	14	15	16	20
9	10	11	12	19
5	6	7	8	18
1	2	3	4	17

- 内点, 外点
  - 内点～外点となるように局所番号をつける
- 隣接領域情報
  - オーバーラップ要素を共有する領域
  - 隣接領域数, 番号
- 外点情報
  - どの領域から, 何個の, どの外点の情報を「受信:import」するか
- 境界点情報
  - 何個の, どの境界点の情報を, どの領域に「送信:export」するか

# 内点

#PE2

<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	

#PE1

<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>
<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>
<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
	<u>4</u>	<u>5</u>

#PE0

<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>		
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>

# 外点

#PE2

<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	

#PE1

<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>
<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>
<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
	<u>4</u>	<u>5</u>

#PE0

<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>		
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>

# 境界点

#PE2

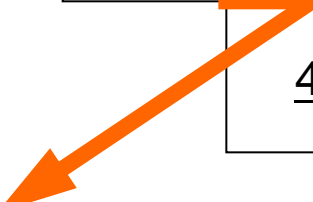
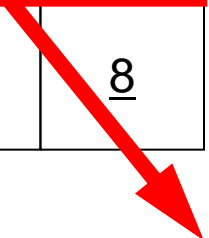
<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	

#PE1

<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>
<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>
<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
	<u>4</u>	<u>5</u>

#PE0

<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>		
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>



# 境界点

#PE2

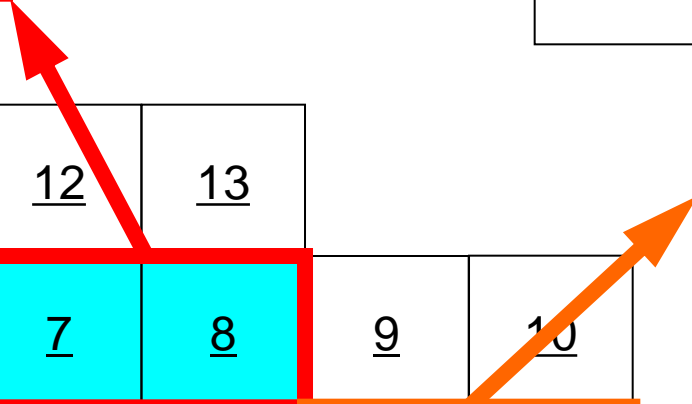
<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	

#PE1

<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>
<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>
<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
	<u>4</u>	<u>5</u>

#PE0

<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>		
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>



# 領域間通信

## 一般化された通信テーブル

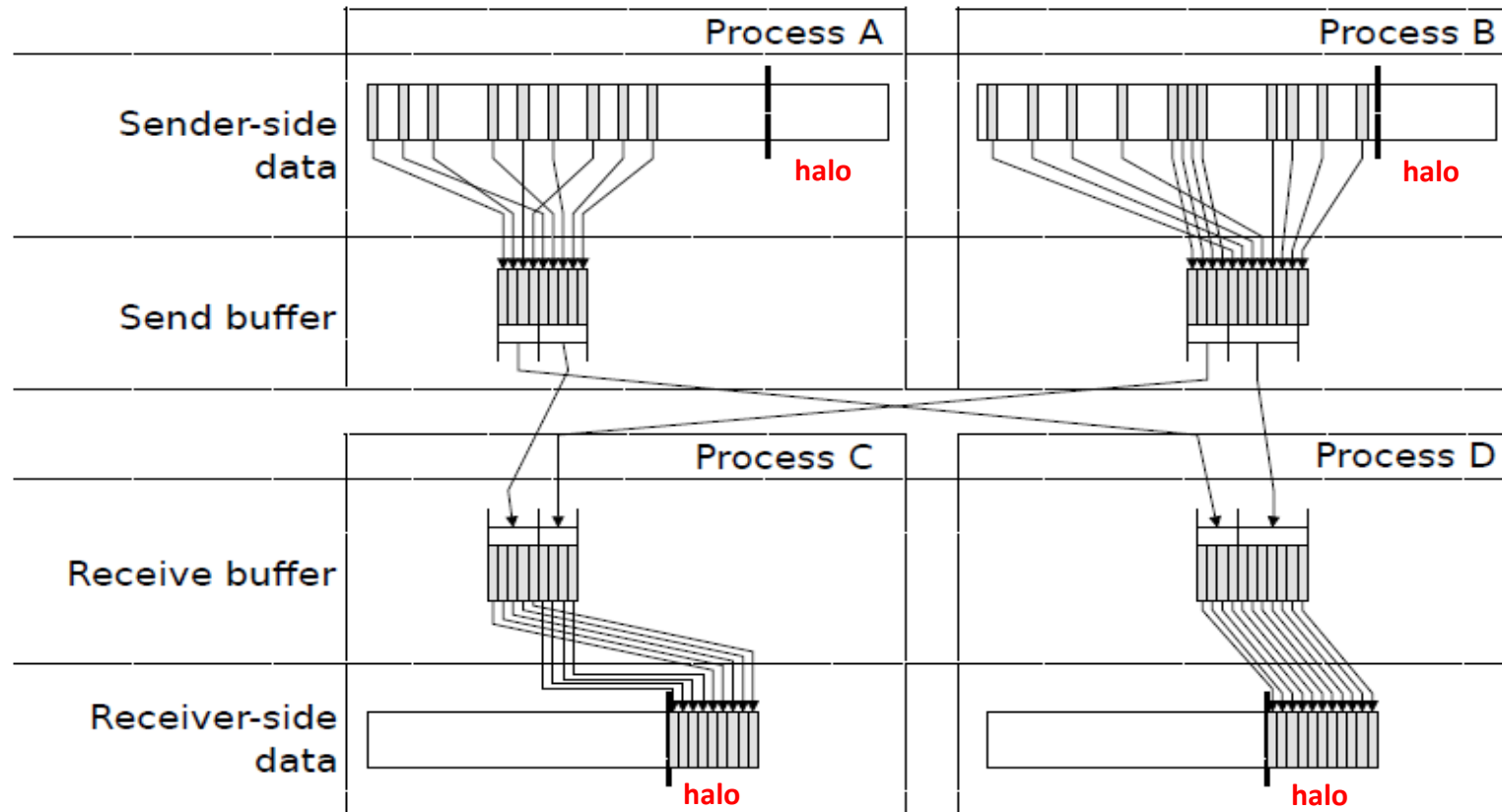
- 「通信」とは「外点」の情報を、その「外点」が本来属している領域から得ることである。
- 「通信テーブル」とは領域間の外点の関係の情報を記述したもの。
  - 「送信テーブル(export)」、 「受信テーブル(import)」がある。
- 隣接領域との「一対一」通信を利用できる
  - MPI\_Isend, MPI\_Irecv, MPI\_Waitall
  - ~~MPI\_Sendrecv~~

# 一般化された通信テーブル:送信

- 送信相手
  - NEIBPETOT, NEIB(neib)
- それぞれの送信相手に送るメッセージサイズ(累積)
  - export\_index(neib), neib= 1, NEIBPETOT
- 「境界点」番号
  - export\_item(k), k= 1, export\_index(NEIBPETOT)
- それぞれの送信相手に送るメッセージ
  - SENDbuf(k), k= 1, export\_index(NEIBPETOT)
- CRS(行列格納法)のindex~itemの関係



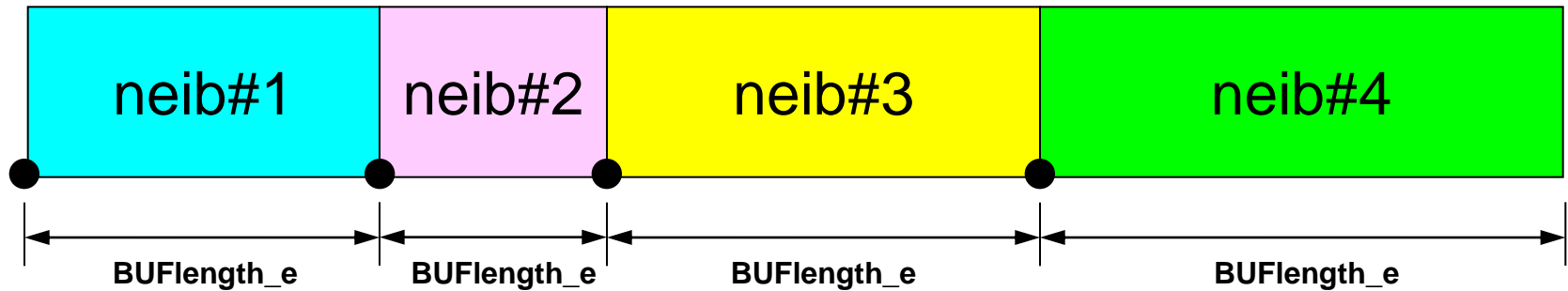
# Communication Pattern using 1D Structure



Dr. Osni Marques  
(Lawrence Berkeley National  
Laboratory) より借用

# 送信 (MPI\_Isend/Irecv/Waitall)

SENDbuf



export\_index(0)+1    export\_index(1)+1    export\_index(2)+1    export\_index(3)+1    export\_index(4)

export\_index(neib-1)+1 ~ export\_index(neib) 番目の export\_item が  
neib 番目の隣接領域に送信される

```
do neib= 1, NEIBPETOT
  do k= export_index(neib-1)+1, export_index(neib)
    kk= export_item(k)
    SENDbuf(k)= VAL(kk)
  enddo
enddo
```

送信バッファへの代入

温度などの変数を直接送信, 受信に使うのではなく, このようなバッファへ一回代入して計算する

```
do neib= 1, NEIBPETOT
  iS_e= export_index(neib-1) + 1
  iE_e= export_index(neib )
  BUFlength_e= iE_e + 1 - iS_e
  call MPI_Isend
&      (SENDbuf(iS_e), BUFlength_e, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0, &
&      MPI_COMM_WORLD, request_send(neib), ierr)
enddo
```

```
call MPI_Waitall (NEIBPETOT, request_send, stat_recv, ierr)
```

# 一般化された通信テーブル: 受信

- 受信相手
  - NEIBPETOT, NEIB(neib)
- それぞれの受信相手から受け取るメッセージサイズ
  - import\_index(neib), neib=1, NEIBPETOT
- 「外点」番号
  - import\_item(k), k= 1, import\_index(NEIBPETOT)
- それぞれの受信相手から受け取るメッセージ
  - RECVbuf(k), k= 1, import\_index(NEIBPETOT)

# 受信 (MPI\_Irecv/Irecv/Waitall)

```

do neib= 1, NEIBPETOT
  iS_i= import_index(neib-1) + 1
  iE_i= import_index(neib )
  BUFlength_i= iE_i + 1 - iS_i

  call MPI_Irecv
&      (RECVbuf(iS_i), BUFlength_i, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0, &
&      MPI_COMM_WORLD, request_recv(neib), ierr)
enddo
call MPI_Waitall (NEIBPETOT, request_recv, stat_recv, ierr)

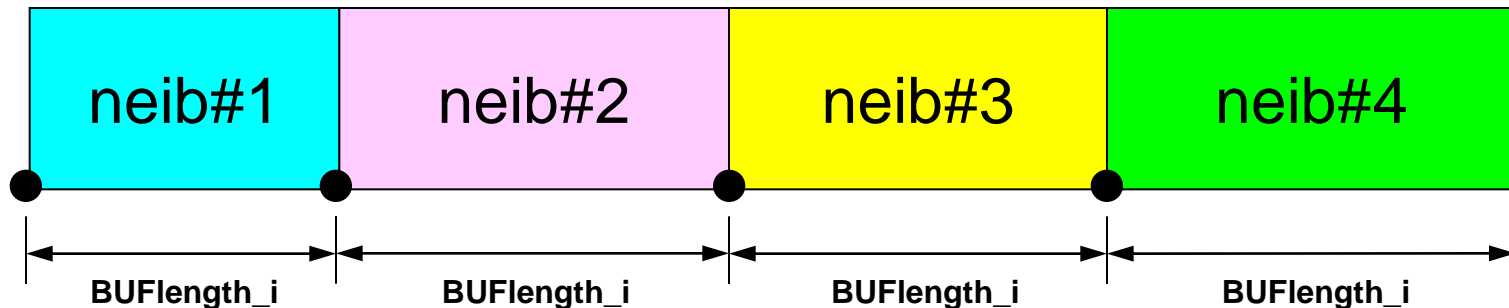
do neib= 1, NEIBPETOT
  do k= import_index(neib-1)+1, import_index(neib)
    kk= import_item(k)
    VAL(kk)= RECVbuf(k)
  enddo
enddo

```

受信バッファから代入

import\_index(neib-1)+1 ~ import\_index(neib) 番目の import\_item が neib 番目の隣接領域から受信される

RECVbuf



import\_index(0)+1    import\_index(1)+1    import\_index(2)+1    import\_index(3)+1    import\_index(4)

# サンプルプログラム：二次元データの例

## FORTRAN

```
$ cd <$FVM>/local/4pe
```

```
$ mpif90 -Oss -noparallel sq-sr1.f Isend/Irecv
```

(go.shを修正)

```
$ qsub go.sh
```

## C

```
$ cd <$FVM>/local/4pe
```

```
$ mpicc -Os -noparallel sq-sr1.c Isend/Irecv
```

(go.shを修正)

```
$ qsub go.sh
```

# 問題設定：全体データ

<u>57</u>	<u>58</u>	<u>59</u>	<u>60</u>	<u>61</u>	<u>62</u>	<u>63</u>	<u>64</u>
<u>49</u>	<u>50</u>	<u>51</u>	<u>52</u>	<u>53</u>	<u>54</u>	<u>55</u>	<u>56</u>
<u>41</u>	<u>42</u>	<u>43</u>	<u>44</u>	<u>45</u>	<u>46</u>	<u>47</u>	<u>48</u>
<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>	<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>	<u>40</u>
<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>	<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>

- $8 \times 8 = 64$ 要素に分割された二次元領域を考える。
- 各要素には1～64までの全体要素番号が振られている。
  - 簡単のため、この「全体要素番号」を各要素における従属変数値（温度のようなもの）とする
  - $\Rightarrow$ 「計算結果」のようなもの

# 問題設定：局所分散データ

## PE#2

57	58	59	60
49	50	51	52
41	42	43	44
33	34	35	36

## PE#3

61	62	63	64
53	54	55	56
45	46	47	48
37	38	39	40

- 左記のような4領域に分割された二次元領域において、外点の情報(全体要素番号)を隣接領域から受信する方法

- □はPE#0が受信する情報

25	26	27	28
17	18	19	20
9	10	11	12
1	2	3	4

29	30	31	32
21	22	23	24
13	14	15	16
5	6	7	8

PE#2

57	58	59	60	
49	50	51	52	
41	42	43	44	
33	34	35	36	

PE#3

	61	62	63	64
	53	54	55	56
	45	46	47	48
	37	38	39	40

PE#0

25	26	27	28	
17	18	19	20	
9	10	11	12	
1	2	3	4	

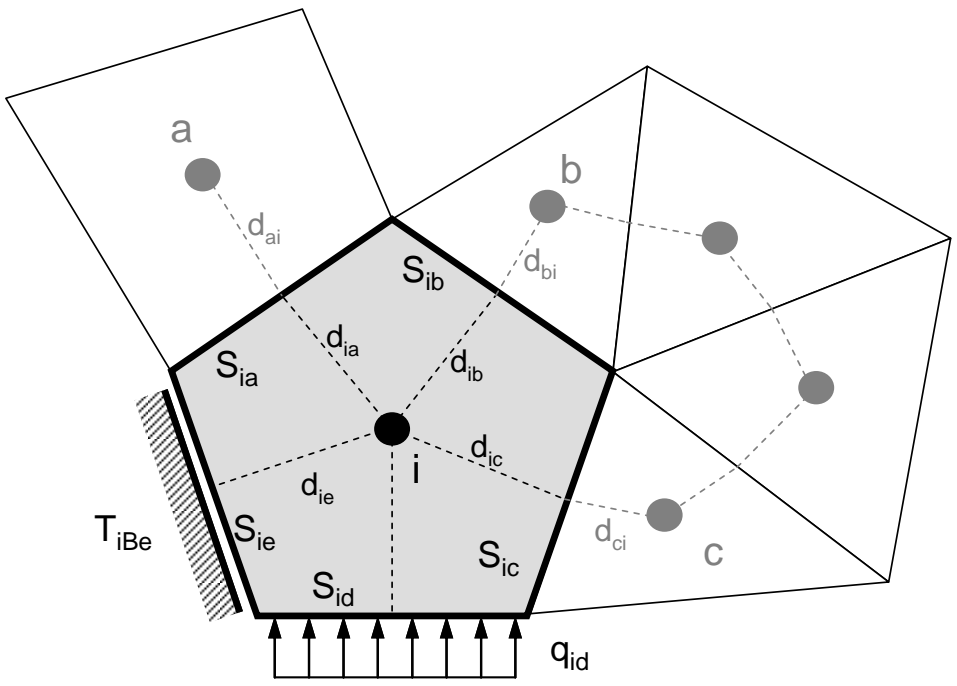
PE#1

	29	30	31	32
	21	22	23	24
	13	14	15	16
	5	6	7	8

## PE#0

## PE#1

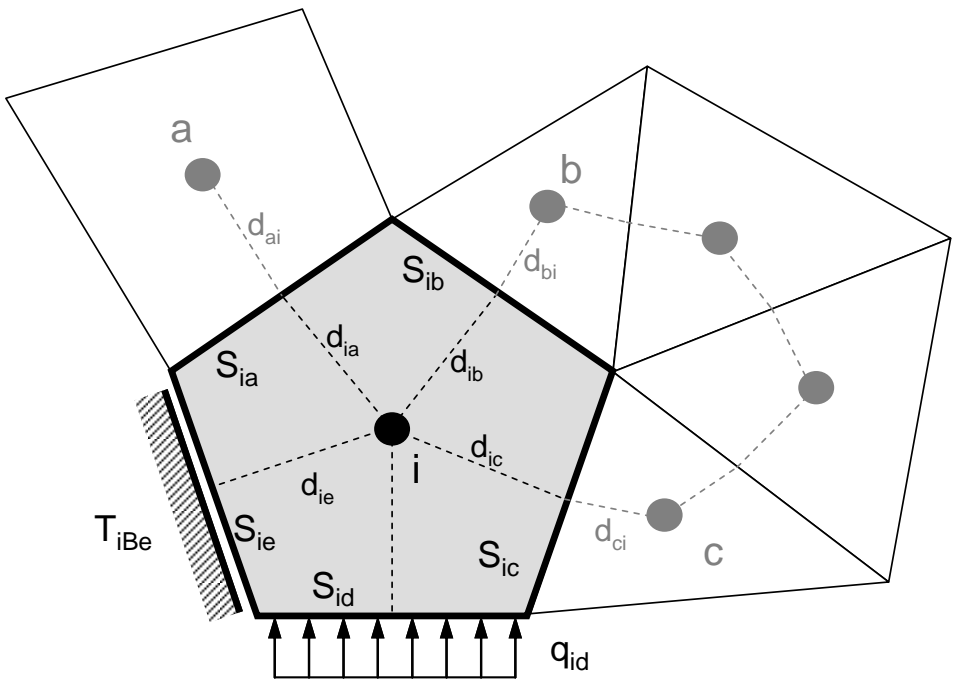
# 有限体積法のオペレーション



<u>57</u>	<u>58</u>	<u>59</u>	<u>60</u>	<u>61</u>	<u>62</u>	<u>63</u>	<u>64</u>
<u>49</u>	<u>50</u>	<u>51</u>	<u>52</u>	<u>53</u>	<u>54</u>	<u>55</u>	<u>56</u>
<u>41</u>	<u>42</u>	<u>43</u>	<u>44</u>	<u>45</u>	<u>46</u>	<u>47</u>	<u>48</u>
<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>	<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>	<u>40</u>
<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>	<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>



# 有限体積法のオペレーション



57	58	59	60	61	62	63	64
49	50	51	52	53	54	55	56
41	42	43	44	45	46	47	48
33	34	35	<b>36</b>	37	38	39	40
25	26	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	30	31	32
17	<b>18</b>	19	<b>20</b>	21	22	23	24
<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	12	13	14	15	16
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>

# 演算内容(1/3)

<u>PE#2</u>	<u>57</u>	<u>58</u>	<u>59</u>	<u>60</u>	<u>61</u>	<u>62</u>	<u>63</u>	<u>64</u>	<u>PE#3</u>
	<u>49</u>	<u>50</u>	<u>51</u>	<u>52</u>	<u>53</u>	<u>54</u>	<u>55</u>	<u>56</u>	
	<u>41</u>	<u>42</u>	<u>43</u>	<u>44</u>	<u>45</u>	<u>46</u>	<u>47</u>	<u>48</u>	
	<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>	<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>	<u>40</u>	
	<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>	
	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>	<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>	
	<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>	
<u>PE#0</u>	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>PE#1</u>

- 各PEの内点 ( $i=1 \sim N (=16)$ ) において局所データを読み込み, 「境界点」のデータを各隣接領域における「外点」として配信

# 演算内容(2/3):送信,受信前

## PE#2

<u>57</u>	<u>58</u>	<u>59</u>	<u>60</u>	
<u>49</u>	<u>50</u>	<u>51</u>	<u>52</u>	
<u>41</u>	<u>42</u>	<u>43</u>	<u>44</u>	
<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>	

## PE#3

	<u>61</u>	<u>62</u>	<u>63</u>	<u>64</u>
	<u>53</u>	<u>54</u>	<u>55</u>	<u>56</u>
	<u>45</u>	<u>46</u>	<u>47</u>	<u>48</u>
	<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>	<u>40</u>

1: 33    9: 49    17: ?  
 2: 34    10: 50    18: ?  
 3: 35    11: 51    19: ?  
 4: 36    12: 52    20: ?  
 5: 41    13: 57    21: ?  
 6: 42    14: 58    22: ?  
 7: 43    15: 59    23: ?  
 8: 44    16: 60    24: ?

1: 37    9: 53    17: ?  
 2: 38    10: 54    18: ?  
 3: 39    11: 55    19: ?  
 4: 40    12: 56    20: ?  
 5: 45    13: 61    21: ?  
 6: 46    14: 62    22: ?  
 7: 47    15: 63    23: ?  
 8: 48    16: 64    24: ?

1: 1    9: 17    17: ?  
 2: 2    10: 18    18: ?  
 3: 3    11: 19    19: ?  
 4: 4    12: 20    20: ?  
 5: 9    13: 25    21: ?  
 6: 10    14: 26    22: ?  
 7: 11    15: 27    23: ?  
 8: 12    16: 28    24: ?

<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>	
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>	
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	

	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>
	<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>
	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>

1: 5    9: 21    17: ?  
 2: 6    10: 22    18: ?  
 3: 7    11: 23    19: ?  
 4: 8    12: 24    20: ?  
 5: 13    13: 29    21: ?  
 6: 14    14: 30    22: ?  
 7: 15    15: 31    23: ?  
 8: 16    16: 32    24: ?

## PE#0

## PE#1

# 演算内容(2/3):送信,受信前

1: <u>33</u>	9: <u>49</u>	17: ?
2: <u>34</u>	10: <u>50</u>	18: ?
3: <u>35</u>	11: <u>51</u>	19: ?
4: <u>36</u>	12: <u>52</u>	20: ?
5: <u>41</u>	13: <u>57</u>	21: ?
6: <u>42</u>	14: <u>58</u>	22: ?
7: <u>43</u>	15: <u>59</u>	23: ?
8: <u>44</u>	16: <u>60</u>	24: ?

**PE#2**

<u>57</u>	<u>58</u>	<u>59</u>	<u>60</u>	
<u>49</u>	<u>50</u>	<u>51</u>	<u>52</u>	
<u>41</u>	<u>42</u>	<u>43</u>	<u>44</u>	
<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>	

**PE#3**

	<u>61</u>	<u>62</u>	<u>63</u>	<u>64</u>
	<u>53</u>	<u>54</u>	<u>55</u>	<u>56</u>
	<u>45</u>	<u>46</u>	<u>47</u>	<u>48</u>
	<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>	<u>40</u>

1: <u>37</u>	9: <u>53</u>	17: ?
2: <u>38</u>	10: <u>54</u>	18: ?
3: <u>39</u>	11: <u>55</u>	19: ?
4: <u>40</u>	12: <u>56</u>	20: ?
5: <u>45</u>	13: <u>61</u>	21: ?
6: <u>46</u>	14: <u>62</u>	22: ?
7: <u>47</u>	15: <u>63</u>	23: ?
8: <u>48</u>	16: <u>64</u>	24: ?

1: <u>1</u>	9: <u>17</u>	17: ?
2: <u>2</u>	10: <u>18</u>	18: ?
3: <u>3</u>	11: <u>19</u>	19: ?
4: <u>4</u>	12: <u>20</u>	20: ?
5: <u>9</u>	13: <u>25</u>	21: ?
6: <u>10</u>	14: <u>26</u>	22: ?
7: <u>11</u>	15: <u>27</u>	23: ?
8: <u>12</u>	16: <u>28</u>	24: ?

**PE#0**

<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>	
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>	
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	

**PE#1**

	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>
	<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>
	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>

1: <u>5</u>	9: <u>21</u>	17: ?
2: <u>6</u>	10: <u>22</u>	18: ?
3: <u>7</u>	11: <u>23</u>	19: ?
4: <u>8</u>	12: <u>24</u>	20: ?
5: <u>13</u>	13: <u>29</u>	21: ?
6: <u>14</u>	14: <u>30</u>	22: ?
7: <u>15</u>	15: <u>31</u>	23: ?
8: <u>16</u>	16: <u>32</u>	24: ?

