T2KとE-Simulatorによる高層ビルの大規模非線形耐震解析

秋葉博⁽¹⁾,橋詰和明⁽¹⁾,宮村倫司⁽²⁾ ⁽¹⁾株式会社アライドエンジニアリング ⁽²⁾日本大学工学部,防災科学技術研究所

1. はじめに

著者らは、2007年から、独立行政法人防災科学技術研究所・兵庫耐震工学センター(E-ディフェンス)([1])の研究の一環として、数値震動台開発分科会の下、数値震動台 (E-Simulator)の開発に携わってきた。

E·ディフェンスは、世界最大規模の震動台施設(実大三次元震動破壊施設)を有している。 2005年以来、実物大の戸建建物や低層ビルなどの震動・破壊実験が多数行われており、実 用に供してきた実績がある。しかしながら、震動台実験では、実大実験の規模や破壊過程 の細部の評価にも自ずと限界があり、また、1つの実験は、実物のビルを建設し、震動台で 加震・破壊し、これを解体して撤去するという、コストも時間もきわめて大がかりなもの になる。E-ディフェンスの目標の一つは、膨大な実験データの蓄積をもとに、実大震動台 を補完し、より大規模な建設構造物の震動・破壊シミュレーションを行うための「数値震 動台」の開発である。

E-Simulator のフレームワークは商用構造解析コード ADVENTURECluster (以下 ADVC と記す)([2]) である。ADVC は ADVENTURE プロジェクト([3])の ADVENTURE システムを元に作られており,並列処理アルゴリズムの主要部やデータ構造は ADVENTURE のものを引き継いでいる。ADVC は,その上で汎用構造解析コードとして の幅広い機能を備えており,国内では自動車,エレクトロニクス,エネルギ,精密機器メ ーカなど多くのユーザを有しているほか,中国の主要な企業にも輸出されている。 E-Simulator には,さらにこの上にコンクリートの構成則,精密な複合硬化を考慮できる鋼 材の構成則,地盤モデル,コンクリートのクラックなどを表現できる破壊モデルなどが追 加されている。ただし,本稿で述べる E-Simulator の解析ではこれら拡張機能を使ってい ないため,ADVC と読み替えても同じことがいえる。

T2K のインフラと E-Simulator (ADVC) のパフォーマンスが力を発揮するのは巨大モ デルの解析である。特殊な構成則などの紹介は他の文献に譲り([4]~[11]),本稿では T2K におけるソルバの並列パフォーマンスについて述べる。ADVC の並列ソルバは ADVENTURE システムや他の並列構造解析システムが採用している,いわゆる反復型部分 構造法ではなく,CG 法をベースにした CGCG 法 (Coarse Grid Conjugate Gradient)とい う解法を用いている([12])。次節では CGCG 法の概要を述べ,3節では解析モデルと結果, 4節では T2K 用に実装したハイブリッド並列化とそのパフォーマンスについて述べる。

解析対象はソリッド要素に分割した 31 層高層ビルである。兵庫県南部地震で記録された

観測地震波でビル基礎を加震し,10秒間の非線形動解析を行う。当初は、モデル作りおよ び解析に手探りが続き、標準的なマルチコア型のT2Kの性能も活かしきれていない点でも 計算効率は良くなかった。しかし、さまざまな工夫を加えた結果、プロジェクト開始当初 の2008年にT2Kで出していたパフォーマンスは、2010年5月には当初の約4倍となった。 1ステップに4時間半、500ステップの計算に、4倍のパフォーマンス向上は、計算上、3 か月強かかる計算が、1か月弱でできるようになったことになる。しかし、ノード占有の問 題、使用できるディスクの容量の問題、解析結果のダウンロードなど他にボトルネックは あり、理想通りには行かない。

2. CGCG 法

2.1 MPC と許容変位場の空間

解くべき問題には十分な拘束条件(ディリクレ条件)が課せられており,有限要素法に基づいて離散化された方程式(下に述べる方程式(2))に現れる剛性行列は正則であるものとする。