# 演算内容(3/3):送信,受信後

## PE#2

<u>57</u>	<u>58</u>	<u>59</u>	<u>60</u>	<u>61</u>
<u>49</u>	<u>50</u>	<u>51</u>	<u>52</u>	<u>53</u>
<u>41</u>	<u>42</u>	<u>43</u>	<u>44</u>	<u>45</u>
<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>	<u>37</u>
<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	

## PE#3

<u>60</u>	<u>61</u>	<u>62</u>	<u>63</u>	<u>64</u>
<u>52</u>	<u>53</u>	<u>54</u>	<u>55</u>	<u>56</u>
<u>44</u>	<u>45</u>	<u>46</u>	<u>47</u>	<u>48</u>
<u>36</u>	<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>	<u>40</u>
	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>

1: 33    9: 49    17: 37  
 2: 34    10: 50    18: 45  
 3: 35    11: 51    19: 53  
 4: 36    12: 52    20: 61  
 5: 41    13: 57    21: 25  
 6: 42    14: 58    22: 26  
 7: 43    15: 59    23: 27  
 8: 44    16: 60    24: 28

1: 37    9: 53    17: 36  
 2: 38    10: 54    18: 44  
 3: 39    11: 55    19: 52  
 4: 40    12: 56    20: 60  
 5: 45    13: 61    21: 29  
 6: 46    14: 62    22: 30  
 7: 47    15: 63    23: 31  
 8: 48    16: 64    24: 32

1: 1    9: 17    17: 5  
 2: 2    10: 18    18: 14  
 3: 3    11: 19    19: 21  
 4: 4    12: 20    20: 29  
 5: 9    13: 25    21: 33  
 6: 10    14: 26    22: 34  
 7: 11    15: 27    23: 35  
 8: 12    16: 28    24: 36

<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>	
<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	<u>29</u>
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>	<u>21</u>
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>

	<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>	<u>40</u>
<u>28</u>	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>
<u>20</u>	<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>
<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>

1: 5    9: 21    17: 4  
 2: 6    10: 22    18: 12  
 3: 7    11: 23    19: 20  
 4: 8    12: 24    20: 28  
 5: 13    13: 29    21: 37  
 6: 14    14: 30    22: 38  
 7: 15    15: 31    23: 39  
 8: 16    16: 32    24: 40

## PE#0

## PE#1

# 各領域データ(局所分散データ)仕様

PE#0における局所分散データ

PE#2

<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>	
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>	
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	

PE#0PE#1

PE#2

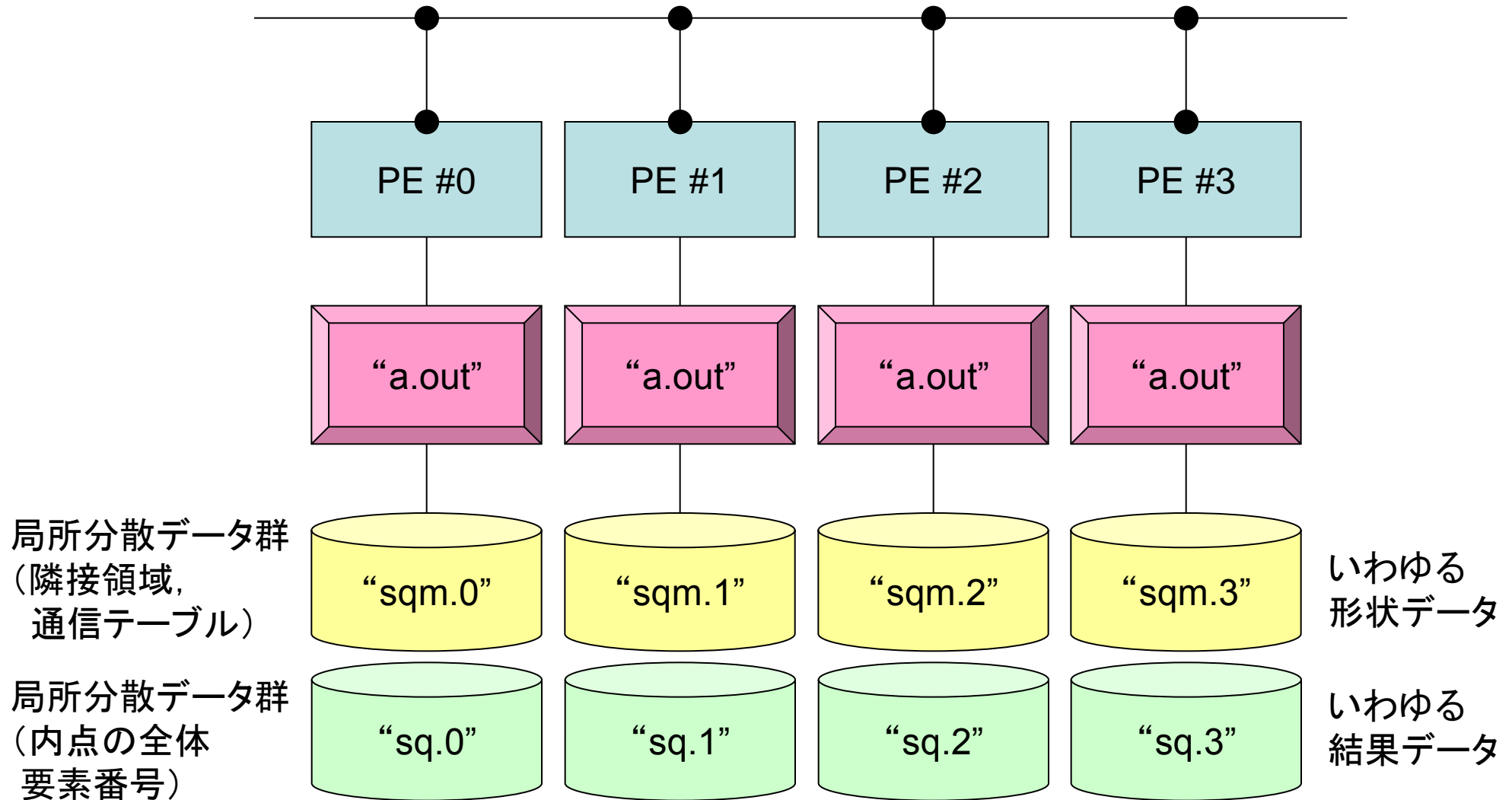
21	22	23	24	
13	14	15	16	20
9	10	11	12	19
5	6	7	8	18
1	2	3	4	17

PE#0PE#1

各要素における値(全体番号)

局所番号

# SPMD...



# PE#0における局所分散データ(1/8): sqm.0

```
#NEIBPEtot
2
#NEIBPE
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18
19
20
21
22
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16
```



# PE#0における局所分散データ(2/8)

sqm.0:隣接領域数, 隣接領域

<b><u>PE#2</u></b>				
21	22	23	24	
13	14	15	16	20
9	10	11	12	19
5	6	7	8	18
1	2	3	4	17
<b><u>PE#0</u></b>				<b><u>PE#1</u></b>

局所番号

```

#NEIBPEtot      隣接領域数
2
#NEIBPE         隣接領域
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18
19
20
21
22
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16

```

# PE#0における局所分散データ(3/8)

sqm.0 : 内点数, 総要素(内点+外点)数

<u>PE#2</u>				
21	22	23	24	
13	14	15	16	20
9	10	11	12	19
5	6	7	8	18
1	2	3	4	17
<u>PE#0</u>				<u>PE#1</u>

局所番号

```

#NEIBPEtot
2
#NEIBPE
1 2
#NODE
24 16          総要素数, 内点
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18
19
20
21
22
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16

```

# PE#0における局所分散データ(4/8)

sq. 0: 内点における値: ここだけ違うファイル

<u>PE#2</u>				
<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>	
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>	
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	
<u>PE#0</u>				<u>PE#1</u>

1	
2	
3	
4	
9	
10	
11	
12	
17	
18	
19	
20	
25	
26	
27	
28	

内点における値  
(全体番号)

# PE#0における局所分散データ(5/8)

sqm.0: 「import(受信)」される「外点」の情報

<u>PE#2</u>				
21	22	23	24	
13	14	15	16	20
9	10	11	12	19
5	6	7	8	18
1	2	3	4	17
<u>PE#0</u>				<u>PE#1</u>

局所番号

```

#NEIBPEtot
2
#NEIBPE
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18
19
20
21
22
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16

```

隣接領域1から4つ(1~4),  
隣接領域2から4つ(5~8)が  
「import(受信)」されることを  
示す。

# PE#0における局所分散データ(6/8)

sqm.0: 「import(受信)」される「外点」の情報

<u>PE#2</u>				
21	22	23	24	
13	14	15	16	20
9	10	11	12	19
5	6	7	8	18
1	2	3	4	17
<u>PE#0</u>				<u>PE#1</u>

局所番号

```

#NEIBPEtot
2
#NEIBPE
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18 隣接領域1から
19 「import」する要素(1~4)
20
21 隣接領域2から
22 「import」する要素(5~8)
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16

```

# PE#0における局所分散データ(7/8)

sqm.0: 「export(送信)」する「境界点」の情報

<u>PE#2</u>				
21	22	23	24	
13	14	15	16	20
9	10	11	12	19
5	6	7	8	18
1	2	3	4	17
<u>PE#0</u>				<u>PE#1</u>

局所番号

```

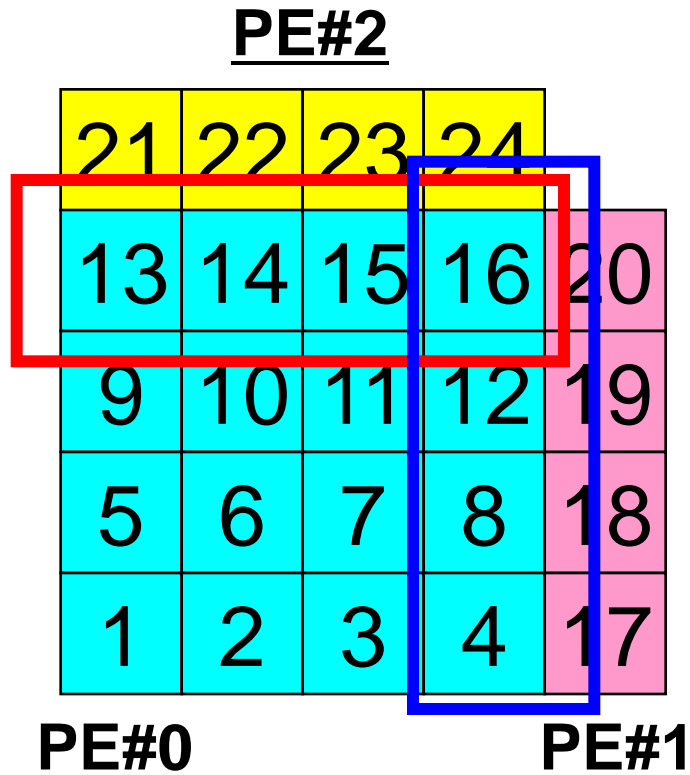
#NEIBPEtot
2
#NEIBPE
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18
19
20
21
22
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16

```

隣接領域1〜4つ(1~4),  
隣接領域2〜4つ(5~8)が  
「export(送信)」されることを  
示す。

# PE#0における局所分散データ(8/8)

sqm.0: 「export(送信)」する「境界点」の情報



```
#NEIBPEtot
```

```
2
```

```
#NEIBPE
```

```
1 2
```

```
#NODE
```

```
24 16
```

```
#IMPORTindex
```

```
4 8
```

```
#IMPORTitems
```

```
17
```

```
18
```

```
19
```

```
20
```

```
21
```

```
22
```

```
23
```

```
24
```

```
#EXPORTindex
```

```
4 8
```

```
#EXPORTitems
```

```
4
```

隣接領域1へ

```
8
```

「export」する要素(1~4)

```
12
```

```
16
```

```
13
```

隣接領域2へ

```
14
```

「export」する要素(5~8)

```
15
```

```
16
```

# PE#0における局所分散データ(8/8)

sqm.0: 「export(送信)」する「境界点」の情報

PE#2

21	22	23	24	
13	14	15	16	20
9	10	11	12	19
5	6	7	8	18
1	2	3	4	17

PE#0 PE#1

局所番号

「外点」はその要素が本来所属している領域からのみ受信される。

「境界点」は複数の領域において「外点」となっている可能性があるため、複数の領域に送信されることもある(16番要素の例)。



# プログラム例: sq-sr1.f (1/7)

## 初期化

```
implicit REAL*8 (A-H,O-Z)
include 'mpif.h'

integer(kind=4) :: my_rank, PETOT
integer(kind=4) :: N, NP, NEIBPETOT, BUFlength

integer(kind=4), dimension(:), allocatable :: VAL
integer(kind=4), dimension(:), allocatable :: SENDbuf
integer(kind=4), dimension(:), allocatable :: RECVbuf
integer(kind=4), dimension(:), allocatable :: NEIBPE

integer(kind=4), dimension(:), allocatable :: import_index
integer(kind=4), dimension(:), allocatable :: import_item
integer(kind=4), dimension(:), allocatable :: export_index
integer(kind=4), dimension(:), allocatable :: export_item
integer(kind=4), dimension(:, :), allocatable :: stat_send
integer(kind=4), dimension(:, :), allocatable :: stat_recv
integer(kind=4), dimension(: ), allocatable :: request_send
integer(kind=4), dimension(: ), allocatable :: request_recv
character(len=80) :: filename, line

!C
!C +-----+
!C | INIT. MPI |
!C +-----+
!C===
      call MPI_INIT          (ierr)
      call MPI_COMM_SIZE    (MPI_COMM_WORLD, PETOT, ierr )
      call MPI_COMM_RANK    (MPI_COMM_WORLD, my_rank, ierr )
!C===
```

# プログラム例: sq-sr1.f (2/7)

## 局所分散メッシュデータ(sqm.\*)読み込み

```
!C
!C-- MESH
if (my_rank.eq.0) filename= 'sqm.0'
if (my_rank.eq.1) filename= 'sqm.1'
if (my_rank.eq.2) filename= 'sqm.2'
if (my_rank.eq.3) filename= 'sqm.3'
open (21, file= filename, status= 'unknown')
  read (21,*) NEIBPETOT
    allocate (NEIBPE(NEIBPETOT))
    allocate (import_index(0:NEIBPETOT))
    allocate (export_index(0:NEIBPETOT))
    import_index= 0
    export_index= 0

  read (21,*) (NEIBPE(neib), neib= 1, NEIBPETOT)
  read (21,*) NP, N
  read (21,'(a80)') line
  read (21,*) (import_index(neib), neib= 1, NEIBPETOT)
    nn= import_index(NEIBPETOT)
    allocate (import_item(nn))

  do i= 1, nn
    read (21,*) import_item(i)
  enddo
  read (21,'(a80)') line
  read (21,*) (export_index(neib), neib= 1, NEIBPETOT)
    nn= export_index(NEIBPETOT)
    allocate (export_item(nn))

  do i= 1, nn
    read (21,*) export_item(i)
  enddo
close (21)
```

# プログラム例: sq-sr1.f (2/7)

## 局所分散メッシュデータ(sqm.\*)読み込み

```

!C
!C-- MESH
  if (my_rank.eq.0) filename= 'sqm.0'
  if (my_rank.eq.1) filename= 'sqm.1'
  if (my_rank.eq.2) filename= 'sqm.2'
  if (my_rank.eq.3) filename= 'sqm.3'
  open (21, file= filename, status= 'unknown')
    read (21,*) NEIBPETOT
      allocate (NEIBPE (NEIBPETOT))
      allocate (import_index(0:NEIBPETOT))
      allocate (export_index(0:NEIBPETOT))
        import_index= 0
        export_index= 0
    read (21,*) (NEIBPE(neib), neib= 1, NEIBPETOT)
    read (21,*) NP, N

    read (21,*) (import_index(neib), neib= 1, NEIBPETOT)
      nn= import_index(NEIBPETOT)
      allocate (import_item(nn))
    do i= 1, nn
      read (21,*) import_item(i)
    enddo

    read (21,*) (export_index(neib), neib= 1, NEIBPETOT)
      nn= export_index(NEIBPETOT)
      allocate (export_item(nn))
    do i= 1, nn
      read (21,*) export_item(i)
    enddo
  close (21)

```

```

#NEIBPEtot
2
#NEIBPE
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18
19
20
21
22
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16

```

# プログラム例: sq-sr1.f (2/7)

## 局所分散メッシュデータ(sqm.\*)読み込み

```

!C
!C-- MESH
  if (my_rank.eq.0) filename= 'sqm.0'
  if (my_rank.eq.1) filename= 'sqm.1'
  if (my_rank.eq.2) filename= 'sqm.2'
  if (my_rank.eq.3) filename= 'sqm.3'
  open (21, file= filename, status= 'unknown')
    read (21,*) NEIBPETOT
      allocate (NEIBPE(NEIBPETOT))
      allocate (import_index(0:NEIBPETOT))
      allocate (export_index(0:NEIBPETOT))
        import_index= 0
        export_index= 0

  read (21,*) (NEIBPE(neib), neib= 1, NEIBPETOT)
  read (21,*) NP, N
  ' ) line
  port_index(neib), neib= 1, NEIBPETOT)
  = import_index(NEIBPETOT)
  locate (import_item(nn))
do i= 1, nn
  read (21,*) import_item(i)
enddo
read (21, '(a80)') line
read (21,*) (export_index(neib), neib= 1, NEIBPETOT)
  nn= export_index(NEIBPETOT)
  allocate (export_item(nn))

do i= 1, nn
  read (21,*) export_item(i)
enddo
close (21)

```

**NP** 総要素数

**N** 内点数

```

#NEIBPEtot
2
#NEIBPE
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18
19
20
21
22
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16

```

# プログラム例: sq-sr1.f (2/7)

## 局所分散メッシュデータ(sqm.\*)読み込み

```

!C
!C-- MESH
  if (my_rank.eq.0) filename= 'sqm.0'
  if (my_rank.eq.1) filename= 'sqm.1'
  if (my_rank.eq.2) filename= 'sqm.2'
  if (my_rank.eq.3) filename= 'sqm.3'
  open (21, file= filename, status= 'unknown')
    read (21,*) NEIBPETOT
      allocate (NEIBPE(NEIBPETOT))
      allocate (import_index(0:NEIBPETOT))
      allocate (export_index(0:NEIBPETOT))
        import_index= 0
        export_index= 0

  read (21,*) (NEIBPE(neib), neib= 1, NEIBPETOT)
  read (21,*) NP, N

  read (21,*) (import_index(neib), neib= 1, NEIBPETOT)
  nn= import_index(NEIBPETOT)
  allocate (import_item(nn))

  do i= 1, nn
    read (21,*) import_item(i)
  enddo

  read (21,*) (export_index(neib), neib= 1, NEIBPETOT)
  nn= export_index(NEIBPETOT)
  allocate (export_item(nn))

  do i= 1, nn
    read (21,*) export_item(i)
  enddo
close (21)

```

```

#NEIBPETot
2
#NEIBPE
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18
19
20
21
22
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16

```

# プログラム例: sq-sr1.f (2/7)

## 局所分散メッシュデータ(sqm.\*)読み込み

```

!C
!C-- MESH
  if (my_rank.eq.0) filename= 'sqm.0'
  if (my_rank.eq.1) filename= 'sqm.1'
  if (my_rank.eq.2) filename= 'sqm.2'
  if (my_rank.eq.3) filename= 'sqm.3'
  open (21, file= filename, status= 'unknown')
    read (21,*) NEIBPETOT
      allocate (NEIBPE(NEIBPETOT))
      allocate (import_index(0:NEIBPETOT))
      allocate (export_index(0:NEIBPETOT))
        import_index= 0
        export_index= 0

  read (21,*) (NEIBPE(neib), neib= 1, NEIBPETOT)
  read (21,*) NP, N

  read (21,*) (import_index(neib), neib= 1, NEIBPETOT)
    nn= import_index(NEIBPETOT)
    allocate (import_item(nn))

  do i= 1, nn
    read (21,*) import_item(i)
  enddo

  read (21,*) (export_index(neib), neib= 1, NEIBPETOT)
    nn= export_index(NEIBPETOT)
    allocate (export_item(nn))

  do i= 1, nn
    read (21,*) export_item(i)
  enddo
close (21)

```

```

#NEIBPETot
2
#NEIBPE
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18
19
20
21
22
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16

```

# PE#0 受信

```
#NEIBPEtot
2
#NEIBPE
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18
19
20
21
22
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16
```

PE#2

21	22	23	24	
13	14	15	16	20
9	10	11	12	19
5	6	7	8	18
1	2	3	4	17

PE#0 PE#1

# プログラム例: sq-sr1.f (2/7)

## 局所分散メッシュデータ(sqm.\*)読み込み

```

!C
!C-- MESH
  if (my_rank.eq.0) filename= 'sqm.0'
  if (my_rank.eq.1) filename= 'sqm.1'
  if (my_rank.eq.2) filename= 'sqm.2'
  if (my_rank.eq.3) filename= 'sqm.3'
  open (21, file= filename, status= 'unknown')
    read (21,*) NEIBPETOT
      allocate (NEIBPE(NEIBPETOT))
      allocate (import_index(0:NEIBPETOT))
      allocate (export_index(0:NEIBPETOT))
      import_index= 0
      export_index= 0

  read (21,*) (NEIBPE(neib), neib= 1, NEIBPETOT)
  read (21,*) NP, N

  read (21,*) (import_index(neib), neib= 1, NEIBPETOT)
    nn= import_index(NEIBPETOT)
    allocate (import_item(nn))

  do i= 1, nn
    read (21,*) import_item(i)
  enddo

  read (21,*) (export_index(neib), neib= 1, NEIBPETOT)
    nn= export_index(NEIBPETOT)
    allocate (export_item(nn))

  do i= 1, nn
    read (21,*) export_item(i)
  enddo
close (21)

```

```

#NEIBPETot
2
#NEIBPE
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18
19
20
21
22
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16

```



# プログラム例: sq-sr1.f (2/7)

## 局所分散メッシュデータ(sqm.\*)読み込み

```

!C
!C-- MESH
  if (my_rank.eq.0) filename= 'sqm.0'
  if (my_rank.eq.1) filename= 'sqm.1'
  if (my_rank.eq.2) filename= 'sqm.2'
  if (my_rank.eq.3) filename= 'sqm.3'
  open (21, file= filename, status= 'unknown')
    read (21,*) NEIBPETOT
      allocate (NEIBPE(NEIBPETOT))
      allocate (import_index(0:NEIBPETOT))
      allocate (export_index(0:NEIBPETOT))
      import_index= 0
      export_index= 0

  read (21,*) (NEIBPE(neib), neib= 1, NEIBPETOT)
  read (21,*) NP, N

  read (21,*) (import_index(neib), neib= 1, NEIBPETOT)
    nn= import_index(NEIBPETOT)
    allocate (import_item(nn))

  do i= 1, nn
    read (21,*) import_item(i)
  enddo

  read (21,*) (export_index(neib), neib= 1, NEIBPETOT)
    nn= export_index(NEIBPETOT)
    allocate (export_item(nn))

  do i= 1, nn
    read (21,*) export_item(i)
  enddo
  close (21)

```

```

#NEIBPETot
2
#NEIBPE
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18
19
20
21
22
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16

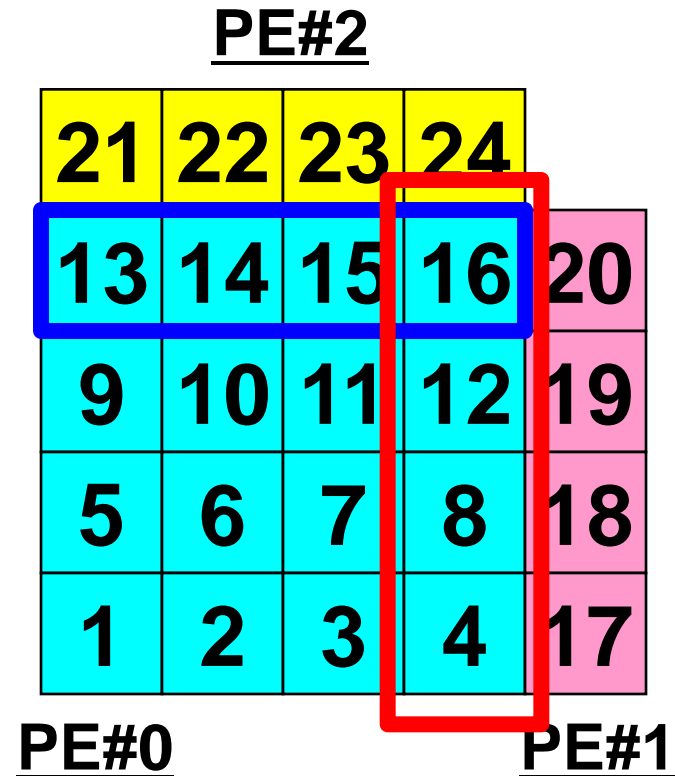
```

# PE#0 送信

```

#NEIBPEtot
2
#NEIBPE
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18
19
20
21
22
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16

```



# プログラム例: sq-sr1.f (3/7)

## 局所分散データ(全体番号の値)(sq.\*)読み込み

```
!C
!C-- VAL.
  if (my_rank.eq.0) filename= 'sq.0'
  if (my_rank.eq.1) filename= 'sq.1'
  if (my_rank.eq.2) filename= 'sq.2'
  if (my_rank.eq.3) filename= 'sq.3'

  allocate (VAL(NP))
  VAL= 0
  open (21, file= filename, status= 'unknown')
    do i= 1, N
      read (21,*) VAL(i)
    enddo
  close (21)
!C===
```

**N** : 内点数  
**VAL** : 全体要素番号を読み込む  
 この時点で外点の値はわかっていない

PE#2				
<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>	
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>	
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	

PE#0

PE#1

1  
2  
3  
4  
9  
10  
11  
12  
17  
18  
19  
20  
25  
26  
27  
28

# プログラム例: sq-sr1.f (4/7)

## 送・受信バッファ準備

```
!C
!C +-----+
!C | BUFFER |
!C +-----+
!C===
      allocate (SENDbuf(export_index(NEIBPETOT)))
      allocate (RECVbuf(import_index(NEIBPETOT)))

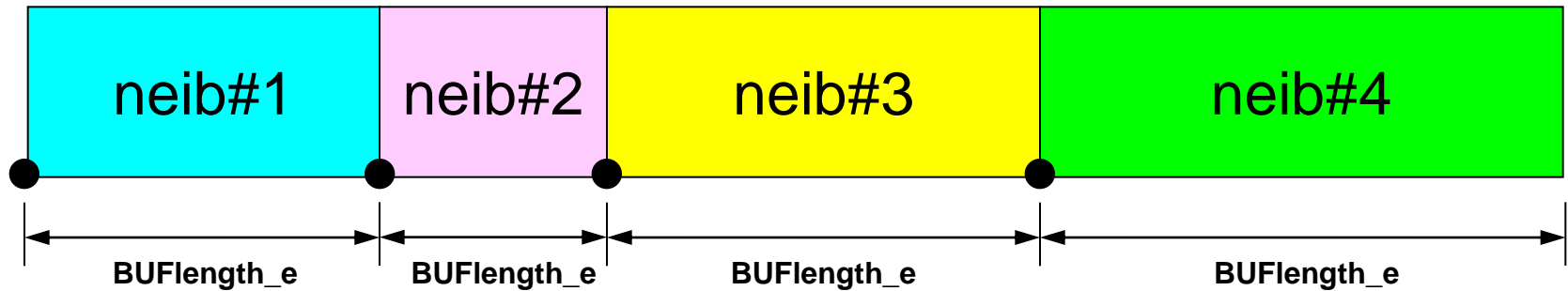
      SENDbuf= 0
      RECVbuf= 0

      do neib= 1, NEIBPETOT
        iS= export_index(neib-1) + 1
        iE= export_index(neib  )
        do i= iS, iE
          SENDbuf(i)= VAL(export_item(i))
        enddo
      enddo
!C===
```

送信バッファに「境界点」の情報を入れる。送信バッファの `export_index(neib-1)+1` から `export_index(neib)` までに `NEIBPE(neib)` に送信する情報を格納する。

# 送信 (MPI\_Isend/Irecv/Waitall)

SENDbuf



export\_index(0)+1    export\_index(1)+1    export\_index(2)+1    export\_index(3)+1    export\_index(4)

export\_index(neib-1)+1 ~ export\_index(neib) 番目の export\_item が  
neib 番目の隣接領域に送信される

```
do neib= 1, NEIBPETOT
  do k= export_index(neib-1)+1, export_index(neib)
    kk= export_item(k)
    SENDbuf(k) = VAL(kk)
  enddo
enddo
```

```
do neib= 1, NEIBPETOT
```

```
  iS_e= export_index(neib-1) + 1
  iE_e= export_index(neib )
  BUFlength_e= iE_e + 1 - iS_e
  call MPI_ISEND
```

```
&      (SENDbuf(iS_e), BUFlength_e, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0, &
&      MPI_COMM_WORLD, request_send(neib), ierr)
```

```
enddo
```

```
call MPI_WAITALL (NEIBPETOT, request_send, stat_recv, ierr)
```

送信バッファへの代入

温度などの変数を直接送信, 受信に使うのではなく, このようなバッファへ一回代入して計算する

# 送信バッファの効能

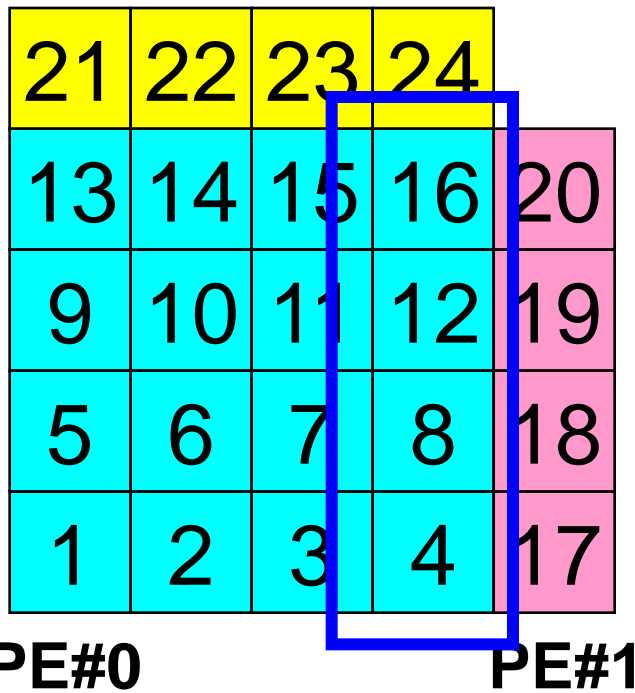
```

do neib= 1, NEIBPETOT
  iS_e= export_index(neib-1) + 1
  iE_e= export_index(neib )
  BUFlength_e= iE_e + 1 - iS_e

  call MPI_ISEND
&      (VAL(...), BUFlength_e, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0, &
&      MPI_COMM_WORLD, request_send(neib), ierr)
enddo

```

PE#2

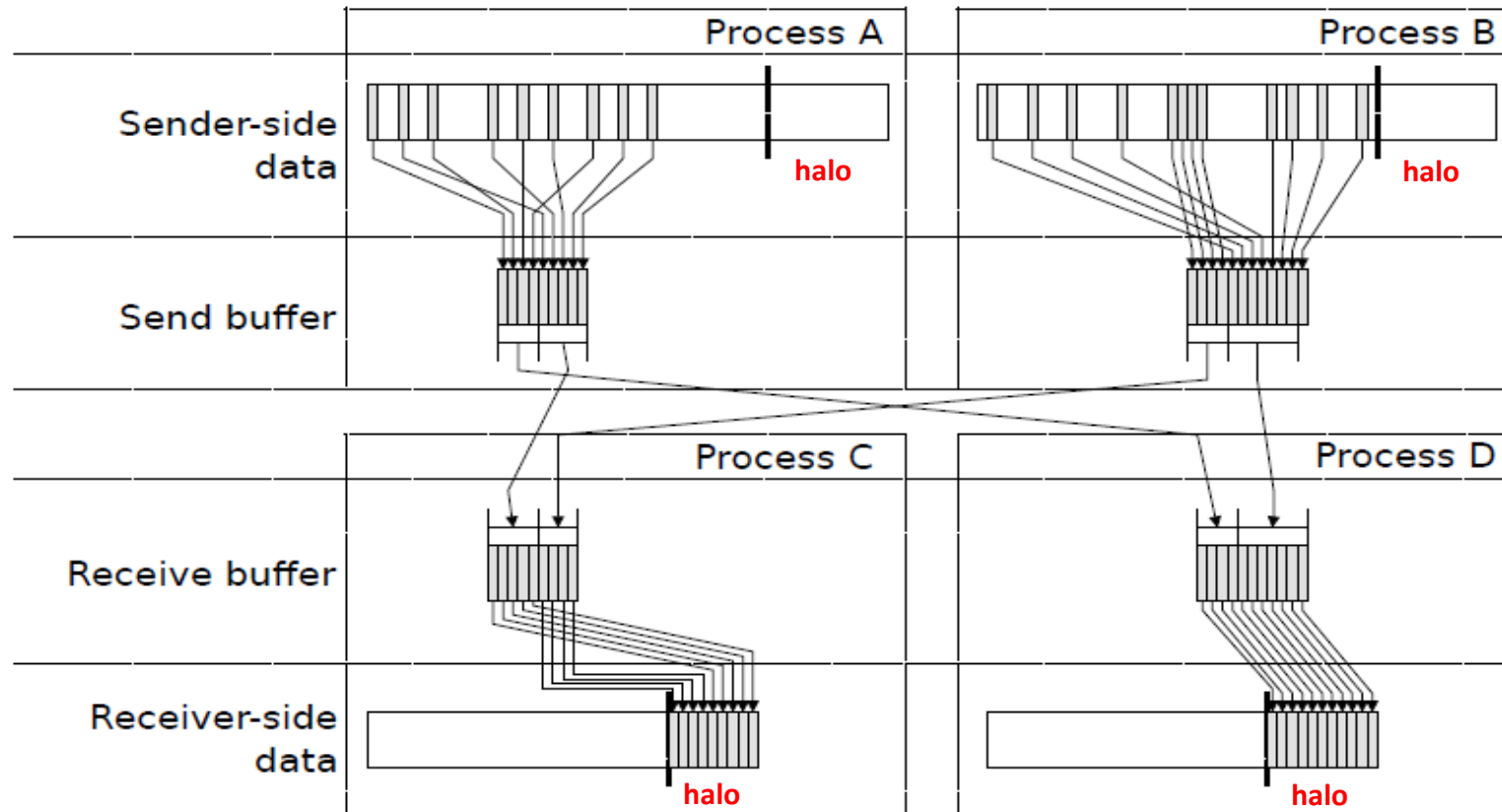


たとえば, この境界点は連続していませんので,

- ・ 送信バッファの先頭アドレス
- ・ そこから数えて●●のサイズのメッセージ

というような方法が困難

# Communication Pattern using 1D Structure



Dr. Osni Marques  
(Lawrence Berkeley National  
Laboratory) より借用

# プログラム例: sq-sr1.f (5/7)

## 初期化

```
!C
!C +-----+
!C | SEND-RECV |
!C +-----+
!C===
      allocate (stat_send(MPI_STATUS_SIZE,NEIBPETOT))
      allocate (stat_rcv(MPI_STATUS_SIZE,NEIBPETOT))
      allocate (request_send(NEIBPETOT))
      allocate (request_rcv(NEIBPETOT))

      do neib= 1, NEIBPETOT
        iS= export_index(neib-1) + 1
        iE= export_index(neib  )
        BUFlength= iE + 1 - iS
        call MPI_ISEND (SENDbuf(iS), BUFlength, MPI_INTEGER,
&                      NEIBPE(neib), 0, MPI_COMM_WORLD,
&                      request_send(neib), ierr)
&
      enddo
```



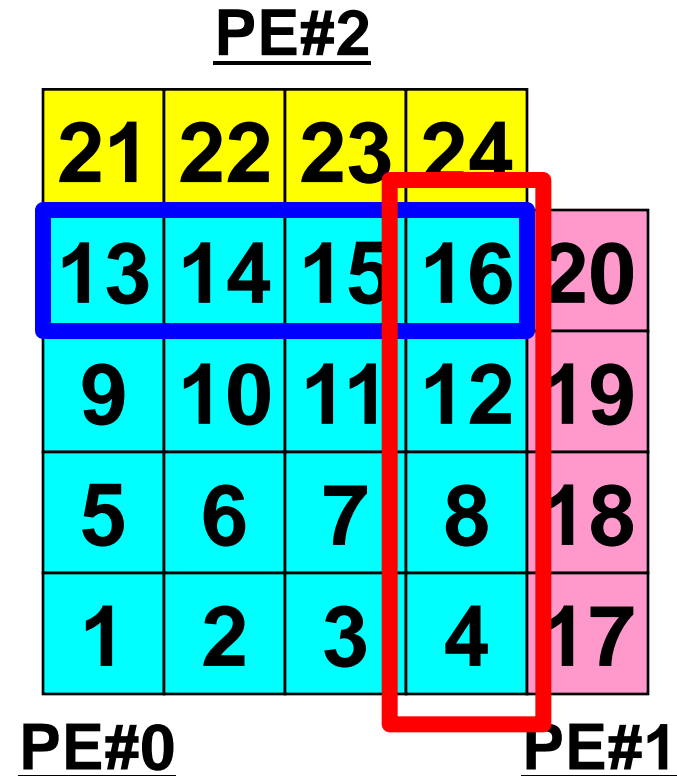


# PE#0 送信

```

#NEIBPEtot
2
#NEIBPE
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18
19
20
21
22
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16

```



# 配列の送受信:注意

#PE0

send:

```
SENDbuf (iS_e) ~  
SENDbuf (iE_e+BUFlength_e-1)
```

#PE1

send:

```
SENDbuf (iS_e) ~  
SENDbuf (iE_e+BUFlength_e-1)
```

#PE0

recv:

```
RCVbuf (iS_i) ~  
RCVbuf (iE_i+BUFlength_i-1)
```

#PE1

recv:

```
RCVbuf (iS_i) ~  
RCVbuf (iE_i+BUFlength_i-1)
```

- 送信側の「BUFlength\_e」と受信側の「BUFlength\_i」は一致している必要がある。
  - PE#0⇒PE#1, PE#1⇒PE#0
- 「送信バッファ」と「受信バッファ」は別のアドレス

# 送信と受信の関係

```
do neib= 1, NEIBPETOT
  iS_e= export_index(neib-1) + 1
  iE_e= export_index(neib )
  BUFlength_e= iE_e + 1 - iS_e

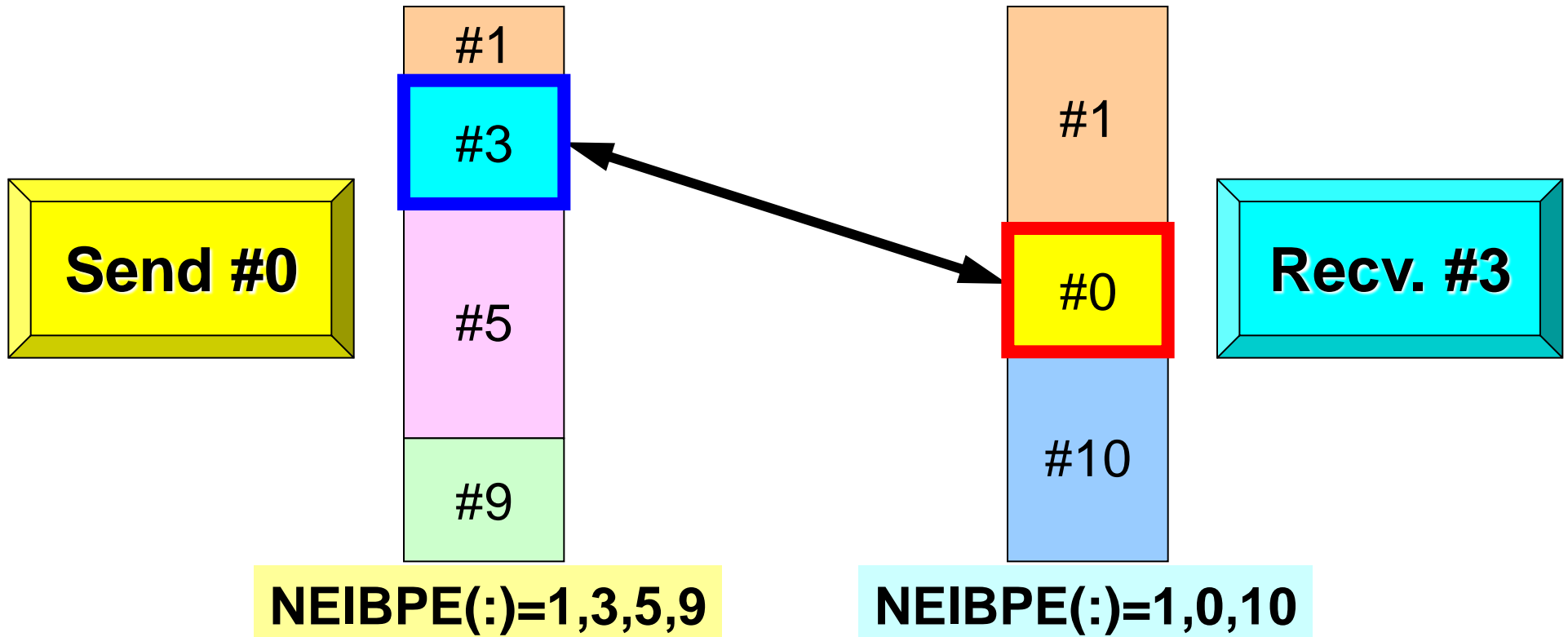
  call MPI_ISEND
&      (SENDbuf(iS_e), BUFlength_e, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0, &
&      MPI_COMM_WORLD, request_send(neib), ierr)
  enddo
```

```
do neib= 1, NEIBPETOT
  iS_i= import_index(neib-1) + 1
  iE_i= import_index(neib )
  BUFlength_i= iE_i + 1 - iS_i

  call MPI_Irecv
&      (RECVbuf(iS_i), BUFlength_i, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0, &
&      MPI_COMM_WORLD, request_recv(neib), ierr)
  enddo
```

- 送信元・受信先プロセス番号, メッセージサイズ, 内容の整合性 !
- NEIBPE(neib) がマッチしたときに通信が起こる。

# 送信と受信の関係 (#0⇒#3)



- 送信元・受信先プロセス番号, メッセージサイズ, 内容の整合性 !
- NEIBPE (neib) がマッチしたときに通信が起こる。

# 受信 (MPI\_Isend/Irecv/Waitall)

```

do neib= 1, NEIBPETOT
  iS_i= import_index(neib-1) + 1
  iE_i= import_index(neib )
  BUFlength_i= iE_i + 1 - iS_i

  call MPI_Irecv
&      (RECVbuf(iS_i), BUFlength_i, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0, &
&      MPI_COMM_WORLD, request_recv(neib), ierr)
enddo
call MPI_WAITALL (NEIBPETOT, request_recv, stat_recv, ierr)

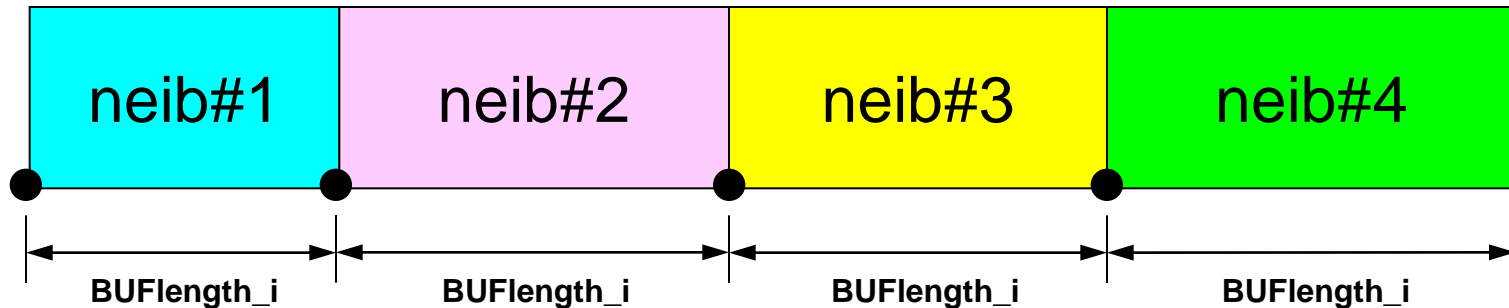
do neib= 1, NEIBPETOT
  do k= import_index(neib-1)+1, import_index(neib)
    kk= import_item(k)
    VAL(kk)= RECVbuf(k)
  enddo
enddo

```

受信バッファから代入

import\_index(neib-1)+1 ~ import\_index(neib) 番目の import\_item が neib 番目の隣接領域から受信される

RECVbuf



import\_index(0)+1    import\_index(1)+1    import\_index(2)+1    import\_index(3)+1    import\_index(4)

# プログラム例: sq-sr1.f (6/7)

## 受信: MPI\_Irecv

```
do neib= 1, NEIBPETOT
  iS= import_index(neib-1) + 1
  iE= import_index(neib  )
  BUFlength= iE + 1 - iS
  call MPI_Irecv (RECVbuf(iS), BUFlength, MPI_INTEGER,
&
&                 NEIBPE(neib), 0, MPI_COMM_WORLD,
&                 request_recv(neib), ierr)
enddo
```

```
call MPI_WAITALL (NEIBPETOT, request_recv, stat_recv, ierr)
```

```
do neib= 1, NEIBPETOT
  iS= import_index(neib-1) + 1
  iE= import_index(neib  )
  do i= iS, iE
    VAL(import_item(i))= RECVbuf(i)
  enddo
enddo
```

**RECVbufの中身を使用可能**

```
call MPI_WAITALL (NEIBPETOT, request_send, stat_send, ierr)
```

```
!C===
```







# PE#0 受信

```

#NEIBPEtot
2
#NEIBPE
1 2
#NODE
24 16
#IMPORTindex
4 8
#IMPORTitems
17
18
19
20
21
22
23
24
#EXPORTindex
4 8
#EXPORTitems
4
8
12
16
13
14
15
16

```

				<u>PE#2</u>				
				21	22	23	24	
				13	14	15	16	20
				9	10	11	12	19
				5	6	7	8	18
				1	2	3	4	17
<u>PE#0</u>								<u>PE#1</u>

# プログラム例: sq-sr1.f (7/7)

## 外点の値の書き出し

```
!C
!C +-----+
!C | OUTPUT |
!C +-----+
!C===
      do neib= 1, NEIBPETOT
         iS= import_index(neib-1) + 1
         iE= import_index(neib  )
         do i= iS, iE
            in= import_item(i)
            write (*,'(a, 3i8)') 'RECVbuf', my_rank, NEIBPE(neib), VAL(in)
         enddo
      enddo
!C===
      call MPI_FINALIZE (ierr)

      stop
      end
```

# 実行結果 (PE#0)

## PE#2

<u>57</u>	<u>58</u>	<u>59</u>	<u>60</u>
<u>49</u>	<u>50</u>	<u>51</u>	<u>52</u>
<u>41</u>	<u>42</u>	<u>43</u>	<u>44</u>
<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>

<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>

## PE#0

## PE#3

<u>61</u>	<u>62</u>	<u>63</u>	<u>64</u>
<u>53</u>	<u>54</u>	<u>55</u>	<u>56</u>
<u>45</u>	<u>46</u>	<u>47</u>	<u>48</u>
<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>	<u>40</u>

<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>
<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>
<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>

## PE#1

RECVbuf	0	1	5
RECVbuf	0	1	13
RECVbuf	0	1	21
RECVbuf	0	1	29
RECVbuf	0	2	33
RECVbuf	0	2	34
RECVbuf	0	2	35
RECVbuf	0	2	36
RECVbuf	1	0	4
RECVbuf	1	0	12
RECVbuf	1	0	20
RECVbuf	1	0	28
RECVbuf	1	3	37
RECVbuf	1	3	38
RECVbuf	1	3	39
RECVbuf	1	3	40
RECVbuf	2	3	37
RECVbuf	2	3	45
RECVbuf	2	3	53
RECVbuf	2	3	61
RECVbuf	2	0	25
RECVbuf	2	0	26
RECVbuf	2	0	27
RECVbuf	2	0	28
RECVbuf	3	2	36
RECVbuf	3	2	44
RECVbuf	3	2	52
RECVbuf	3	2	60
RECVbuf	3	1	29
RECVbuf	3	1	30
RECVbuf	3	1	31
RECVbuf	3	1	32

# 実行結果 (PE#1)

## PE#2

<u>57</u>	<u>58</u>	<u>59</u>	<u>60</u>
<u>49</u>	<u>50</u>	<u>51</u>	<u>52</u>
<u>41</u>	<u>42</u>	<u>43</u>	<u>44</u>
<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>

## PE#3

<u>61</u>	<u>62</u>	<u>63</u>	<u>64</u>
<u>53</u>	<u>54</u>	<u>55</u>	<u>56</u>
<u>45</u>	<u>46</u>	<u>47</u>	<u>48</u>
<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>	<u>40</u>

<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>

<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>
<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>
<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>

## PE#0

## PE#1

RECVbuf	0	1	5
RECVbuf	0	1	13
RECVbuf	0	1	21
RECVbuf	0	1	29
RECVbuf	0	2	33
RECVbuf	0	2	34
RECVbuf	0	2	35
RECVbuf	0	2	36
<b>RECVbuf</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>4</b>
<b>RECVbuf</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>12</b>
<b>RECVbuf</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>20</b>
<b>RECVbuf</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>28</b>
<b>RECVbuf</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>37</b>
<b>RECVbuf</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>38</b>
<b>RECVbuf</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>39</b>
<b>RECVbuf</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>40</b>
RECVbuf	2	3	37
RECVbuf	2	3	45
RECVbuf	2	3	53
RECVbuf	2	3	61
RECVbuf	2	0	25
RECVbuf	2	0	26
RECVbuf	2	0	27
RECVbuf	2	0	28
RECVbuf	3	2	36
RECVbuf	3	2	44
RECVbuf	3	2	52
RECVbuf	3	2	60
RECVbuf	3	1	29
RECVbuf	3	1	30
RECVbuf	3	1	31
RECVbuf	3	1	32

# 実行結果 (PE#2)

## PE#2

<u>57</u>	<u>58</u>	<u>59</u>	<u>60</u>
<u>49</u>	<u>50</u>	<u>51</u>	<u>52</u>
<u>41</u>	<u>42</u>	<u>43</u>	<u>44</u>
<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>

## PE#3

<u>61</u>	<u>62</u>	<u>63</u>	<u>64</u>
<u>53</u>	<u>54</u>	<u>55</u>	<u>56</u>
<u>45</u>	<u>46</u>	<u>47</u>	<u>48</u>
<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>	<u>40</u>

RECVbuf	0	1	5
RECVbuf	0	1	13
RECVbuf	0	1	21
RECVbuf	0	1	29
RECVbuf	0	2	33
RECVbuf	0	2	34
RECVbuf	0	2	35
RECVbuf	0	2	36

RECVbuf	1	0	4
RECVbuf	1	0	12
RECVbuf	1	0	20
RECVbuf	1	0	28
RECVbuf	1	3	37
RECVbuf	1	3	38
RECVbuf	1	3	39
RECVbuf	1	3	40

RECVbuf	2	3	37
RECVbuf	2	3	45
RECVbuf	2	3	53
RECVbuf	2	3	61
RECVbuf	2	0	25
RECVbuf	2	0	26
RECVbuf	2	0	27
RECVbuf	2	0	28

RECVbuf	3	2	36
RECVbuf	3	2	44
RECVbuf	3	2	52
RECVbuf	3	2	60
RECVbuf	3	1	29
RECVbuf	3	1	30
RECVbuf	3	1	31
RECVbuf	3	1	32

<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>

<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>
<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>
<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>

## PE#0

## PE#1

# 実行結果 (PE#3)

## PE#2

<u>57</u>	<u>58</u>	<u>59</u>	<u>60</u>
<u>49</u>	<u>50</u>	<u>51</u>	<u>52</u>
<u>41</u>	<u>42</u>	<u>43</u>	<u>44</u>
<u>33</u>	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>

<u>25</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>
<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>

## PE#0

## PE#3

<u>61</u>	<u>62</u>	<u>63</u>	<u>64</u>
<u>53</u>	<u>54</u>	<u>55</u>	<u>56</u>
<u>45</u>	<u>46</u>	<u>47</u>	<u>48</u>
<u>37</u>	<u>38</u>	<u>39</u>	<u>40</u>

<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	<u>32</u>
<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>
<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>

## PE#1

RECVbuf	0	1	5
RECVbuf	0	1	13
RECVbuf	0	1	21
RECVbuf	0	1	29
RECVbuf	0	2	33
RECVbuf	0	2	34
RECVbuf	0	2	35
RECVbuf	0	2	36
RECVbuf	1	0	4
RECVbuf	1	0	12
RECVbuf	1	0	20
RECVbuf	1	0	28
RECVbuf	1	3	37
RECVbuf	1	3	38
RECVbuf	1	3	39
RECVbuf	1	3	40
RECVbuf	2	3	37
RECVbuf	2	3	45
RECVbuf	2	3	53
RECVbuf	2	3	61
RECVbuf	2	0	25
RECVbuf	2	0	26
RECVbuf	2	0	27
RECVbuf	2	0	28
RECVbuf	3	2	36
RECVbuf	3	2	44
RECVbuf	3	2	52
RECVbuf	3	2	60
RECVbuf	3	1	29
RECVbuf	3	1	30
RECVbuf	3	1	31
RECVbuf	3	1	32

# 初期全体メッシュ

**演習**

<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>
<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>



#PE2

<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>
<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	

#PE1

<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>
<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>
<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
	<u>4</u>	<u>5</u>

#PE0

<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>		
<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>

## 3領域に分割

#PE2

<b>7</b> <u>21</u>	<b>8</b> <u>22</u>	<b>9</b> <u>23</u>	<b>15</b> <u>24</u>
<b>4</b> <u>16</u>	<b>5</b> <u>17</u>	<b>6</b> <u>18</u>	<b>14</b> <u>19</u>
<b>1</b> <u>11</u>	<b>2</b> <u>12</u>	<b>3</b> <u>13</u>	<b>13</b> <u>14</u>
<b>10</b> <u>6</u>	<b>11</b> <u>7</u>	<b>12</b> <u>8</u>	

#PE1

<b>14</b> <u>23</u>	<b>7</b> <u>24</u>	<b>8</b> <u>25</u>
<b>13</b> <u>18</u>	<b>5</b> <u>19</u>	<b>6</b> <u>20</u>
<b>12</b> <u>13</u>	<b>3</b> <u>14</u>	<b>4</b> <u>15</u>
<b>11</b> <u>8</u>	<b>1</b> <u>9</u>	<b>2</b> <u>10</u>
	<b>9</b> <u>4</u>	<b>10</b> <u>5</u>

#PE0

<b>11</b> <u>11</u>	<b>12</b> <u>12</u>	<b>13</b> <u>13</u>		
<b>6</b> <u>6</u>	<b>7</b> <u>7</u>	<b>8</b> <u>8</u>	<b>9</b> <u>9</u>	<b>10</b> <u>10</u>
<b>1</b> <u>1</u>	<b>2</b> <u>2</u>	<b>3</b> <u>3</u>	<b>4</b> <u>4</u>	<b>5</b> <u>5</u>

# PE#0: 局所分散データ (sqm.0)

## ○の部分をうめよ!

**演習**
**#PE2**

7 21	8 22	9 23	15 24
4 16	5 17	6 18	14 19
1 11	2 12	3 13	13 14
10 6	11 7	12 8	

**#PE1**

14 23	7 24	8 25
13 18	5 19	6 20
12 13	3 14	4 15
11 8	1 9	2 10
	9 4	10 5

**#PE0**

11 11	12 12	13 13		
6 6	7 7	8 8	9 9	10 10
1 1	2 2	3 3	4 4	5 5

```
#NEIBPEtot
  2
#NEIBPE
  1   2
#NODE
  ○   ○
#IMPORTindex
  ○   ○
#IMPORTitems
  ○...
#EXPORTindex
  ○   ○
#EXPORTitems
  ○...
```

# PE#1 : 局所分散データ (sqm.1)

## ○の部分をうめよ!

**演習**
**#PE2**

7 21	8 22	9 23	15 24
4 16	5 17	6 18	14 19
1 11	2 12	3 13	13 14
10 6	11 7	12 8	

**#PE1**

14 23	7 24	8 25
13 18	5 19	6 20
12 13	3 14	4 15
11 8	1 9	2 10
	9 4	10 5

**#PE0**

11 11	12 12	13 13		
6 6	7 7	8 8	9 9	10 10
1 1	2 2	3 3	4 4	5 5

```

#NEIBPEtot
  2
#NEIBPE
  0   2
#NODE
  ○   ○
#IMPORTindex
  ○   ○
#IMPORTitems
  ○...
#EXPORTindex
  ○   ○
#EXPORTitems
  ○...