その上で、一般に問題には MPC (Multi-Point Constraint) 条件が課せられる。構造解析 において、MPC は部品と部品をつなぐための必須の機能である。たとえば、いくつかの接 合された部品に属する自由度が同時に動いたり、指定された線形関係のもとで動いたりす る。したがって、自由度全体は退化している。より詳しくは、横長の行列 *B* によって自由 度間の関係が、方程式

$$Bu + r = 0 \tag{1}$$

によって拘束されている。この解空間に、もとの問題の拘束条件を加えたものが 2.2 節での べる述べる許容変位場の空間 V である。

2.2 CGCG 法

CGCG 法は,要約するとおよそ以下のような手法である。構造解析でも非線形問題,動 的問題,あるいは熱伝導解析などは,静弾性構造解析の微分方程式(あるいは楕円型方程式) を有限要素法で離散化した剛性方程式

$$Ku = f \tag{2}$$

に帰する。*K*は剛性行列で正定値対称,*f*は外力,*u*は変位で,許容変位場の空間*V*の元である。方程式(2)はシンプルでしかも*K*はスパースなのだが,手ごわいのは規模が大きいことである。

解析対象領域 Ω をオーバラップしない部分領域に分割する。まず、並列プロセスにわたる「親」分割を行い、その上で各部分領域をさらに細かい「子」の部分領域に分割する。この分割を $\Omega_1, \dots, \Omega_m$ とする。並列プロセス数は、プロセッサコア(たとえばフラット MPI の場合は使用するノードの全プロセッサコアとなる)にわたるように取るので、親分割はたとえば 8,32,128 あるいは本稿での 384 など、小さな領域数となる。子分割の分割数はパラメータだが、解析対象の形状、要素数などにより、数万から数百万になることもある。

細かい領域分割はコースグリッドの取り方からの要請であり,親分割に基づくコース運動 は子分割に基づくコース運動で表現できるため,理論上は区別の必要はない。領域分割は オーバラップしないが,領域関境界はいくつかの部分領域に共有される。この領域関境界 をグローバルに見て,内部境界とよぶ。

許容変位場の空間Vを,分割領域の,粗いグローバルな運動(たとえば剛体運動)からなるコース空間 W_1 とそのKに関する共役直交空間 V_1 に分解する。

$$V = W_1 \bigoplus_K V_1 \tag{3}$$

 $W_1 \geq V_1$ の上のKの働きをそれぞれ $\tilde{K}^{(1)}$, $K^{(1)} \geq 書くと$, これらはVから W_1 への射影P と その相補的な射影1-Pで表現できる。

$$\tilde{K}^{(1)} = PKP^T \tag{4}$$

$$K^{(1)} = (1 - P)K(1 - P)^{T}$$
(5)

もともとの方程式(2)はつぎの2つの方程式

$$\tilde{K}^{(1)}w = \tilde{f}_{(1)} \tag{6}$$

$$K^{(1)}u = f_{(1)} (7)$$

に分解される。ここで

$$\tilde{f}_{(1)} = Pf \tag{8}$$

$$f_{(1)} = (1 - P)f \tag{9}$$

である。

一般に、 W_1 は粗い運動なので自由度は小さい。たとえば粗い運動として剛体運動をとれば、1 分割領域の自由度は並進、回転を合わせて 6 自由度からなり、領域数×6 が W_1 の自由度となる。これに比べれば V_1 の自由度は領域数×6 を差し引いたものでしかなく、Vの自由度と同じくらい大きい。そこで、(6)は直接法で解き、(7)は CG 法で解くことにする。(6)および(7)の解をそれぞれw、uとすれば、w+uがもとの方程式(2)の解となる。

この議論を拡張する。 V_1 の中で、 W_1 とは異なる(独立な)粗い運動をとり、上と同じこ とを繰り返すことを考える。もとの空間V(正しくは方程式(2))に CG 法を直接には適用 しないのと同様に、以下のように拡張する場合には V_1 (正しくは方程式(7))に CG 法を直 接には適用しない。

 $\Omega_1, \dots, \Omega_m$ のそれぞれをさらに細かく領域分割し、そのグローバルな運動(たとえば剛体運動)からコース空間 W_2 をつくる。 W_2 の運動からは最初の領域分割の内部境界は除いておくか、ディリクレ条件により完全固定する。これにより、 W_2 は W_1 とは独立な運動からなり、したがって、 W_2 は V_1 の部分空間である。そこで、 V_1 をコース空間 W_2 とその共役直交空間に分解する。

$$V_1 = W_2 \oplus_{\kappa^{(1)}} V_2 \tag{10}$$

すると、*V*はつぎのように書ける。

$$V = W_1 \oplus_K W_2 \oplus_{\kappa^{(1)}} V_2 \tag{11}$$

V₁上の方程式(7)は、V₁からW₂への射影により(4)、(5)と同様に得られる剛性行列をもつ2つの方程式

$$\tilde{K}^{(2)}w = f_{(2)} \tag{12}$$

$$K^{(2)}u = f_{(2)} \tag{13}$$

に分解される。 W_2 は W_1 と同じく小さな空間なので(12)は直接法で解く。方程式(6)の解 は直接法ですでに得られている。(13)は反復法で解く。これら3つの方程式の解をそれぞ れ w_1, w_2, u としたとき、 $w_1 + w_2 + u$ がもとの方程式(2)の解となる。