```

# PE#2: 局所分散データ (sqm.2)

## ○の部分をつめよ!

演習

#PE2

7 21	8 22	9 23	15 24
4 16	5 17	6 18	14 19
1 11	2 12	3 13	13 14
10 6	11 7	12 8	

#PE1

14 23	7 24	8 25
13 18	5 19	6 20
12 13	3 14	4 15
11 8	1 9	2 10
	9 4	10 5

#PE0

11 11	12 12	13 13		
6 6	7 7	8 8	9 9	10 10
1 1	2 2	3 3	4 4	5 5

```
#NEIBPEtot
  2
#NEIBPE
  1  0
#NODE
  ○  ○
#IMPORTindex
  ○  ○
#IMPORTitems
  ○...
#EXPORTindex
  ○  ○
#EXPORTitems
  ○...
```

# 作業手順

```
>$ cd <$FVM>/local/3pe
```

```
>$ cp ../4pe/a.out          先ほどsq-sr1.f/cをコンパイルしたもの
```

```
>$ ls
```

```
  a.out  sq.0  sq.1  sq.2
```

sqm.0, sqm.1, sqm.2を自分で作成する(手作業)

```
>$ qsub go.sh
```

とやって動作を確認する

# 作業用ディレクトリの中身

#PE2

<b>7</b> 21	<b>8</b> 22	<b>9</b> 23	<b>15</b> 24
<b>4</b> 16	<b>5</b> 17	<b>6</b> 18	<b>14</b> 19
<b>1</b> 11	<b>2</b> 12	<b>3</b> 13	<b>13</b> 14
<b>10</b> 6	<b>11</b> 7	<b>12</b> 8	

#PE1

<b>14</b> 23	<b>7</b> 24	<b>8</b> 25
<b>13</b> 18	<b>5</b> 19	<b>6</b> 20
<b>12</b> 13	<b>3</b> 14	<b>4</b> 15
<b>11</b> 8	<b>1</b> 9	<b>2</b> 10
	<b>9</b> 4	<b>10</b> 5

sq.0

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8

sq.1

9  
10  
14  
15  
19  
20  
24  
25

sq.2

11  
12  
13  
16  
17  
18  
21  
22  
23

#PE0

<b>11</b> 11	<b>12</b> 12	<b>13</b> 13		
<b>6</b> 6	<b>7</b> 7	<b>8</b> 8	<b>9</b> 9	<b>10</b> 10
<b>1</b> 1	<b>2</b> 2	<b>3</b> 3	<b>4</b> 4	<b>5</b> 5

演習

#PE2

<b>7</b> <u>21</u>	<b>8</b> <u>22</u>	<b>9</b> <u>23</u>	<b>15</b> <u>24</u>
<b>4</b> <u>16</u>	<b>5</b> <u>17</u>	<b>6</b> <u>18</u>	<b>14</b> <u>19</u>
<b>1</b> <u>11</u>	<b>2</b> <u>12</u>	<b>3</b> <u>13</u>	<b>13</b> <u>14</u>
<b>10</b> <u>6</u>	<b>11</b> <u>7</u>	<b>12</b> <u>8</u>	

#PE1

<b>14</b> <u>23</u>	<b>7</b> <u>24</u>	<b>8</b> <u>25</u>
<b>13</b> <u>18</u>	<b>5</b> <u>19</u>	<b>6</b> <u>20</u>
<b>12</b> <u>13</u>	<b>3</b> <u>14</u>	<b>4</b> <u>15</u>
<b>11</b> <u>8</u>	<b>1</b> <u>9</u>	<b>2</b> <u>10</u>
	<b>9</b> <u>4</u>	<b>10</b> <u>5</u>

#PE0

<b>11</b> <u>11</u>	<b>12</b> <u>12</u>	<b>13</b> <u>13</u>		
<b>6</b> <u>6</u>	<b>7</b> <u>7</u>	<b>8</b> <u>8</u>	<b>9</b> <u>9</u>	<b>10</b> <u>10</u>
<b>1</b> <u>1</u>	<b>2</b> <u>2</u>	<b>3</b> <u>3</u>	<b>4</b> <u>4</u>	<b>5</b> <u>5</u>



# 手順

- 内点数, 外点数
- 外点がどこから来ているか?
  - IMPORTindex, IMPORTitems
  - NEIBPEの順番
- それを逆にたどって, 境界点の送信先を調べる
  - EXPORTindex, EXPORTitems
  - NEIBPEの順番
- <http://nkl.cc.u-tokyo.ac.jp/seminars/T2Kfvm/>

# 有限体積法 (FVM) の並列計算向け 局所分散データ構造

- 有限体積法 (FVM) については領域間通信はこのような局所分散データによって実施可能
  - SPMD
  - 内点～外点の順に「局所」番号付け
  - 通信テーブル: 一般化された通信テーブル
    - 有限要素法等疎行列を係数行列とするアプリケーションについては同様の手法で並列化可能
- 適切なデータ構造が定められれば、処理は非常に簡単。
  - 送信バッファに「境界点」の値を代入
  - 送信, 受信
  - 受信バッファの値を「外点」の値として更新

- データ構造とアルゴリズム：局所分散データ
- FVMにおける並列計算と局所分散データ構造の考え方
- **領域分割手法について**
- eps\_fvmにおける領域分割機能：eps\_fvm\_part
- eps\_fvm「並列化」に向けて

# 領域分割機能: Partitioner

初期全体メッシュデータを与えることによって、  
自動的に局所分散データを生成する

- 内点, 外点
  - 局所分散メッシュデータ
  - 内点～外点となるように局所番号をつける
- 通信テーブルの一般的な形
  - 隣接領域情報
    - 隣接領域数
    - 隣接領域番号
  - 外点情報
    - どの領域から, 何個の, どの外点の情報を「import」するか
  - 境界点情報
    - 何個の, どの境界点の情報を, どの領域に「export」するか

# Partitioning とは？

- Graph/Graphic Partitioningの略
- 並列計算のための領域分割を実現するための手法
- 1PEでは計算できないような巨大な全体領域を局所データに分割する

# Graph/Graphic Partitioning とは？

Graph/Graphic Partitioningとは「グラフ」（*graphs*：節点と辺の集合）に関する「グラフ理論」を並列計算における領域分割に応用した手法である

一筆書き，四色問題

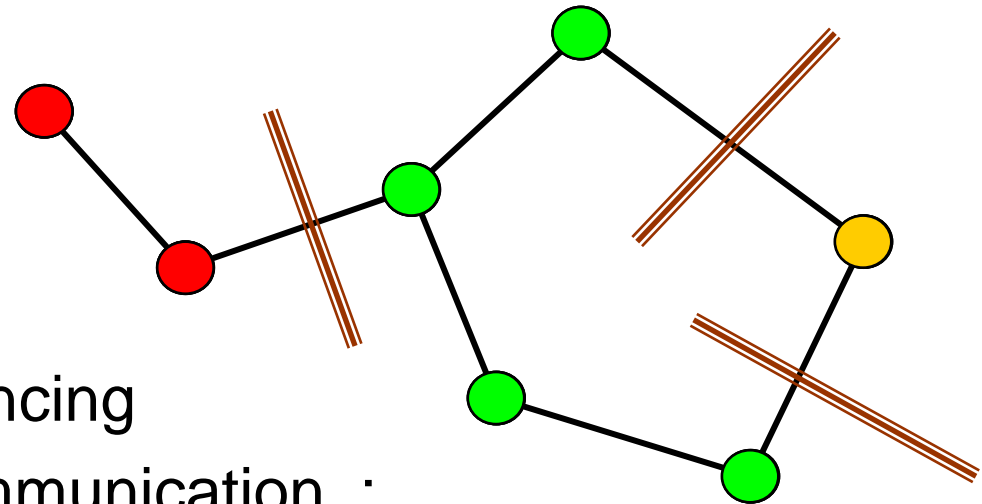
## 良い領域分割

領域間の負荷均等：Load balancing

領域間通信量最小：Small Communication：

前処理つき反復法の収束に影響

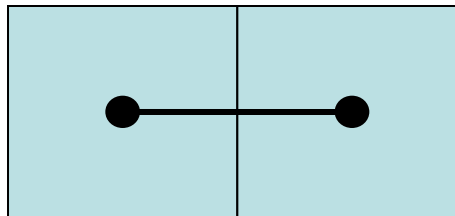
隣接領域数最小



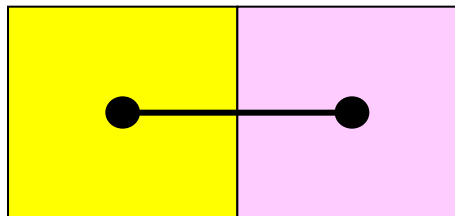
# EDGE-CUTとは？

- 辺の両端の節点（または要素）が異なった領域に属している場合、「EDGE-CUTが生じている。」という。
- EDGE-CUTが少ないほど、通信は少ない。

EDGE-CUT無し



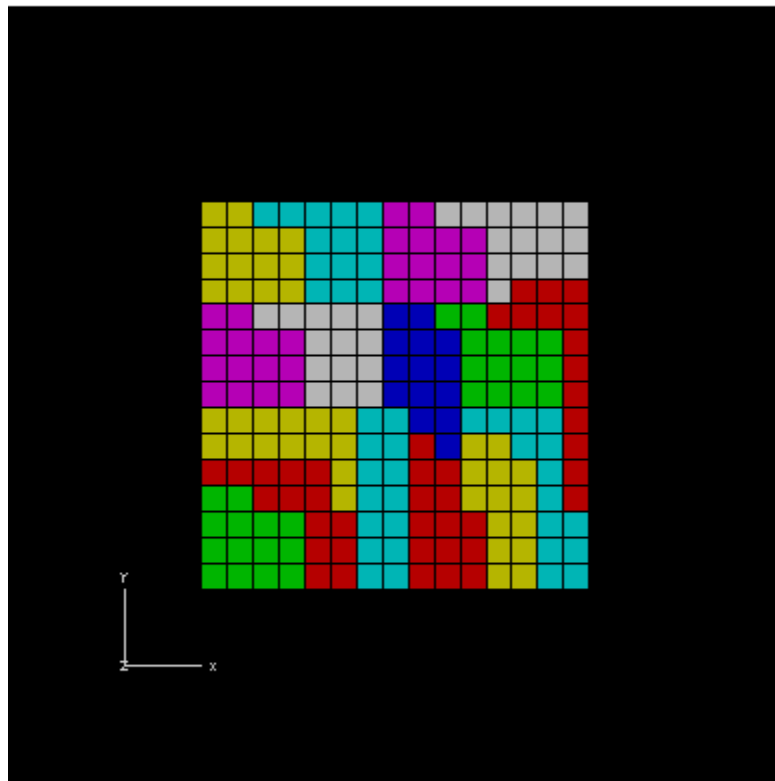
EDGE-CUT有り



# Partitioning の反復法収束への影響

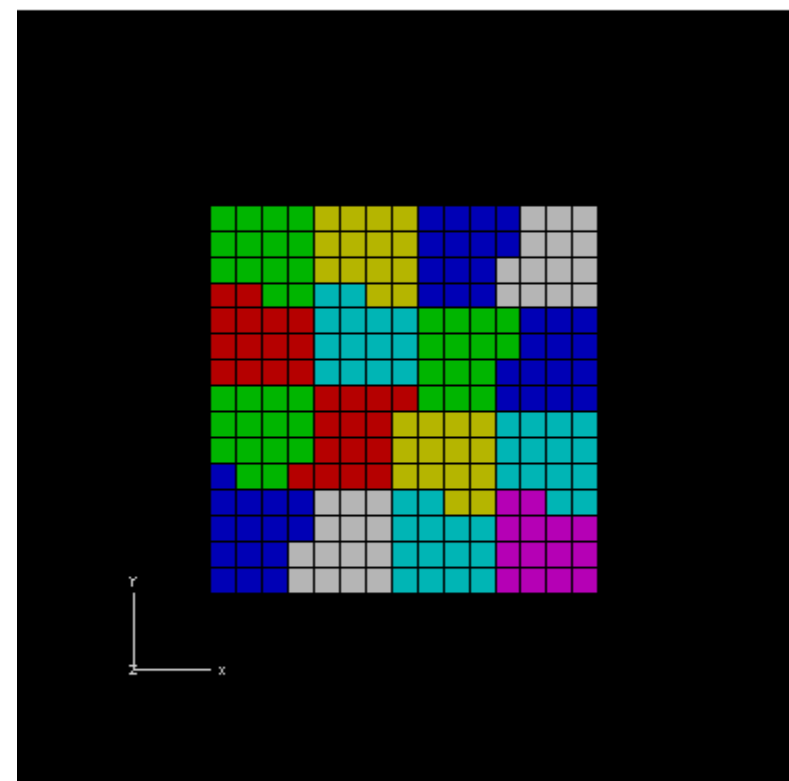
15 × 15領域を16分割：負荷バランスは取れている

Edge-Cut多い



RGB

Edge-Cut少ない



RSB

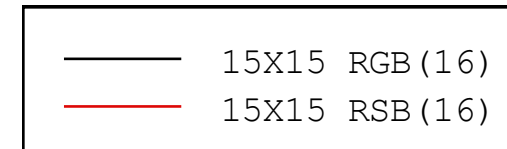
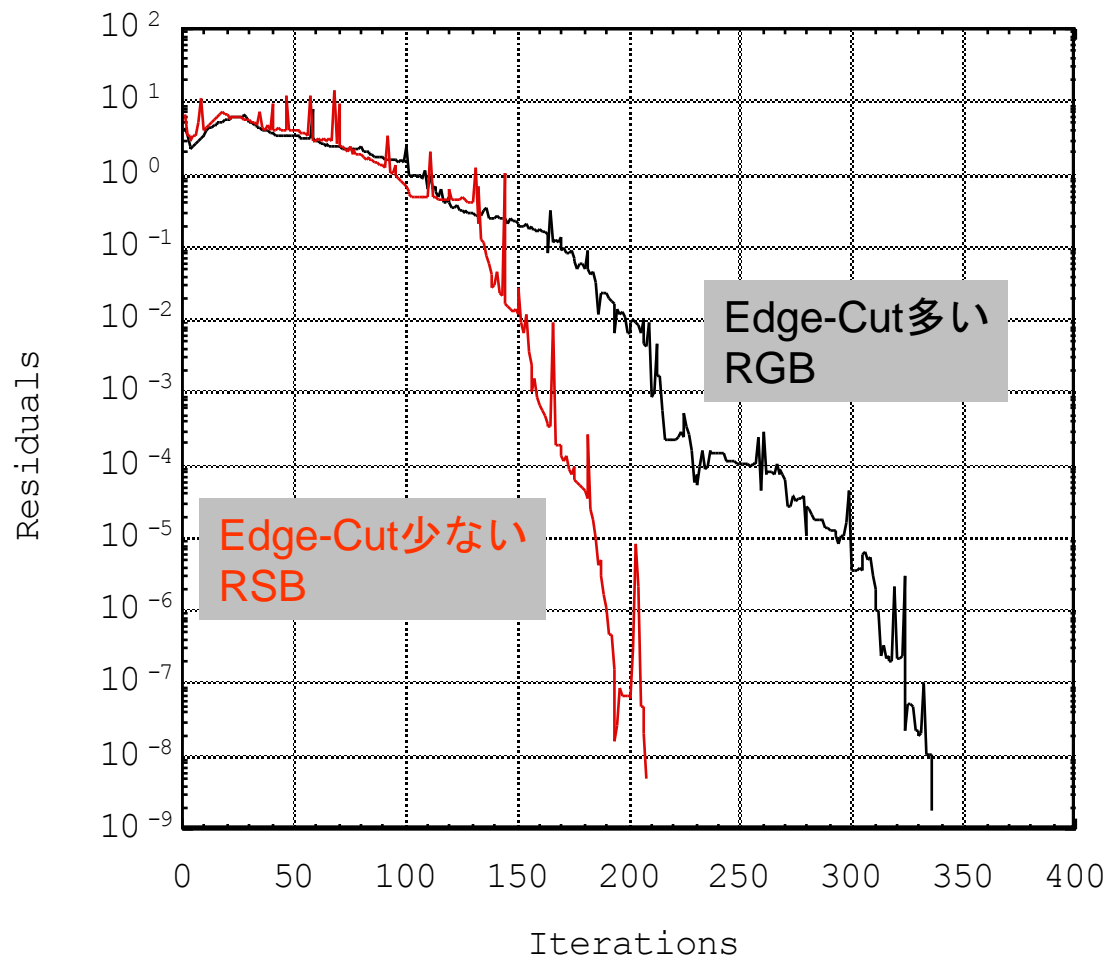


# Partitioning の反復法収束への影響

BiCGSTAB with Localized ILU(0) Preconditioning

15X15 region, RGB/RSB for 16 PE's, Poisson eqn's

Edge-Cutが少ないほど（通信が少ないほど）収束は速い



	<b>RGB</b>	<b>RSB</b>
Neighboring PEs (Ave., max)	3.63, 7	3.63, 6
Boundary Edges (Ave, max)	15.1, 19	12.5, 18

1996年2月頃  
やった計算

# Partitioning手法

- 数年前まで多くの研究グループがあったが今は, **MeTiS** (ミネソタ大学) と **JOSTLE** (グリニッジ大学) にほぼ集約
- **MeTiS: Univ. Minnesota**
  - <http://glaros.dtc.umn.edu/gkhome/views/metis/>
- **JOSTLE: Univ. Greenwich**
  - <http://staffweb.cms.gre.ac.uk/~c.walshaw/jostle/>
- **Scotch/PT-Scotch: 比較的最近**
  - <http://www.labri.fr/perso/pelegrin/scotch/>

# 「eps\_fvm」のPartitioningツール

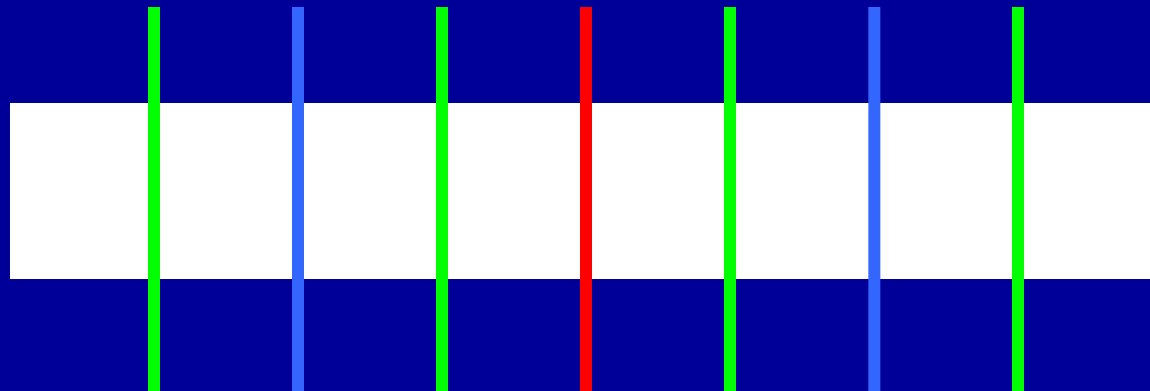
- 全体メッシュデータを対象とした簡易ツールを準備。
  - シリアル処理
- 全体メッシュデータを入力として、局所データ、通信情報  
を出力する。
- 分割手法
  - RCB (Recursive Coordinate Bisection) 法
  - METIS
    - kmetis            領域間通信最小 (edge-cut最小)
    - pmetis            領域間バランス最適化

# RCB法

## Recursive Coordinate Bisection

H.D.Simon "Partitioning of unstructured problems for parallel processing", Comp. Sys. in Eng., Vol.2, 1991.

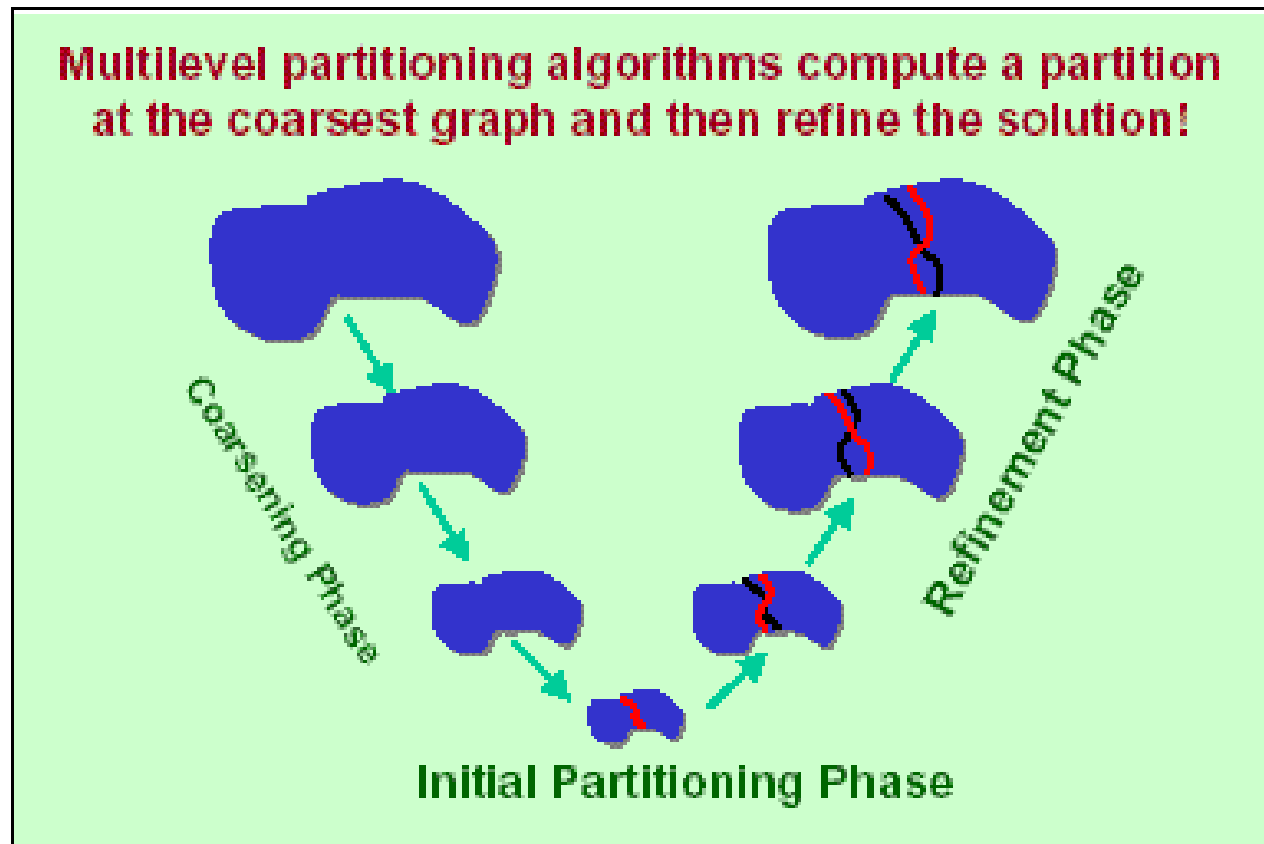
- XYZ座標成分の大小をとりながら分割
- 分割基準軸は形状に応じて任意に選択できる
- たとえば細長い形状では同じ方向への分割を続ける
- 2<sup>n</sup>領域の分割しかできない
- 高速, 簡易形状ではMETISより良い



# METIS

<http://glaros.dtc.umn.edu/gkhome/views/metis/>

- マルチレベルグラフ理論に基づいた方法



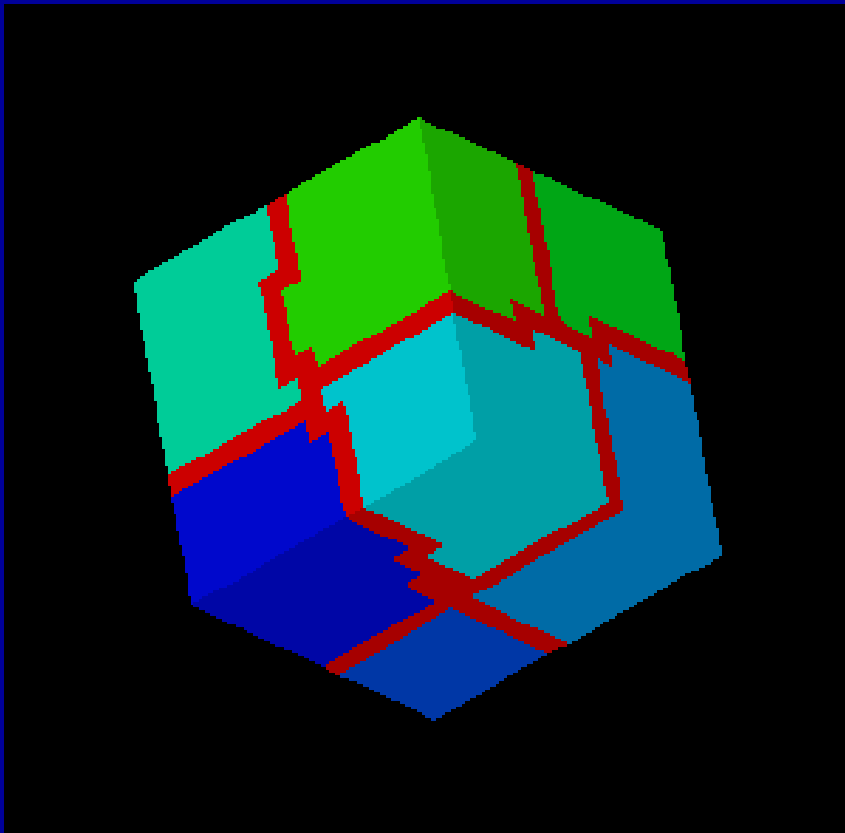
# METIS

<http://glaros.dtc.umn.edu/gkhome/views/metis/>

- マルチレベルグラフ理論に基づいた方法
  - 特に通信 (edge-cut) が少ない分割を提供する
  - 安定, 高速
  - フリーウェア, 他のプログラムに組み込むことも容易
- 色々な種類がある
  - k-METIS      通信量 (edge-cut) 最小
  - p-METIS      領域間バランス最適化
  - ParMETIS     並列版
  - 領域分割だけでなく, オーダリング, データマイニングなど色々な分野に使用されている
    - 接触, 衝突問題における並列接触面探索

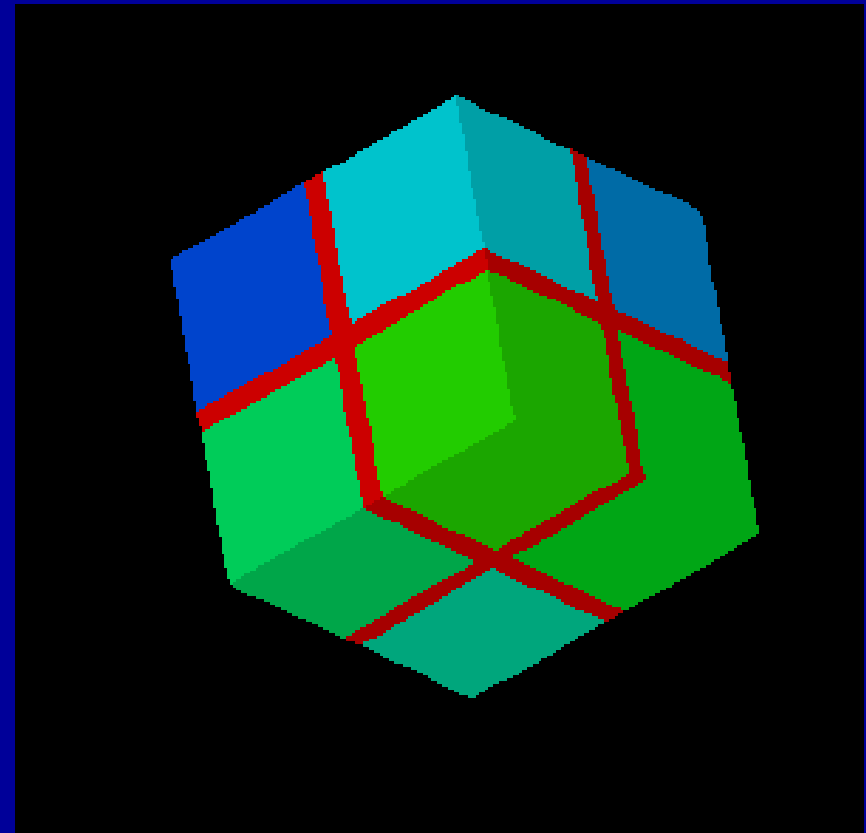
# 領域分割例：立方体領域：8分割

3,375要素 ( $=15^3$ ), 4,096節点  
単純な形状ではむしろRCBが良い



**k-METIS**

edgecut = 882



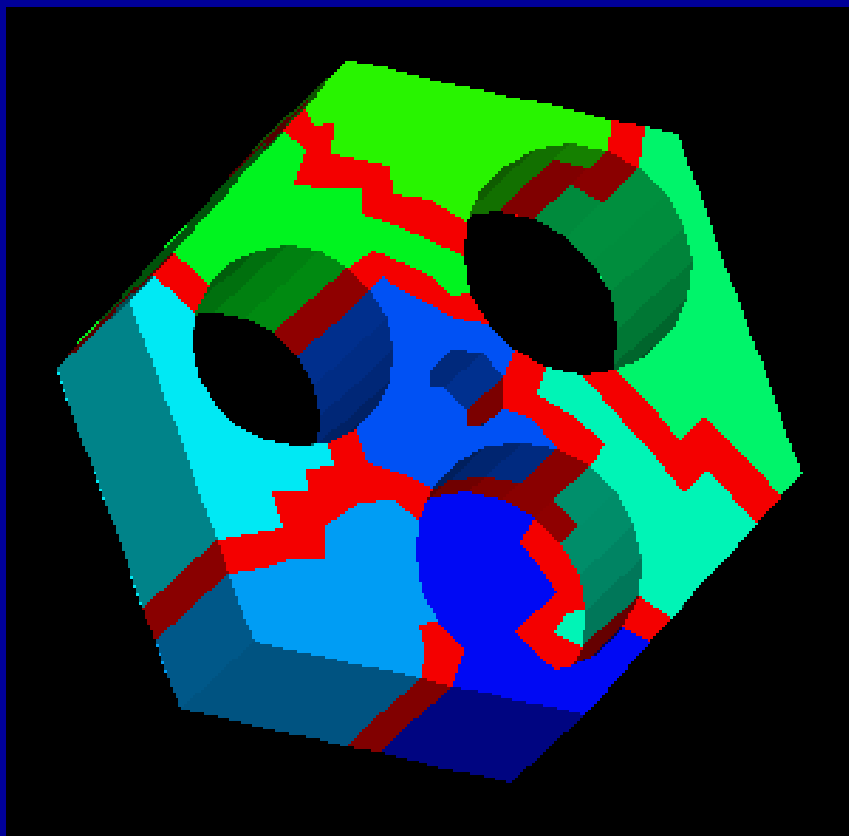
**RCB**

edgecut = 768

# 領域分割例：黒鉛ブロック：8分割

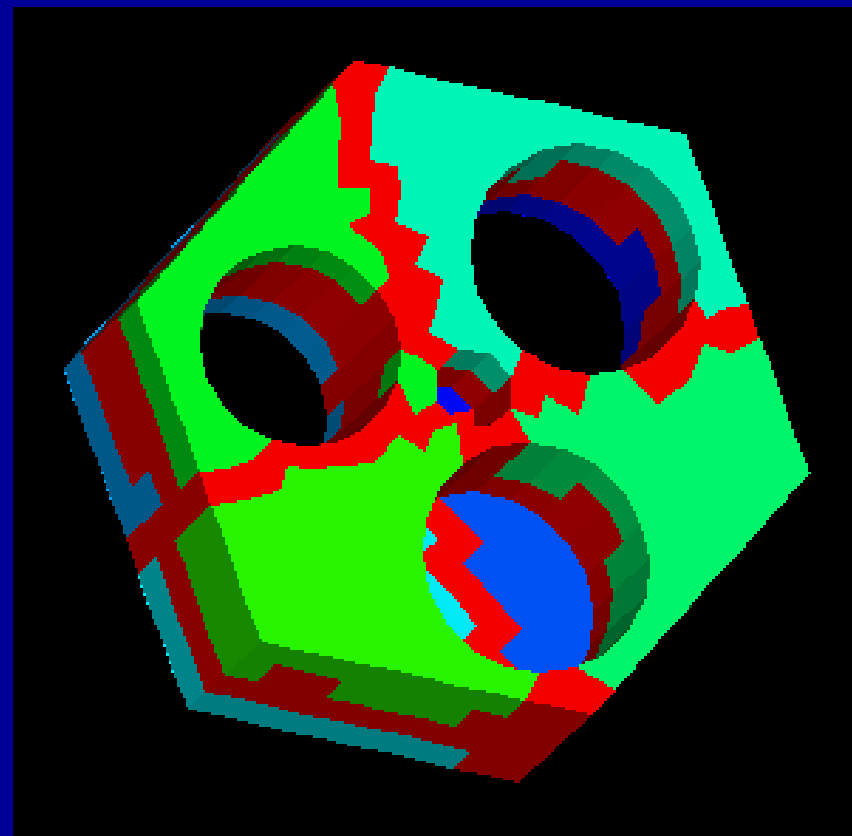
795要素, 1,308節点

複雑形状ではMETISが良い：Overlap領域細かい



**k-METIS**

edgcut = 307



**RCB**

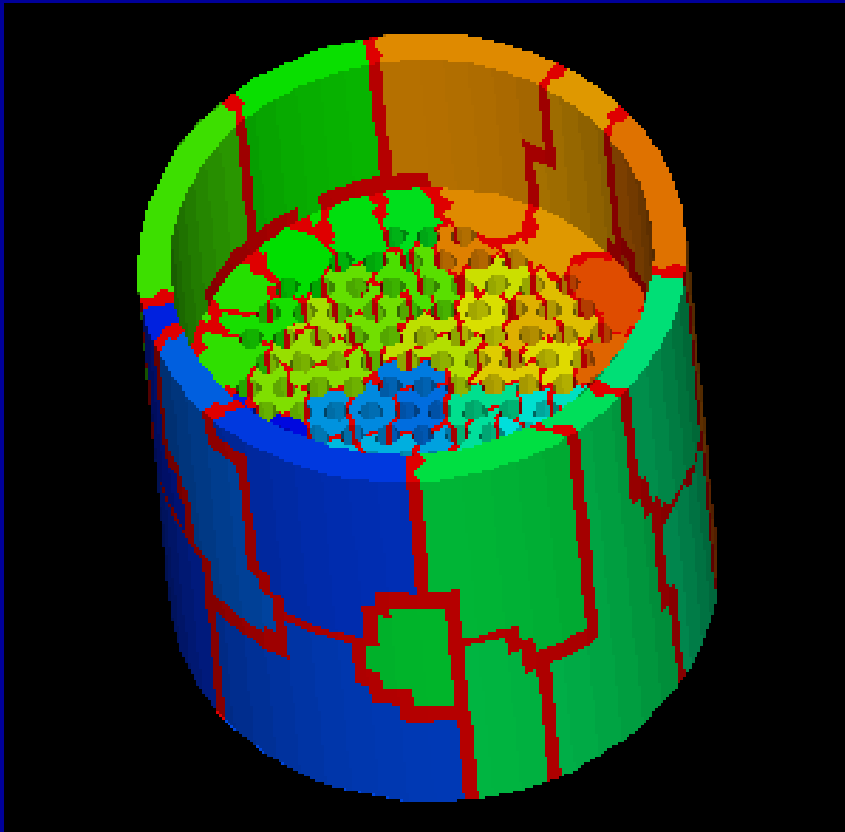
edgcut = 614



# 領域分割例：管板：64分割

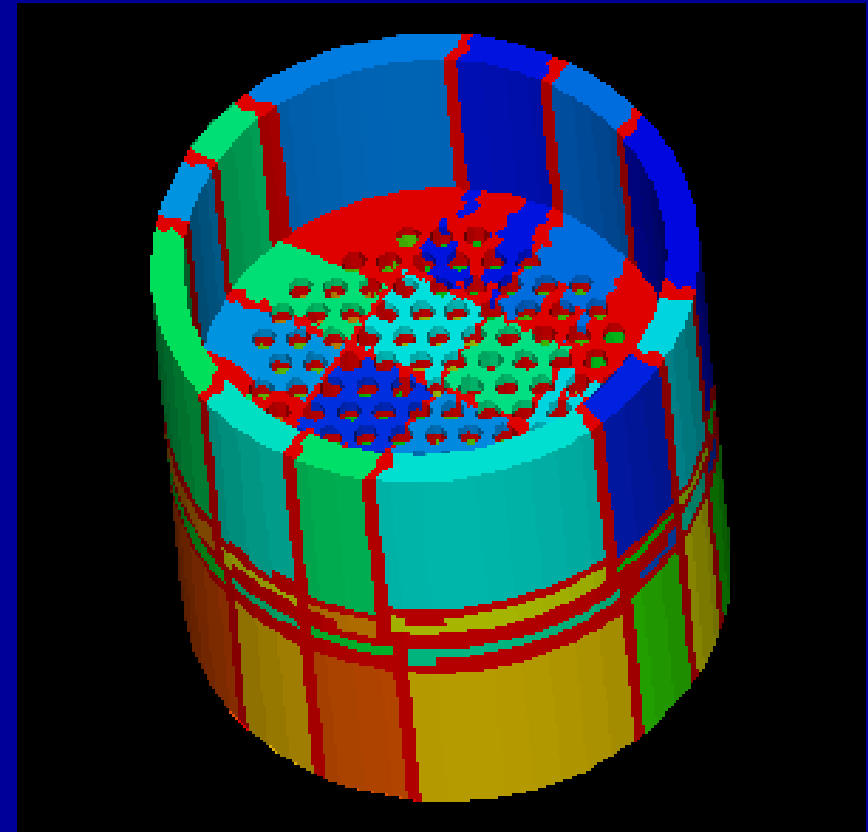
40,416要素, 54,084節点

複雑形状ではMETISが良い：EdgeCut少ない



**k-METIS**

edgecut = 9,489



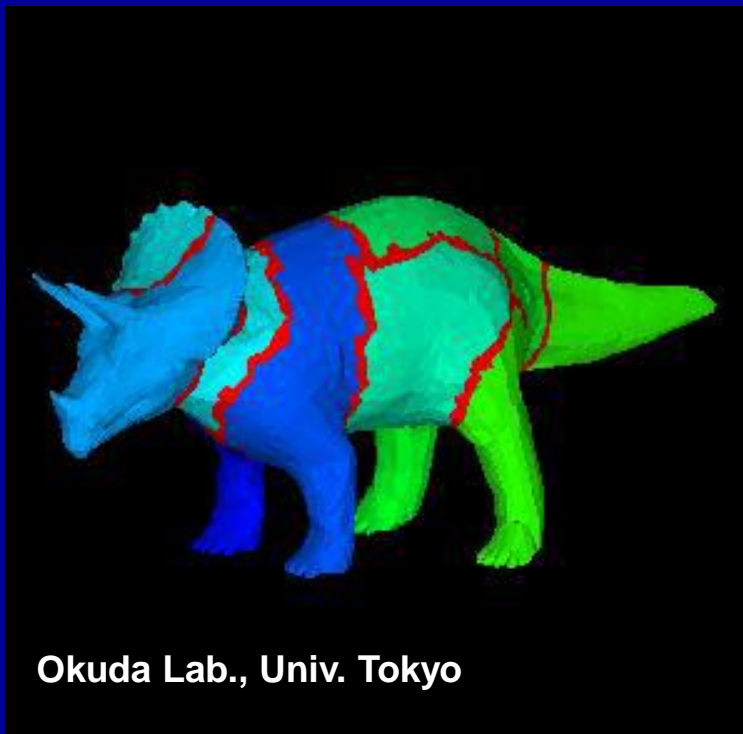
**RCB**

edgecut = 28,320

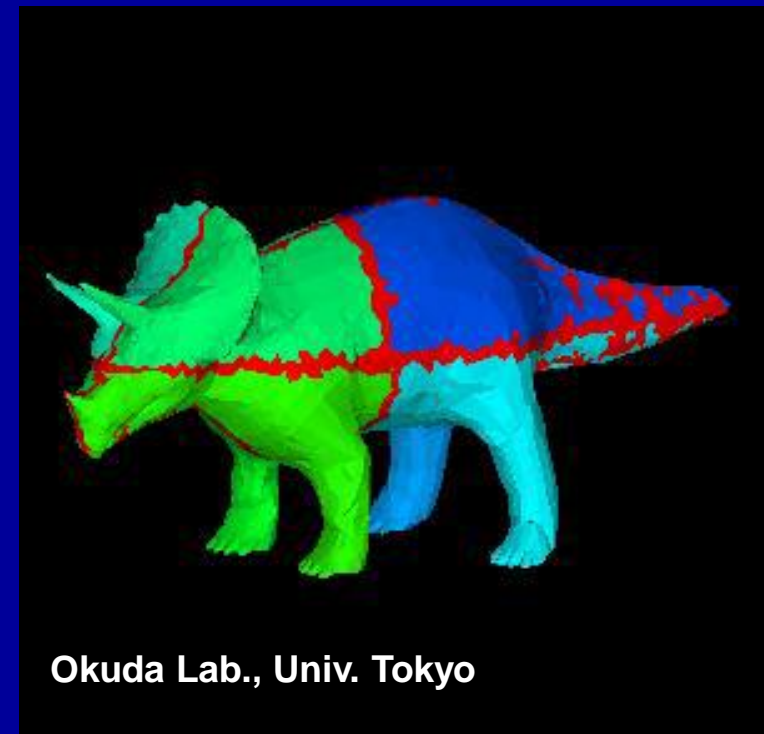
# Strange Animal in 8 PEs

53,510 elements, 11,749 nodes.

METIS is better for complicated geometries.



**k-METIS**  
edgecut = 4,573

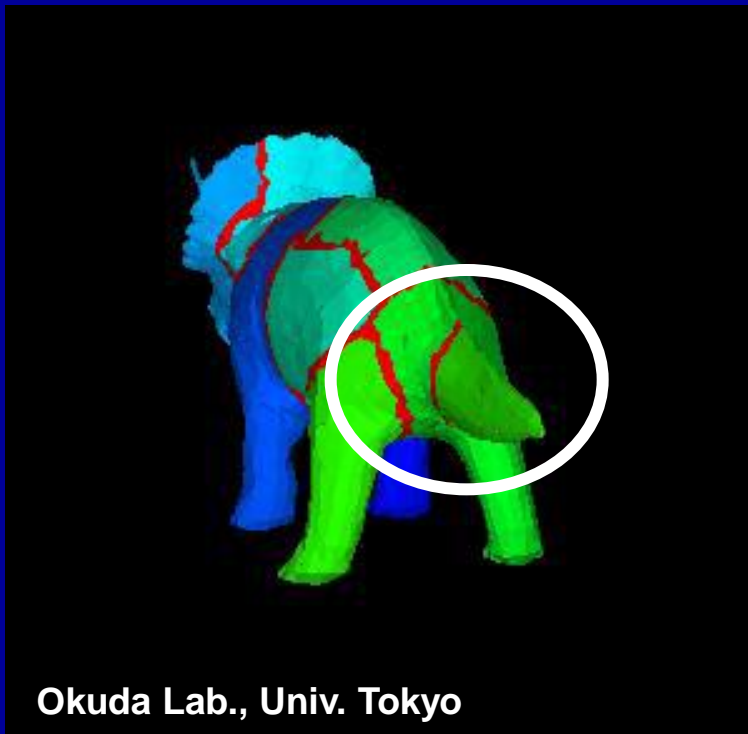


**RCB**  
edgecut = 7,898

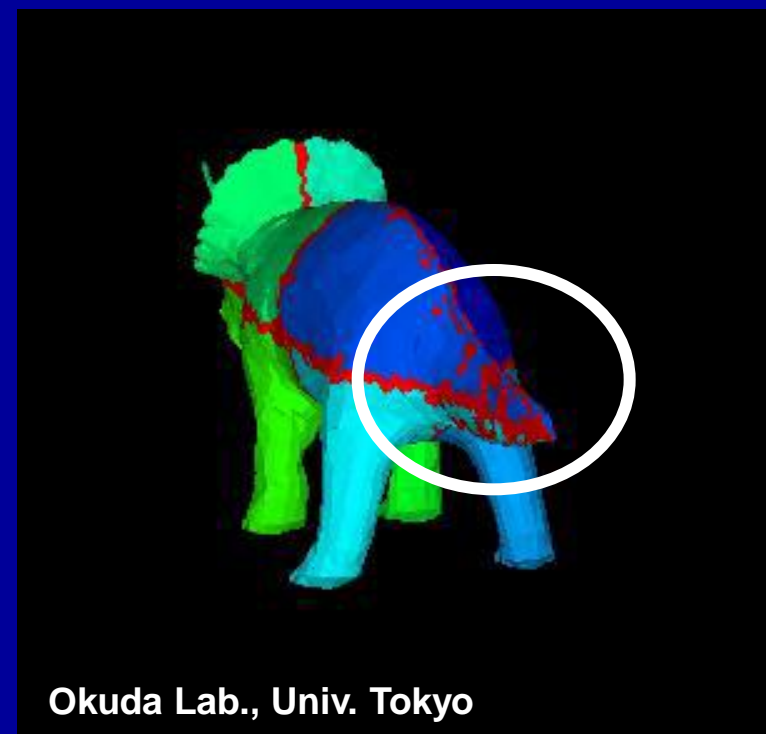
# Strange Animal in 8 PEs

53,510 elements, 11,749 nodes.

METIS is better for complicated geometries.



**k-METIS**  
edgecut = 4,573

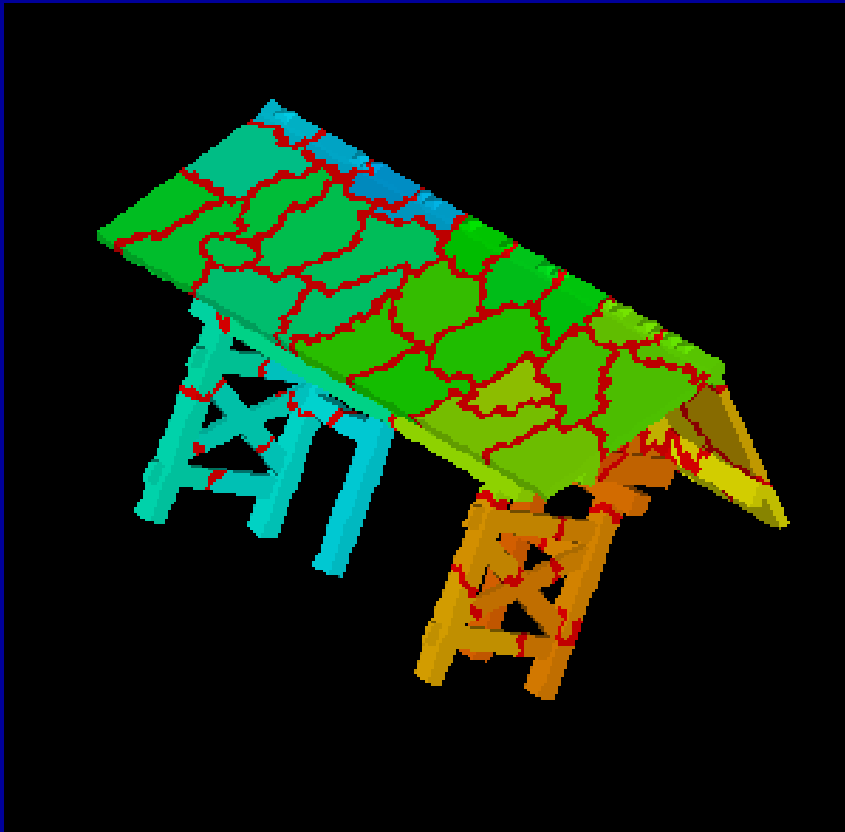


**RCB**  
edgecut = 7,898

# 領域分割例：東大赤門：64分割

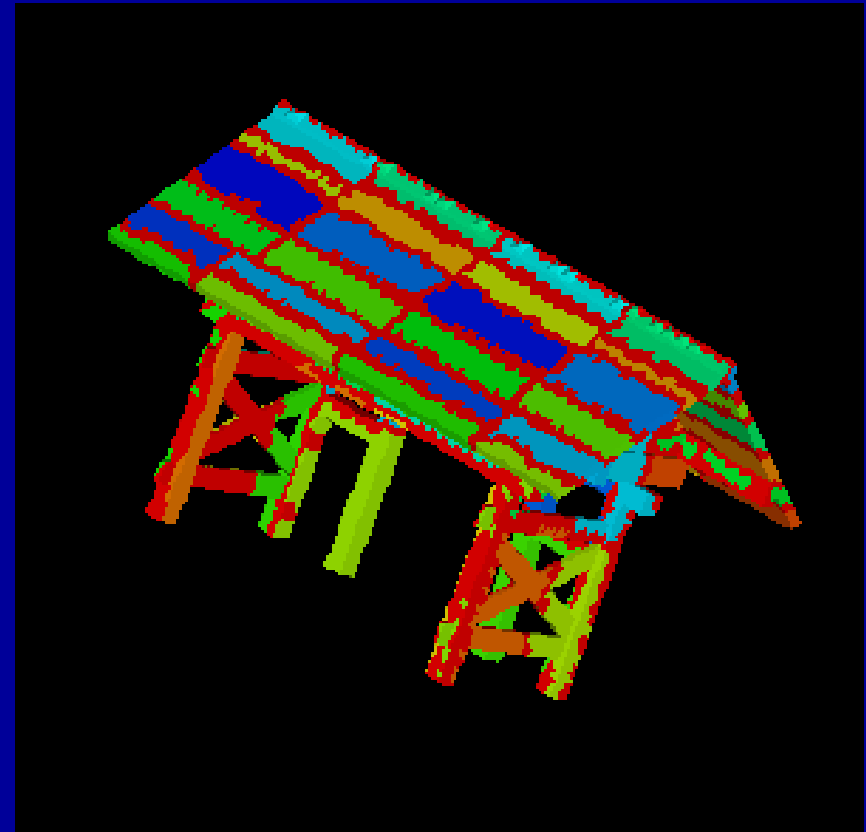
40,624要素, 54,659節点

複雑形状ではMETISが良い：EdgeCut少ない



**k-METIS**

edgecut = 7,563



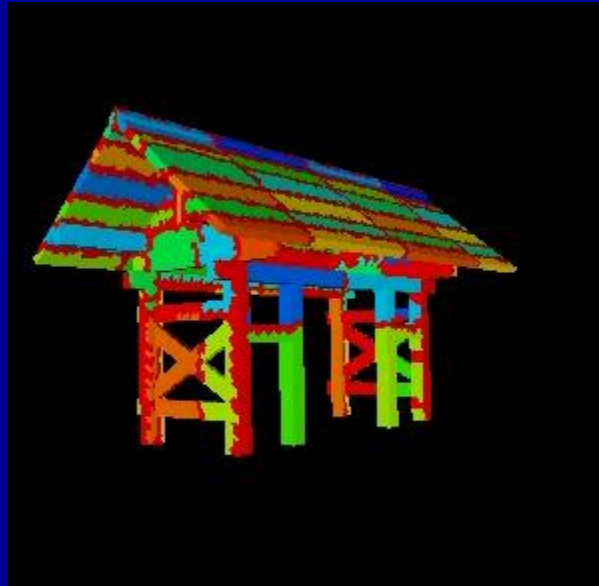
**RCB**

edgecut = 18,624

# 領域分割例：東大赤門：64分割

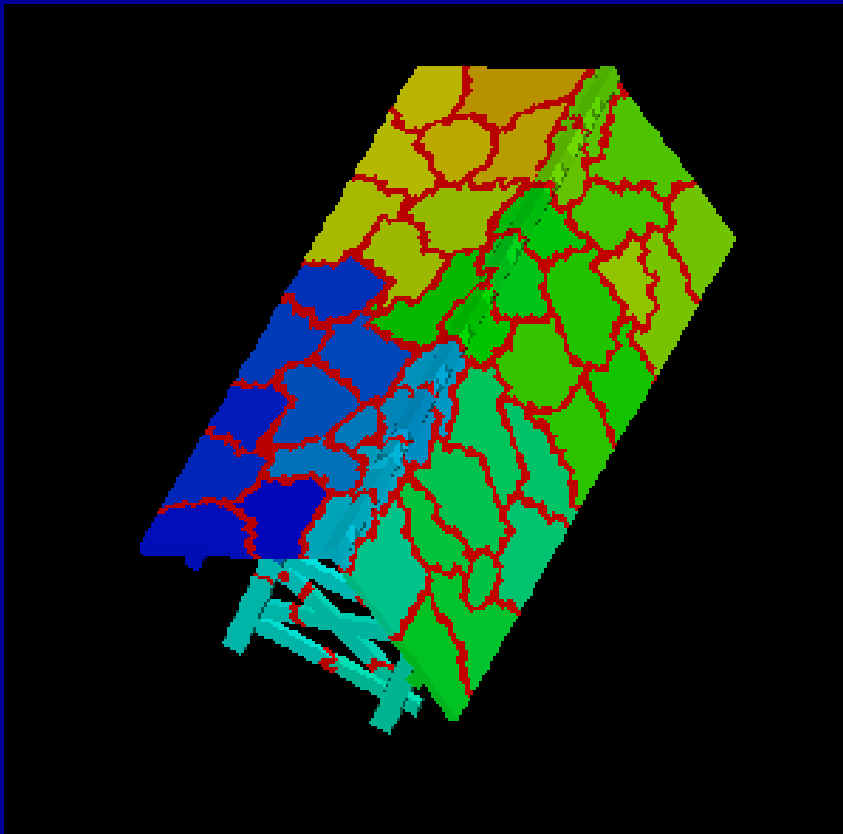
40,624要素, 54,659節点

複雑形状ではMETISが良い：EdgeCut少ない



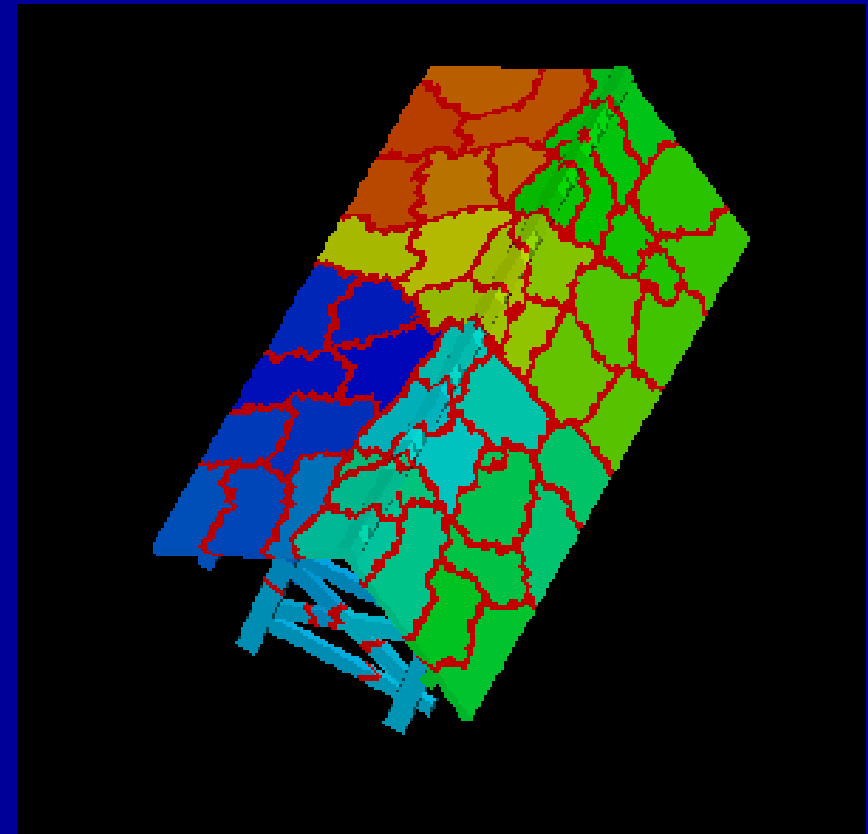
# 領域分割例：東大赤門：64分割

40,624要素, 54,659節点



**k-METIS**

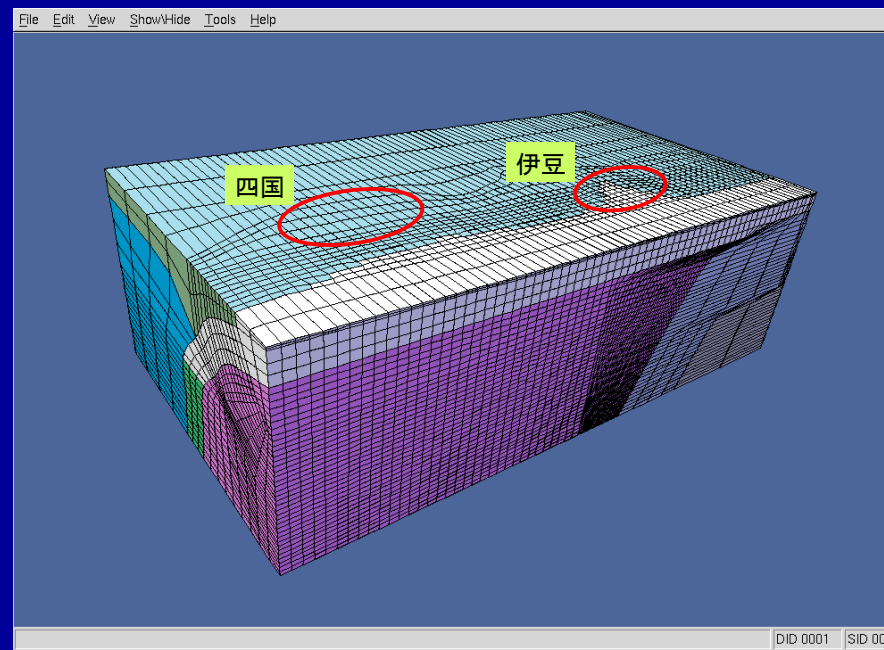
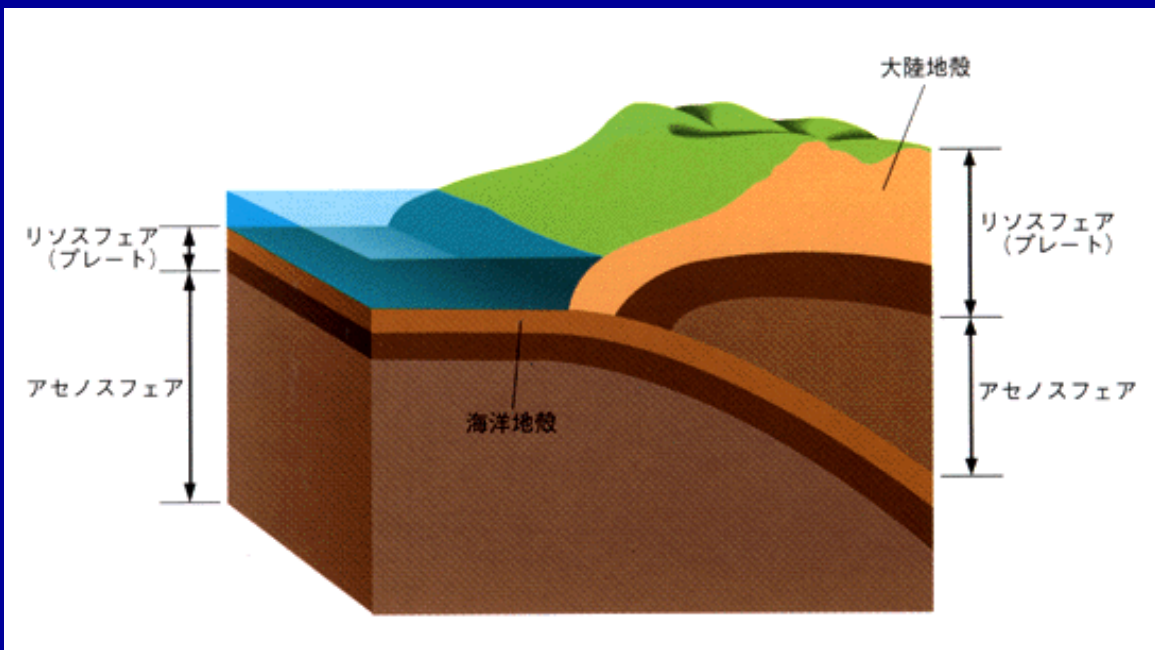
Load Balance= 1.03  
edgecut = 7,563



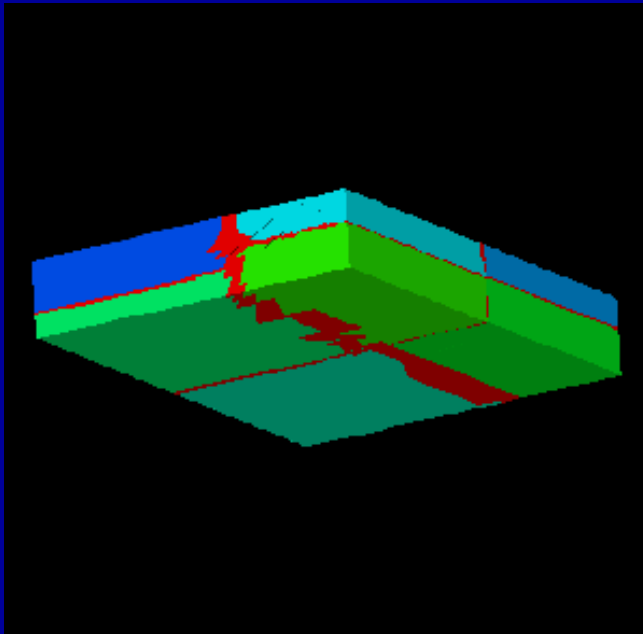
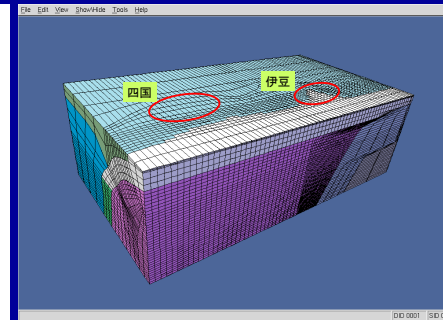
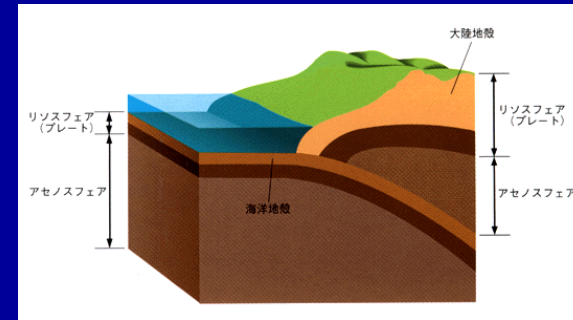
**p-METIS**

Load Balance= 1.00  
edgecut = 7,738

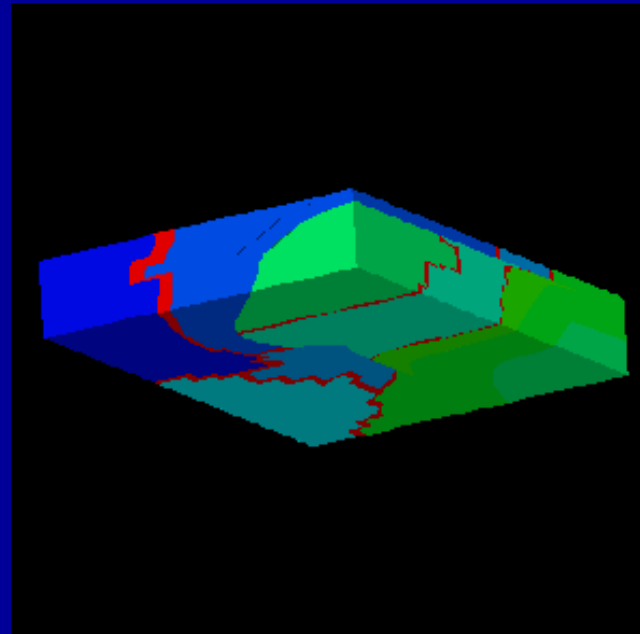
# 領域分割例： 西南日本



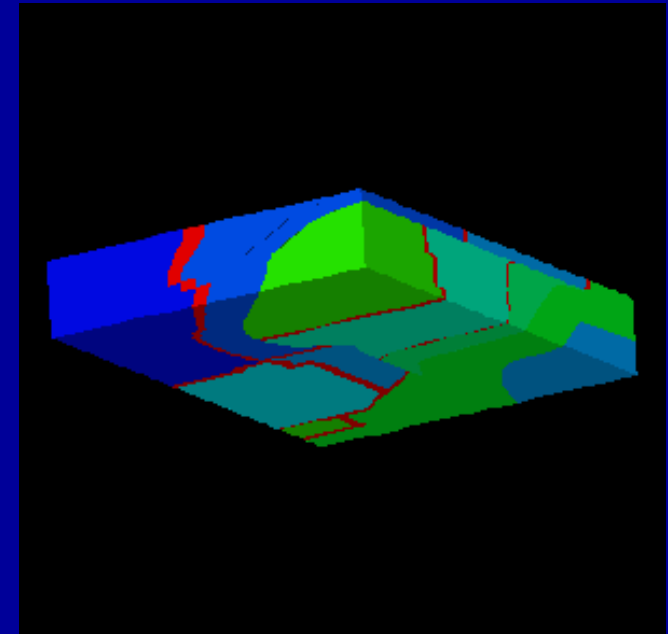
# 領域分割例： 西南日本：8分割 57,205要素，58,544節点



RCB e.c.=7433

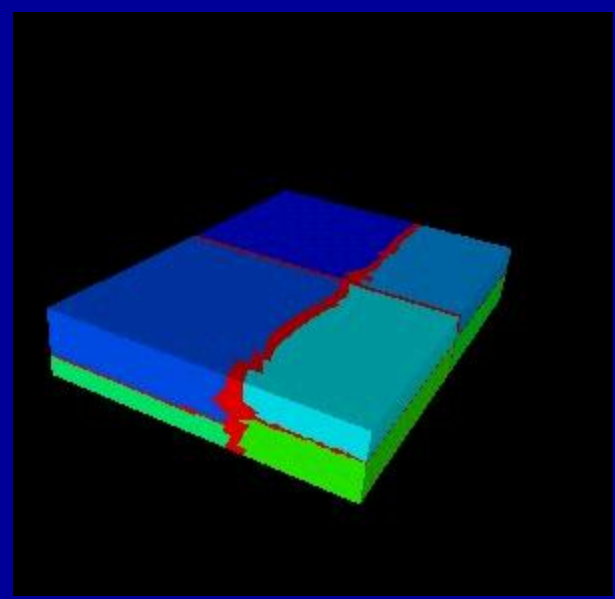
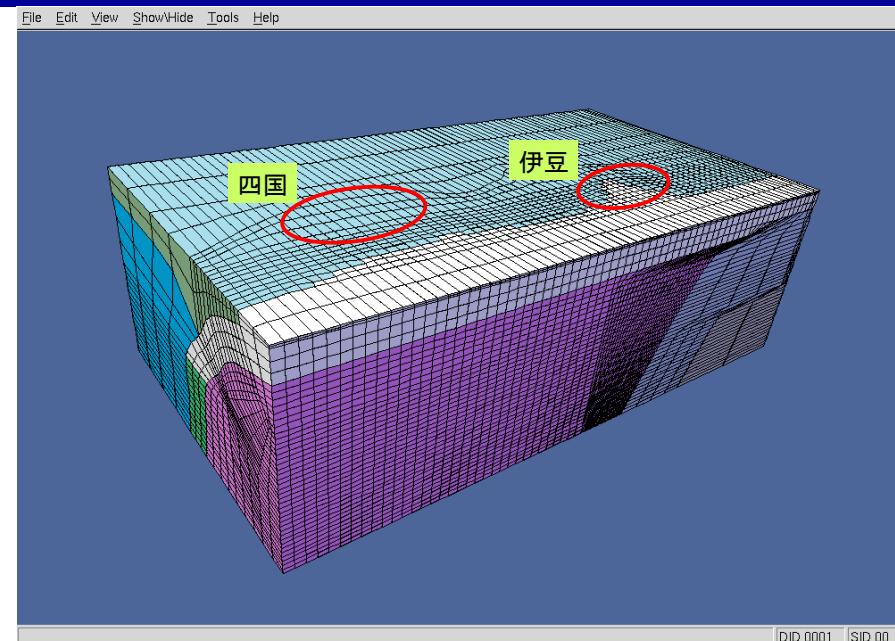
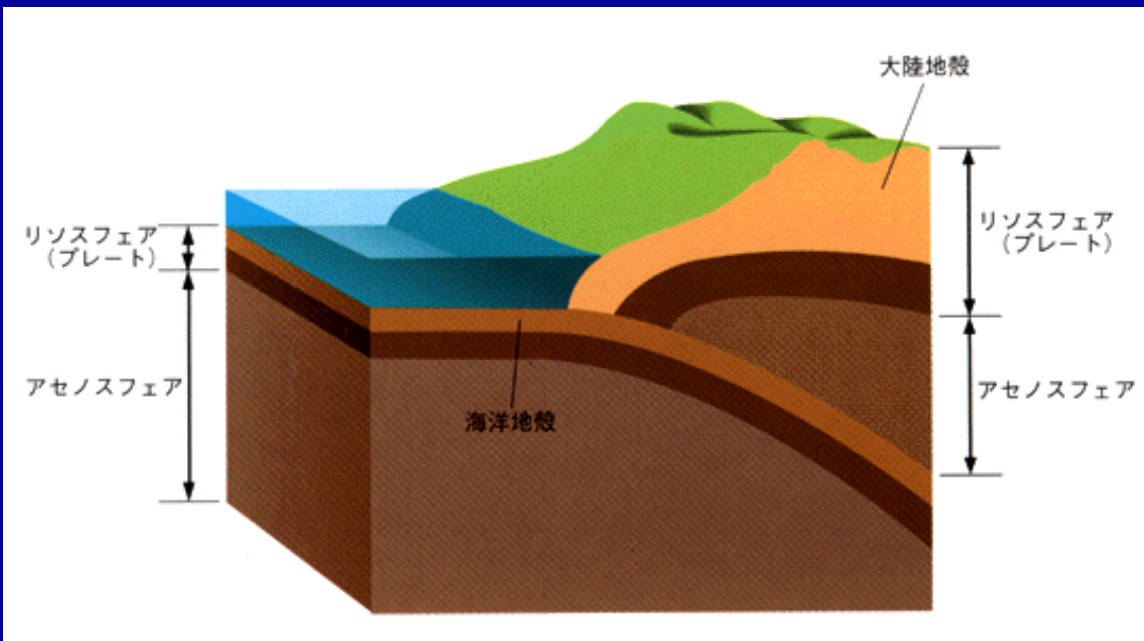


k-METIS :4,221



p-METIS :3,672





- データ構造とアルゴリズム：局所分散データ
- FVMにおける並列計算と局所分散データ構造の考え方
- 領域分割手法について
- **eps\_fvmにおける領域分割機能：eps\_fvm\_part**
- eps\_fvm「並列化」に向けて

# 「eps\_fvm」のPartitioningツール

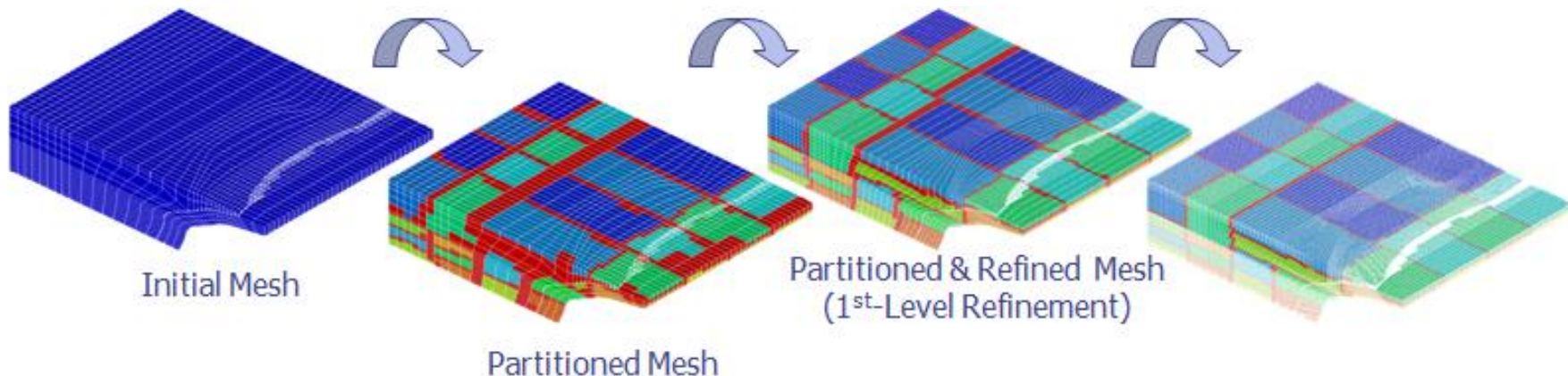
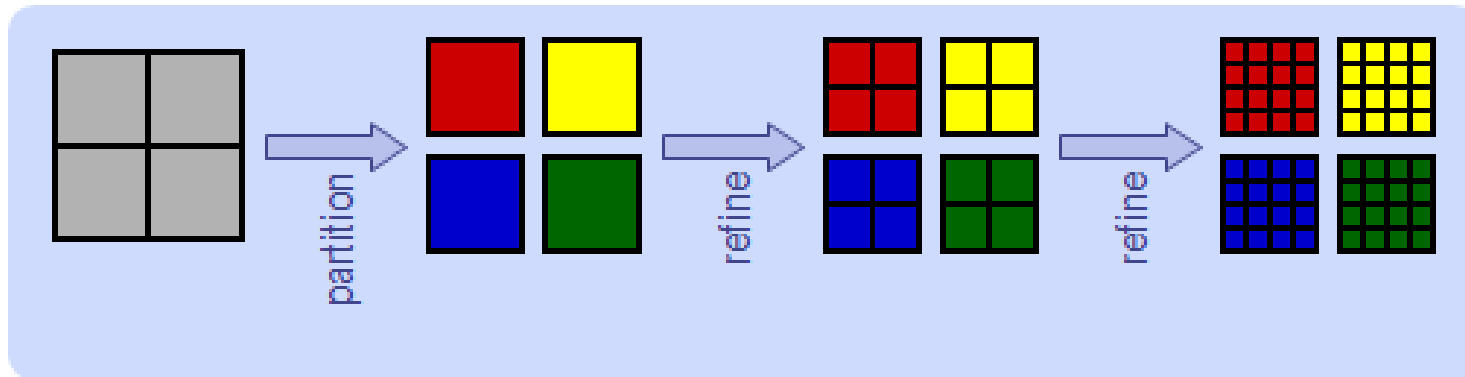
- 全体メッシュデータを対象とした簡易ツールを準備。
  - シリアル処理
- 全体メッシュデータを入力として，局所分散メッシュデータ，局所分散通信ファイルを別々のファイルとして出力。
- 分割手法
  - RCB（Recursive Coordinate Bisection）法
  - METIS
    - kmetis            領域間通信最小（edge-cut最小）
    - pmetis            領域間バランス最適化

# 「eps\_fvm」の領域分割の考え方

- 1領域 = 1 PE (Processing Element)
  - ハードウェア的プロセスを意味しない
  - 領域番号は0(ゼロ)から始まる: MPIの都合
- 要素単位の領域分割
- 局所分散データ(メッシュ, 通信)
  - 要素情報, 要素間コネクティビティ
    - 局所番号
  - 境界条件関連
  - 通信テーブル

# 実際の大規模計算

- そもそも「初期全体メッシュ」を単一ファイルとして用意できない場合もある。
- 「粗い」初期メッシュ→分割→整合性をとりながら局所的に細分化, という方式が適用されることが多い



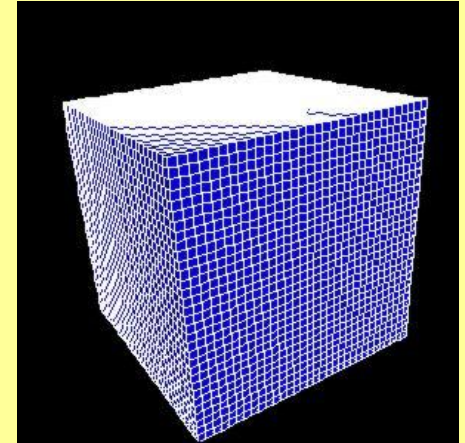
# まずやってみましょう

```
$> cd <$FVM>/test-mesh
$> cd ex1

$> cat fvmmg.ctrl
    32 32 32
$> eps_fvm_mg
$> ls fvm_entire*
fvm_entire_mesh.dat
fvm_entire_mesh.inp
fvm_entire_mesh.inp_geo
$> ls fvmpart.ctrl
fvmpart.ctrl
$> eps_fvm_part
```

32個 × 2のファイルが作成されます

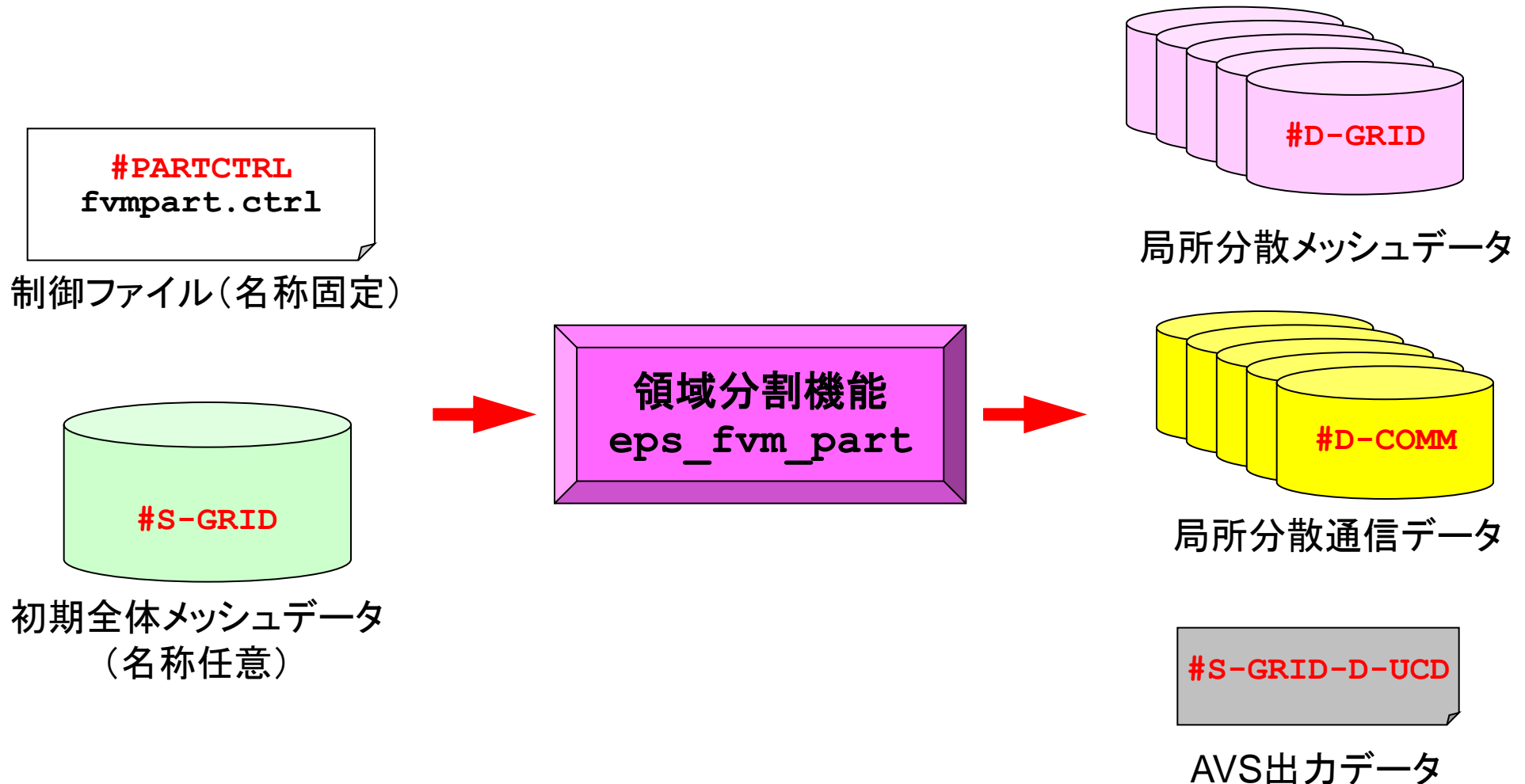
メッシュ生成



領域分割制御用ファイル #PARTCTRL

領域分割 !

# 領域分割機能(専用ツール)と ファイル入出力



# 3種類のファイルが出力される

- 局所分散メッシュデータ(#D-GRID)
  - 基本的なファイルの形式は初期全体メッシュデータと変わらない
  - 各プロセッサで扱う情報のみ細切れにされている
  - 局所番号
- 局所分散通信データ(#D-COMM)
  - 通信テーブルの一般的な形に基づくデータについて記述されている
  - 並列計算に特有なデータ
- AVS出力データ(#S-GRID-D-UCD)
  - 領域ごとに色分けされたメッシュデータ(全体データ)



# 制御ファイル “fvmpart.ctrl” について (1/4)

```
! INITIAL FILE  
fvmpart_entire_mesh.dat  
  
! METHOD  
RCB  
X, Y, Z, X, Y  
  
! REGION NUMBER  
32  
  
! MESH FILE  
mesh.rcb  
  
! COMMUNICATION FILE  
comm.rcb  
  
! UCD  
rcb-32-xyz.inp
```

- 名称は「fvmpart.ctrl」に固定。
- 「#」, または「!!」から開始される行はコメント行とみなされる。
- 以下の6つのブロック(“!”から始まる)とそれに続くパラメータから構成される。ブロック間の空行数は任意であり、記述する順番も任意である。

# 制御ファイル “fvmpart.ctrl” について (2/4)

## ! INITIAL FILE

fvn\_entire\_mesh.dat

## ! METHOD

RCB

X, Y, Z, X, Y

## ! REGION NUMBER

32

## ! MESH FILE

mesh.rcb

## ! COMMUNICATION FILE

comm.rcb

## ! UCD

rcb-32-xyz.inp

- **! INITIAL FILE**

- 初期全体メッシュファイル名称 (相対パス)。
- パラメータ
  - 初期全体メッシュファイル #S-GRID 名称
- このブロックは必須である。
- #S-GRIDの名称は任意である。

- **! METHOD**

- 分割手法指定のためのヘッダ名。
- パラメータ
  - 手法名 (RCB, KMETIS, PMETIS)
    - 必ず大文字で記入する
  - 手法として「RCB」を選択した場合は次の行に分割適用軸 (X, Y, Z) を大文字 + 「,」で記入。
- このブロックは必須である。

# 制御ファイル “fvmpart.ctrl” について (3/4)

## ! INITIAL FILE

fvn\_entire\_mesh.dat

## ! METHOD

RCB

X, Y, Z, X, Y

## ! REGION NUMBER

32

## ! MESH FILE

mesh.rcb

## ! COMMUNICATION FILE

comm.rcb

## ! UCD

rcb-32-xyz.inp

- **! REGION NUMBER**

- 領域数。
- パラメータ
  - 領域数(自然数)
- このブロックは必須である。
- 「!METHOD」として「RCB」を選択した場合は、2のべき乗としなければならない。

- **! MESH FILE**

- 局所分散メッシュデータのヘッダ名(相対パス)。
- パラメータ
  - 局所分散メッシュデータ #D-GRIDのヘッダ名
- このブロックは必須である。
- 分散メッシュデータは「header.領域番号」として生成される。領域番号は0から開始。

# 制御ファイル “fvmpart.ctrl” について (4/4)

## ! INITIAL FILE

fvmpart\_entire\_mesh.dat

## ! METHOD

RCB

X, Y, Z, X, Y

## ! REGION NUMBER

32

## ! MESH FILE

mesh.rcb

## ! COMMUNICATION FILE

comm.rcb

## ! UCD

rcb-32-xyz.inp

## • ! COMMUNICATION FILE

- 局所分散通信データのヘッダ名 (相対パス)。
- パラメータ
  - 局所分散通信データ #D-COMMのヘッダ名
- このブロックは必須である。
- 分散メッシュデータは「header.領域番号」として生成される。領域番号は0から開始。

## • ! UCD

- 領域分割の色分を表示するUCDファイル名 (相対パス)。
- パラメータ
  - UCDファイル名 (拡張子として必ず「.inp」をつけること)
- このブロックは省略可能である。

# 实例：RCB-1

```
! INITIAL FILE  
fvm_entire_mesh.dat
```

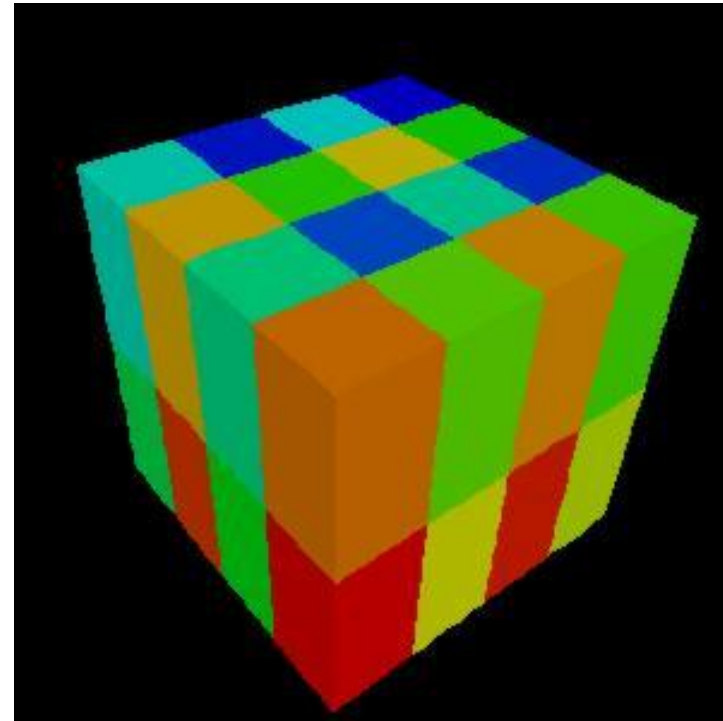
```
! METHOD  
RCB  
X, Y, Z, X, Y
```

```
! REGION NUMBER  
32
```

```
! MESH FILE  
mesh.rcb
```

```
! COMMUNICATION FILE  
comm.rcb
```

```
! UCD  
rcb-32-xyz.inp
```



# 实例：RCB-2

```
! INITIAL FILE  
fvm_entire_mesh.dat
```

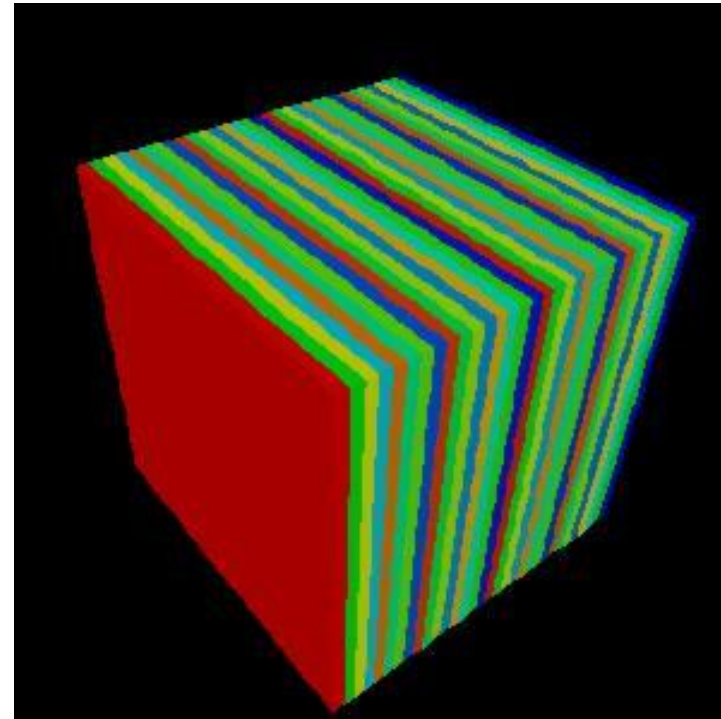
```
! METHOD  
RCB  
X,X,X,X,X
```

```
! REGION NUMBER  
32
```

```
! MESH FILE  
mesh.rcb2
```

```
! COMMUNICATION FILE  
comm.rcb2
```

```
! UCD  
rcb-32-xxx.inp
```



# 实例：kmetis

```
! INITIAL FILE  
fvm_entire_mesh.dat
```

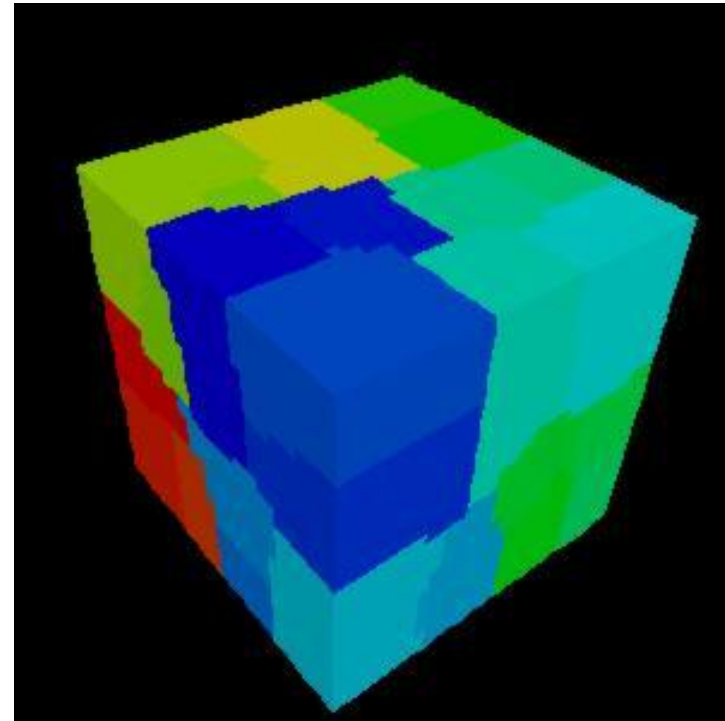
```
! METHOD  
KMETIS
```

```
! REGION NUMBER  
32
```

```
! MESH FILE  
mesh.kmetis
```

```
! COMMUNICATION FILE  
comm.kmetis
```

```
! UCD  
kmetis-32.inp
```



# 实例：pmetis

```
! INITIAL FILE  
fvm_entire_mesh.dat
```

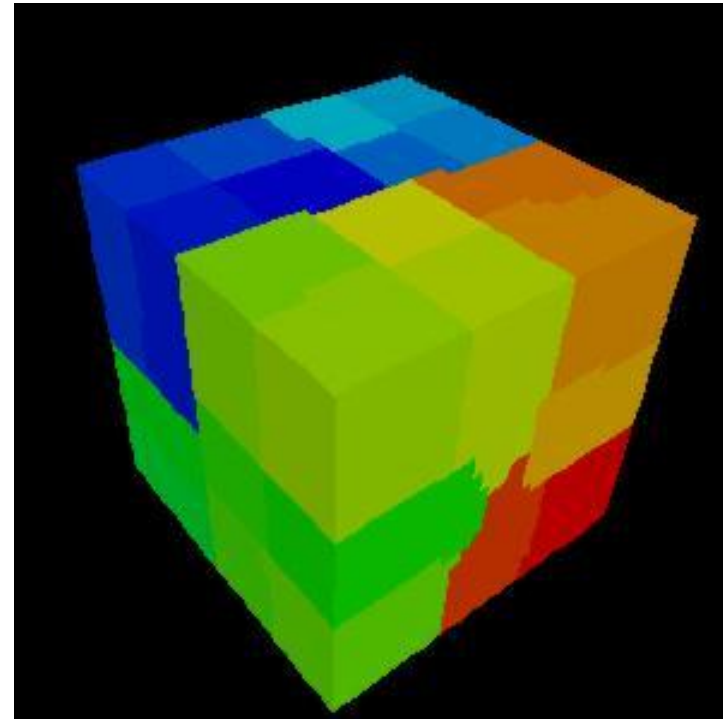
```
! METHOD  
PMETIS
```

```
! REGION NUMBER  
32
```

```
! MESH FILE  
mesh.pmetis
```

```
! COMMUNICATION FILE  
comm.pmetis
```

```
! UCD  
pmetis-32.inp
```





# 次はファイルの中身を見てみよう

```
$> cd <$FVM>/test-mesh  
$> cd ex2
```

```
$> cat fvmpart.ctrl
```

領域分割制御用ファイル

```
! INITIAL FILE  
2d.mesh  
! METHOD  
RCB  
Y,X  
! REGION NUMBER  
4  
! MESH FILE  
mesh  
! COMMUNICATION FILE  
comm  
! UCD  
rcb-4.inp
```

```
$> eps_fvm_part
```

```
$> ls mesh.*
```

```
mesh.0 mesh.1 mesh.2 mesh.3
```

```
$> ls comm.*
```

```
comm.0 comm.1 comm.2 comm.3
```

領域分割 !

局所分散メッシュファイル

局所分散通信ファイル

# 局所分散データファイルのチュートリアル

[http://nkl.cc.u-tokyo.ac.jp/tutorial/part\\_tutorial/](http://nkl.cc.u-tokyo.ac.jp/tutorial/part_tutorial/)

[http://nkl.cc.u-tokyo.ac.jp/tutorial/part\\_tutorial.tar](http://nkl.cc.u-tokyo.ac.jp/tutorial/part_tutorial.tar)

# 初期全体メッシュファイル(1/2) (2d.mesh)

要素

```

16
1 1.000000E+00 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01 5.000000E-01
2 1.000000E+00 1.000000E+00 1.500000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
3 1.000000E+00 1.000000E+00 2.500000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
4 1.000000E+00 1.000000E+00 3.500000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
5 1.000000E+00 1.000000E+00 5.000000E-01 1.500000E+00 5.000000E-01
6 1.000000E+00 1.000000E+00 1.500000E+00 1.500000E+00 5.000000E-01
7 1.000000E+00 1.000000E+00 2.500000E+00 1.500000E+00 5.000000E-01
8 1.000000E+00 1.000000E+00 3.500000E+00 1.500000E+00 5.000000E-01
9 1.000000E+00 1.000000E+00 5.000000E-01 2.500000E+00 5.000000E-01
10 1.000000E+00 1.000000E+00 1.500000E+00 2.500000E+00 5.000000E-01
11 1.000000E+00 1.000000E+00 2.500000E+00 2.500000E+00 5.000000E-01
12 1.000000E+00 1.000000E+00 3.500000E+00 2.500000E+00 5.000000E-01
13 1.000000E+00 1.000000E+00 5.000000E-01 3.500000E+00 5.000000E-01
14 1.000000E+00 1.000000E+00 1.500000E+00 3.500000E+00 5.000000E-01
15 1.000000E+00 1.000000E+00 2.500000E+00 3.500000E+00 5.000000E-01
16 1.000000E+00 1.000000E+00 3.500000E+00 3.500000E+00 5.000000E-01

```

```

24
1 2 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
1 5 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
2 3 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
2 6 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
3 4 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
3 7 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
4 8 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
5 6 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
5 9 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
6 7 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
6 10 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
7 8 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
7 11 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
8 12 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
9 10 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
9 13 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
10 11 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
10 14 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
11 12 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
11 15 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
12 16 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
13 14 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
14 15 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01
15 16 1.000000E+00 5.000000E-01 5.000000E-01

```

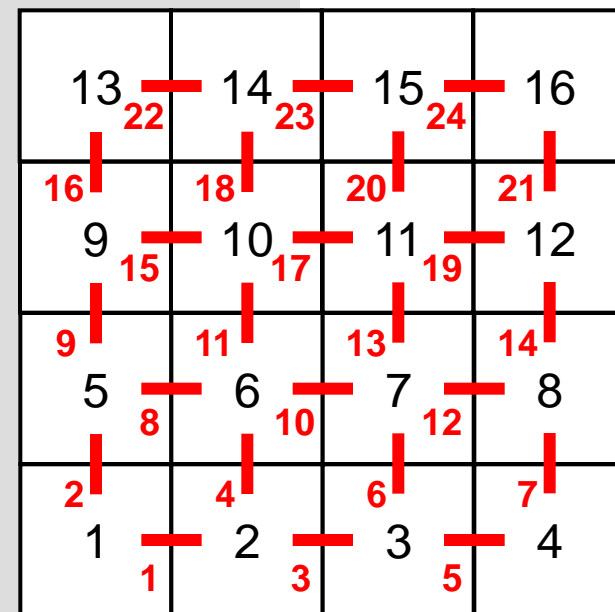
コネクティビティ

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

# 初期全体メッシュファイル(1/2) (2d.mesh)

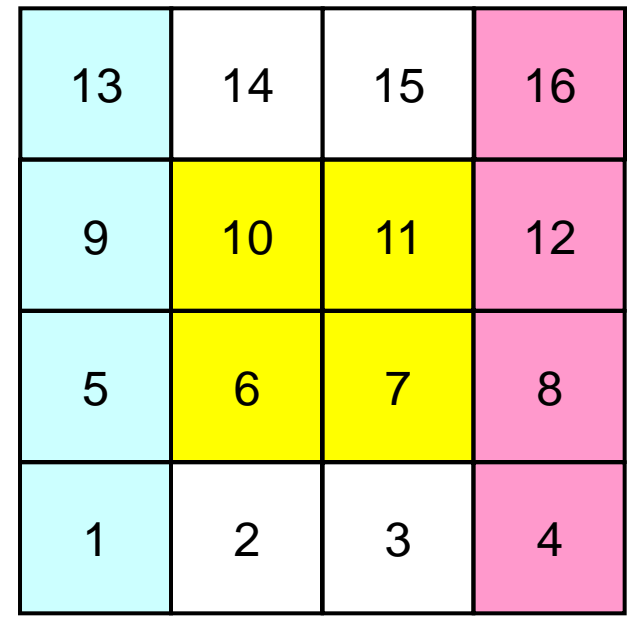
16					
1	1.000000E+00	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	5.000000E-01
2	1.000000E+00	1.000000E+00	1.500000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01
3	1.000000E+00	1.000000E+00	2.500000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01
4	1.000000E+00	1.000000E+00	3.500000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01
5	1.000000E+00	1.000000E+00	5.000000E-01	1.500000E+00	5.000000E-01
6	1.000000E+00	1.000000E+00	1.500000E+00	1.500000E+00	5.000000E-01
7	1.000000E+00	1.000000E+00	2.500000E+00	1.500000E+00	5.000000E-01
8	1.000000E+00	1.000000E+00	3.500000E+00	1.500000E+00	5.000000E-01
9	1.000000E+00	1.000000E+00	5.000000E-01	2.500000E+00	5.000000E-01
10	1.000000E+00	1.000000E+00	1.500000E+00	2.500000E+00	5.000000E-01
11	1.000000E+00	1.000000E+00	2.500000E+00	2.500000E+00	5.000000E-01
12	1.000000E+00	1.000000E+00	3.500000E+00	2.500000E+00	5.000000E-01
13	1.000000E+00	1.000000E+00	5.000000E-01	3.500000E+00	5.000000E-01
14	1.000000E+00	1.000000E+00	1.500000E+00	3.500000E+00	5.000000E-01
15	1.000000E+00	1.000000E+00	2.500000E+00	3.500000E+00	5.000000E-01
16	1.000000E+00	1.000000E+00	3.500000E+00	3.500000E+00	5.000000E-01

24					
1	2	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	1
1	5	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	2
2	3	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	3
2	6	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	4
3	4	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	5
3	7	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	6
4	8	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	7
5	6	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	8
5	9	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	9
6	7	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	10
6	10	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	11
7	8	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	12
7	11	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	13
8	12	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	14
9	10	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	15
9	13	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	16
10	11	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	17
10	14	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	18
11	12	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	19
11	15	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	20
12	16	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	21
13	14	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	22
14	15	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	23
15	16	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	24



# 初期全体メッシュファイル(2/2) (2d.mesh)

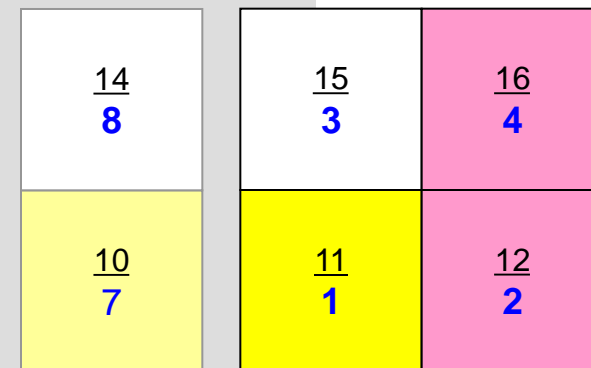
ディリクレ	4			
	4	1.000000E+00	5.000000E-01	0.000000E+00
	8	1.000000E+00	5.000000E-01	0.000000E+00
	12	1.000000E+00	5.000000E-01	0.000000E+00
ノイマン	16	1.000000E+00	5.000000E-01	0.000000E+00
	4			
	1	1.000000E+00	1.000000E+00	
	5	1.000000E+00	1.000000E+00	
体積発熱	9	1.000000E+00	1.000000E+00	
	13	1.000000E+00	1.000000E+00	
	4			
	6	1.000000E+00		
	7	1.000000E+00		
	10	1.000000E+00		
	11	1.000000E+00		



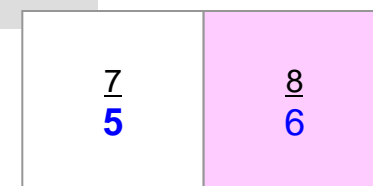
# 局所分散メッシュファイル(mesh.0)

8					
1	1.000000E+00	1.000000E+00	2.500000E+00	2.500000E+00	5.000000E-01
2	1.000000E+00	1.000000E+00	3.500000E+00	2.500000E+00	5.000000E-01
3	1.000000E+00	1.000000E+00	2.500000E+00	3.500000E+00	5.000000E-01
4	1.000000E+00	1.000000E+00	3.500000E+00	3.500000E+00	5.000000E-01
5	1.000000E+00	1.000000E+00	2.500000E+00	1.500000E+00	5.000000E-01
6	1.000000E+00	1.000000E+00	3.500000E+00	1.500000E+00	5.000000E-01
7	1.000000E+00	1.000000E+00	1.500000E+00	2.500000E+00	5.000000E-01
8	1.000000E+00	1.000000E+00	1.500000E+00	3.500000E+00	5.000000E-01
8					
5	1	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	
6	2	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	
7	1	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	
1	2	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	
1	3	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	
2	4	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	
8	3	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	
3	4	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	
2					
2	1.000000E+00	5.000000E-01	0.000000E+00		
4	1.000000E+00	5.000000E-01	0.000000E+00		
0					
1					
1	1.000000E+00				

PE#0



PE#1



PE#2

基本的に初期全体メッシュファイルと同じ  
局所要素番号による記述

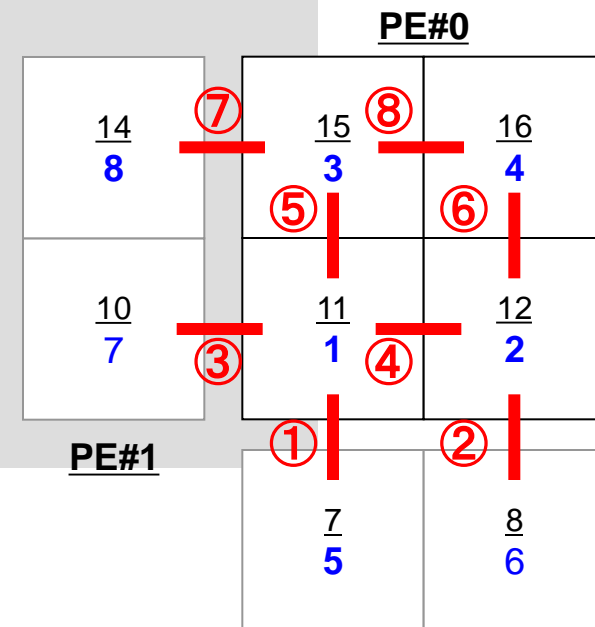
境界条件(ディリクレ, ノイマン, 体積発熱): 「内点」のみの情報

# 局所分散メッシュファイル(mesh.0)

8					
1	1.000000E+00	1.000000E+00	2.500000E+00	2.500000E+00	5.000000E-01
2	1.000000E+00	1.000000E+00	3.500000E+00	2.500000E+00	5.000000E-01
3	1.000000E+00	1.000000E+00	2.500000E+00	3.500000E+00	5.000000E-01
4	1.000000E+00	1.000000E+00	3.500000E+00	3.500000E+00	5.000000E-01
5	1.000000E+00	1.000000E+00	2.500000E+00	1.500000E+00	5.000000E-01
6	1.000000E+00	1.000000E+00	3.500000E+00	1.500000E+00	5.000000E-01
7	1.000000E+00	1.000000E+00	1.500000E+00	2.500000E+00	5.000000E-01
8	1.000000E+00	1.000000E+00	1.500000E+00	3.500000E+00	5.000000E-01

8					
5	1	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	①
6	2	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	②
7	1	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	③
1	2	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	④
1	3	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	⑤
2	4	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	⑥
8	3	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	⑦
3	4	1.000000E+00	5.000000E-01	5.000000E-01	⑧

2				
2	1.000000E+00	5.000000E-01	0.000000E+00	
4	1.000000E+00	5.000000E-01	0.000000E+00	
0				
1				
1	1.000000E+00			



基本的に初期全体メッシュファイルと同じ  
局所要素番号による記述

コネクティビティ:「内点～内点」,「内点～外点」のみの情報

PE#2

# 全体マトリクスの生成

## 要素*i*に関する釣り合い

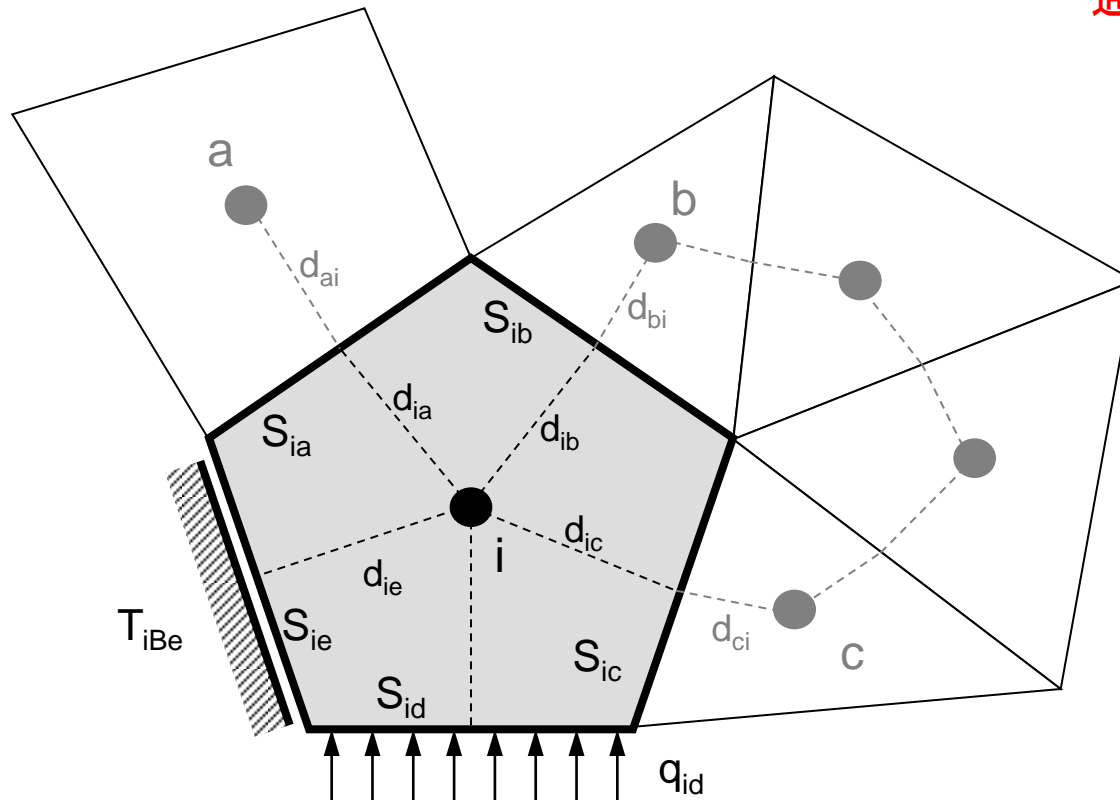
$$\sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} (T_k - T_i) + \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} (T_{iBe} - T_i) + \sum_d S_{id} \dot{q}_{id} + V_i \dot{Q}_i = 0$$

隣接要素との熱伝導

温度固定境界

要素境界面  
通過熱流束

体積  
発熱



$\lambda$  : 熱伝導率

$V_i$  : 要素体積

$S$  : 表面面積

$d_{ij}$  : 要素中心から表面までの距離

$q$  : 表面フラックス

$Q$  : 体積発熱

$T_{iB}$  : 境界温度



# 全体マトリクスの生成

## 要素*i*に関する釣り合い

$$\sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} (T_k - T_i) + \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} (T_{iBe} - T_i) + \sum_d S_{id} \dot{q}_{id} + V_i \dot{Q}_i = 0$$

$$-\sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} T_k + \sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} T_i - \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} T_{iBe} + \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} T_i = \sum_d S_{id} \dot{q}_{id} + V_i \dot{Q}_i$$

定数項: 右辺へ移項

# 全体マトリクスの生成

## 要素*i*に関する釣り合い

$$\sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} (T_k - T_i) + \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} (T_{iBe} - T_i) + \sum_d S_{id} \dot{q}_{id} + V_i \dot{Q}_i = 0$$

$$-\sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} T_k + \sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} T_i - \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} T_{iBe} + \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} T_i = \sum_d S_{id} \dot{q}_{id} + V_i \dot{Q}_i$$

定数項: 右辺へ移項

$$\left[ \sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} + \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} \right] T_i - \left[ \sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} T_k \right] = \sum_d S_{id} \dot{q}_{id} + V_i \dot{Q}_i + \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} T_{iBe}$$

**D(対角成分)**

**AMAT(非対角成分)**

**BFORCE(右辺)**

# 全体マトリクスの生成

## 要素iに関する釣り合い

$$\left[ \sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} + \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} \right] T_i - \left[ \sum_k \frac{S_{ik}}{\frac{d_{ik}}{\lambda_i} + \frac{d_{ki}}{\lambda_k}} T_k \right] = \sum_d S_{id} \dot{q}_{id} + V_i \dot{Q}_i + \sum_e \frac{S_{ie}}{\frac{d_{ie}}{\lambda_i}} T_{iBe}$$

**D(対角成分)**

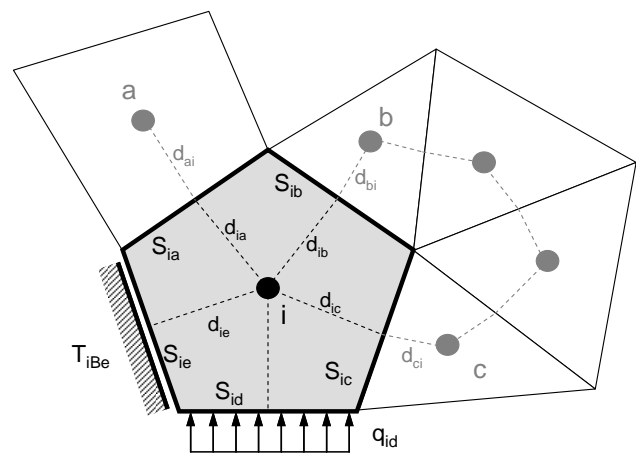
**AMAT(非対角成分)**

**BFORCE(右辺)**



**隣接要素の情報必要**

**自分自身(要素i)の情報のみ必要**



# 全体マトリクス(一次元熱伝導問題の例)

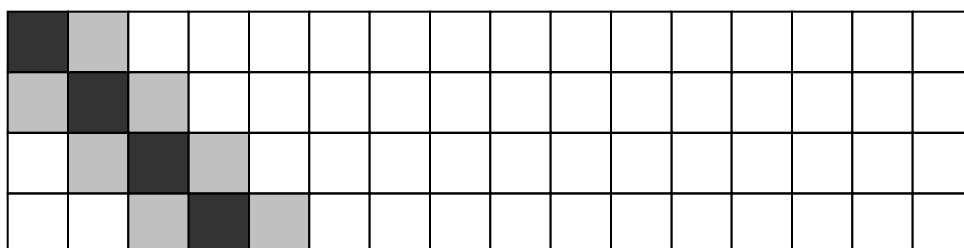
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16

=

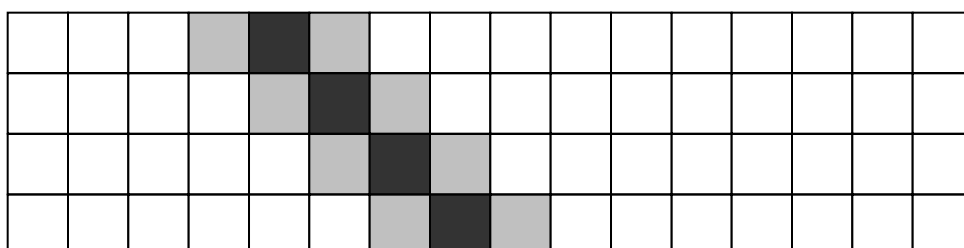
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16

[AMAT+D]      {PHI}    {RHS}

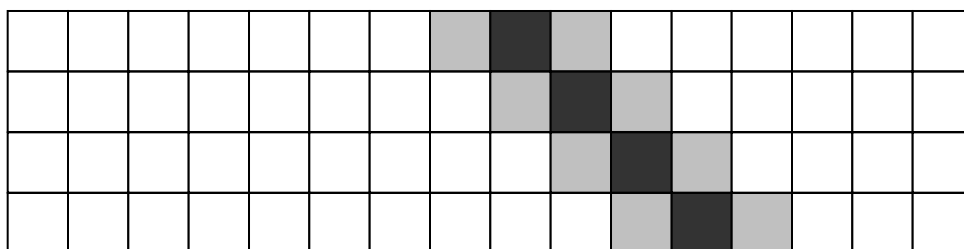
# 4領域に分割すると...



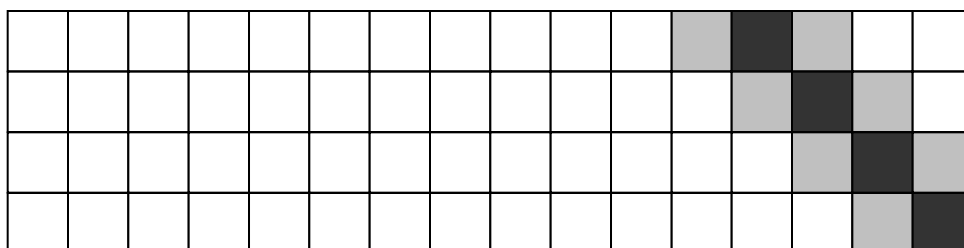
1
2
3
4



1
2
3
4



1
2
3
4



1
2
3
4

=

1
2
3
4

1
2
3
4

1
2
3
4

1
2
3
4

# 4領域に分割すると...

1				
	2			
		3		
			4	

	1			
		2		
			3	
				4

		1			
			2		
				3	
					4

			1			
				2		
					3	
						4

1
2
3
4

1
2
3
4

1
2
3
4

1
2
3
4

=

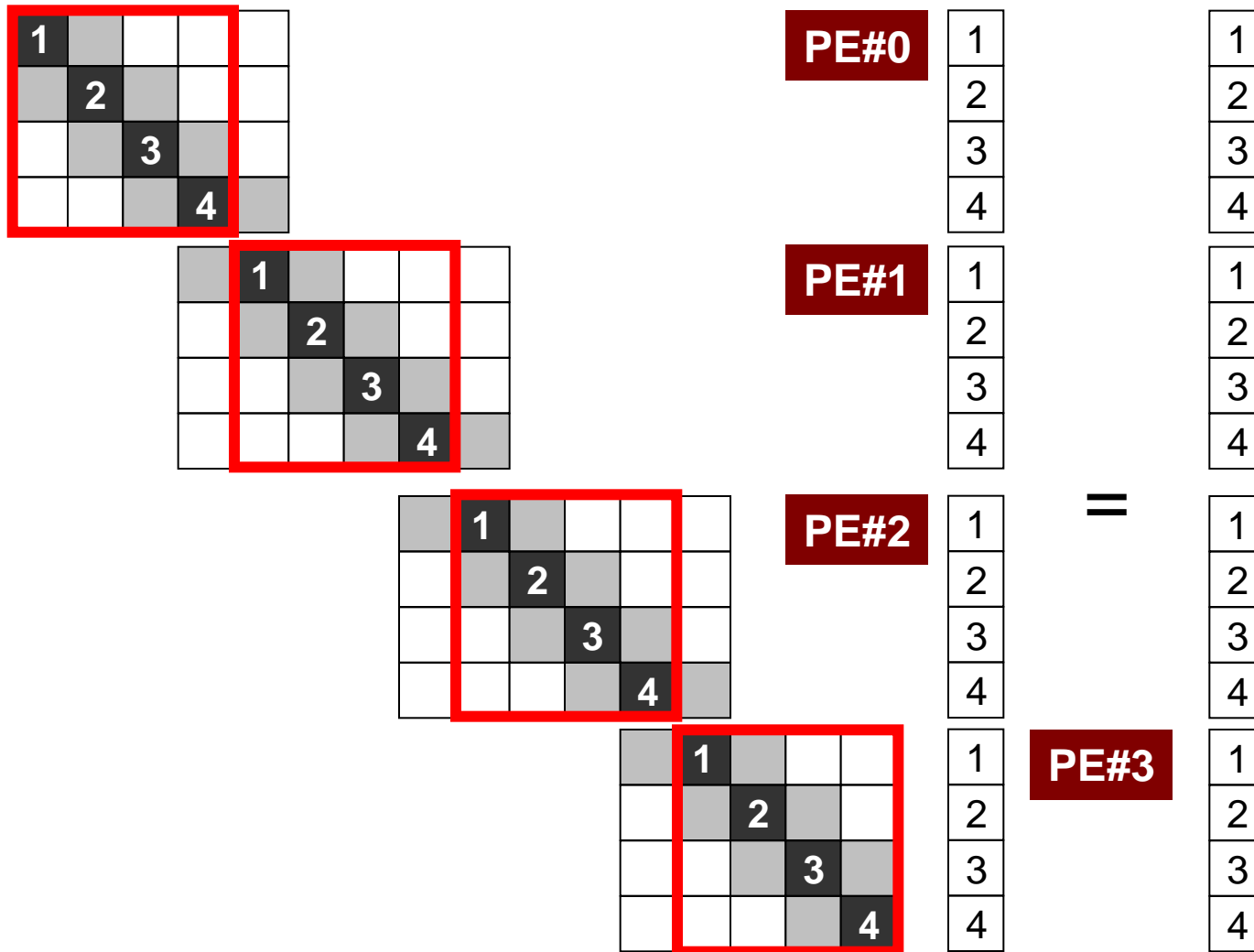
1
2
3
4

1
2
3
4

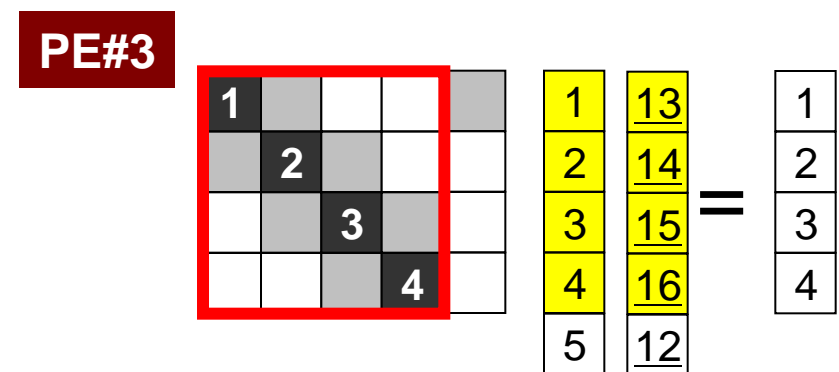
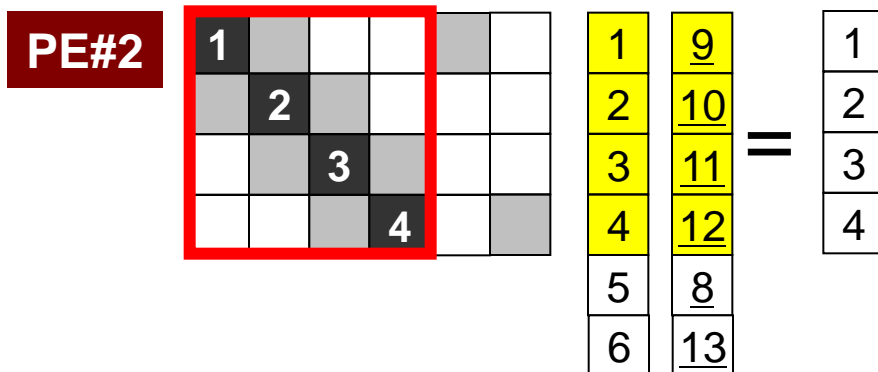
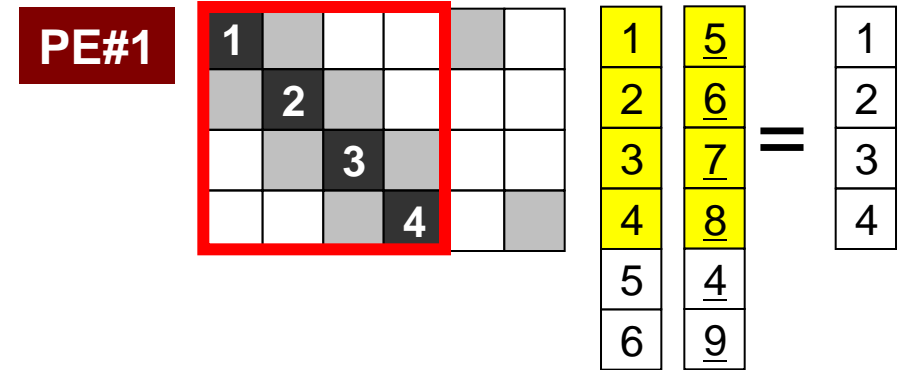
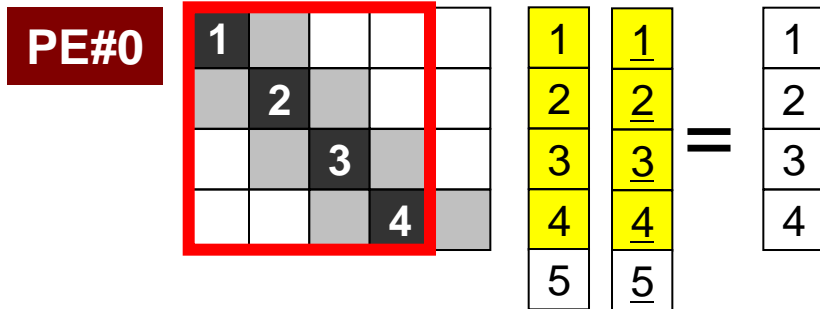
1
2
3
4

1
2
3
4

# 4領域に分割すると...



# 内点～外点の順番で番号付け





# 局所分散通信ファイル(comm.0)

## 隣接領域

```
#NEIBPEtot
```

```
2
```

```
#NEIBPE
```

```
1 2
```

```
#IMPORT index
```

```
2 4
```

```
#IMPORT items
```

```
7 8 5 6
```

```
#EXPORT index
```

```
2 4
```

```
#EXPORT items
```

```
1 3 1 2
```

```
#INTERNAL NODE
```

```
4
```

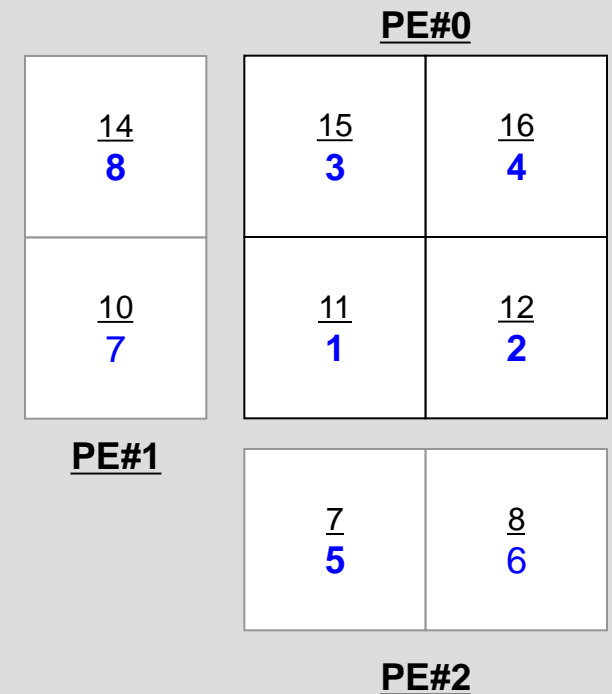
```
#TOTAL NODE
```

```
8
```

```
#GLOBAL NODE ID
```

```
11 12 15 16 7 8
```

```
10 14
```



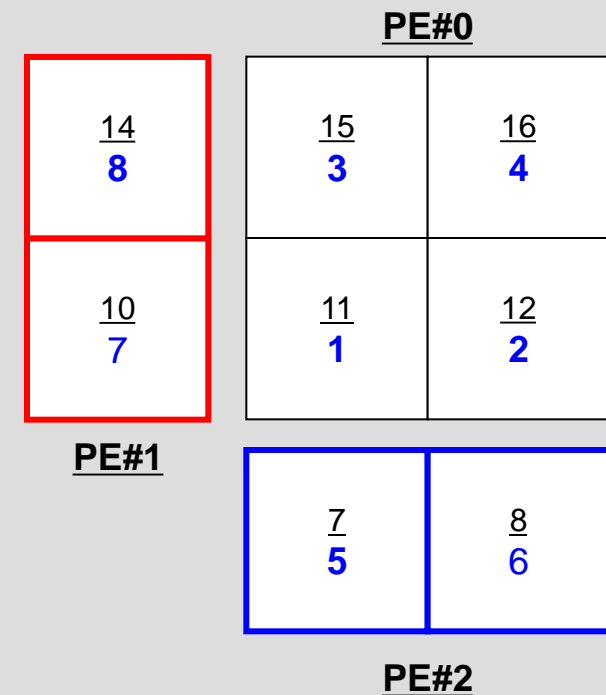
# 局所分散通信ファイル(comm.0)

## 受信テーブル, 外点情報

```

#NEIBPEtot
  2
#NEIBPE
  1  2
#IMPORT index
  2  4
#IMPORT items
  7  8  5  6
#EXPORT index
  2  4
#EXPORT items
  1  3  1  2
#INTERNAL NODE
  4
#TOTAL NODE
  8
#GLOBAL NODE ID
  11 12 15 16  7  8
  10 14

```



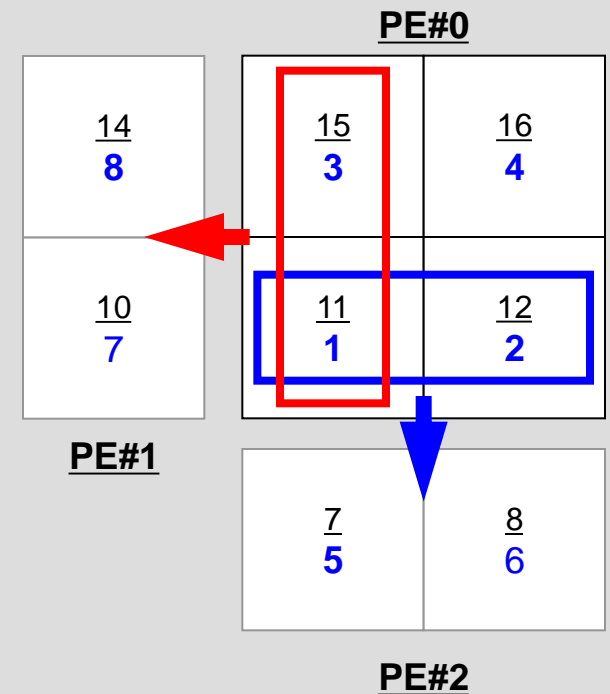
# 局所分散通信ファイル(comm.0)

## 送信テーブル, 境界点情報

```

#NEIBPEtot
  2
#NEIBPE
  1  2
#IMPORT index
  2  4
#IMPORT items
  7  8  5  6
#EXPORT index
  2  4
#EXPORT items
  1  3  1  2
#INTERNAL NODE
  4
#TOTAL NODE
  8
#GLOBAL NODE ID
  11 12 15 16 7 8
  10 14

```

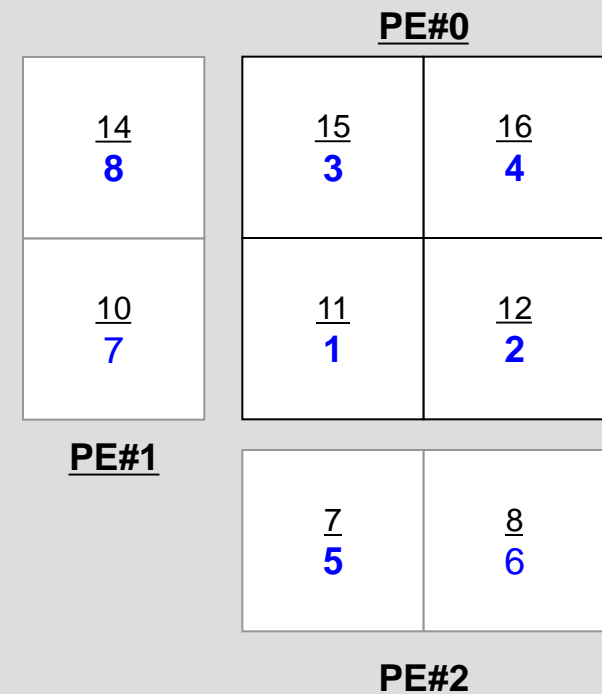


# 局所分散通信ファイル(comm.0)

内点数, 総要素数(内点+外点), 全体要素番号

```
#NEIBPEtot
  2
#NEIBPE
  1  2
#IMPORT index
  2  4
#IMPORT items
  7  8  5  6
#EXPORT index
  2  4
#EXPORT items
  1  3  1  2
#INTERNAL NODE
  4
#TOTAL NODE
  8
#GLOBAL NODE ID
  11  12  15  16  7  8
  10  14
```

全体要素番号(局所番号順)



- データ構造とアルゴリズム：局所分散データ
- FVMにおける並列計算と局所分散データ構造の考え方
- 領域分割手法について
- eps\_fvmにおける領域分割機能：eps\_fvm\_part
- **eps\_fvm 「並列化」に向けて**

# 「eps\_fvm」並列化に向けて

```
program eps_fvm
use eps_fvm_all

implicit REAL*8 (A-H,O-Z)

call eps_fvm_input_grid
call poi_gen
call eps_fvm_solver
call output_ucd

end program eps_fvm
```

# 「eps\_fvm」 並列化に向けて

- eps\_fvm\_input\_grid
  - 並列分散メッシュデータ
  - 並列分散通信データ
- poi\_gen
  - この部分は(多分)変更不要
- eps\_fvm\_solver
  - 行列ベクトル積, 内積
- output\_ucd
  - 並列分散処理について考慮する必要あり
- 実を言うと, 局所分散データ構造を定めた時点で並列化は9割方終了している。