この操作は必要なだけ続けることができる。粗い運動の空間 W_1, W_2, W_3, \cdots に直接法を適用し、最後に残った共役空間に反復法 (CG法)を適用する。解はコース空間の解の全部と共役空間の解の和で与えられる。

なお、実際には、本稿で述べる解析においては、ソルバの改良が以上述べたようにはコ ース空間の階層の一般化までは進んでおらず、使用した「開発版」(ここでは、リリース版 と対比して開発版と呼ぶ)において、階層の深さは2と固定したものと同等の実装が行われ ていた。

2.3 非線形解析

非線形解析(材料非線形解析,幾何学的非線形解析)は,非線型方程式の解法(たとえば ニュートン法)の中で得られる,接線剛性 *K* と外力増分 Δ*f* に対する変位増分 Δ*u* に関する 方程式

$$K\Delta u = \Delta f \tag{14}$$

に CGCG 法を用いる。方程式 (14) は方程式 (2) と同じ形の方程式である。

2.4 動解析

動解析では、時刻*t*における各自由度の変位u(t)、速度v(t)、加速度a(t)を既知として、 時刻 $t + \Delta t$ における $u(t + \Delta t)$ 、 $v(t + \Delta t)$ 、 $a(t + \Delta t)$ を求める。ニューマークの β 法を改良し た α 法と呼ばれる方法による。3 つの方程式

$$v(t + \Delta t) = v(t) + \Delta t((1 - \gamma)a(t) + \gamma a(t + \Delta t))$$
(15)

$$u(t + \Delta t) = u(t) + \Delta t v(t) + \Delta t^2 \left(\left(\frac{1}{2} - \beta \right) a(t) \right) + \beta a(t + \Delta t)$$
(16)

 $Ma(t + \Delta t) + Cv(t + \Delta t) + (1 + \alpha)(I(t + \Delta t) - f(t + \Delta t)) - \alpha(I(t) - f(t)) = 0$ (17) を連立する。(15),(16)において, αは減衰を表わすパラメータであり, β, γは時間方向 の離散化パラメータ,(17)において M は質量行列, C は減衰行列である。ここではレーリ ー減衰を仮定する。(17)において I(t)は内力であり,線形の場合は Ku(t)に等しい。(15), (16),(17)からv(t + \Delta t), a(t + \Delta t)を消去すると u(t + \Delta t)の自由度分の未知数に対する非 線形連立方程式が得られる。この非線形方程式にニュートン法を適用する。ニュートン法 の中に現れる,増分修正量が満たす方程式が方程式(14)と同じ形となり,ここに CGCG 法が用いられる。

3. 解析モデルと解析結果

仮想的に設計した 31 層からなる超高層ビルを,T2K上の E-Simulator で解析する。高 さは 129.7m,平面形状は 50.4m×36.0m の長方形である。架構形式は,センターコア形式 の鋼構造であり,コアには制震ブレースを配置がされている。スラブはエレベータ部分を 除いて全面に配置されている。図1に3次元 CAD モデルを示す。



図131層ビル CAD モデル

メッシュは 6 面体 1 次ソリッド要素で分割され, コンポーネントの結合に剛体梁, 制震 ブレースにはトラス要素が用いられている。6 面体要素数は 15,592,786, 節点数は 24,765,275, 自由度は 74,295,825 である。剛体梁は基礎部の加震のためおよびブレースと ガセットの接続のために合計 78,686本, トラス要素 (ブレース) は 372 本使用されている。 メッシュの全体像は細かすぎて表示できない。図 2 に一部をクローズアップしたものを示 す。



図2 メッシュモデルの一部

まず固有値解析を行う。求めた固有周波数は低い方から 6 個, 0.3074, 0.3484, 0.3822, 0.9688, 1.052, 1.176Hz である。3 次モードまでの固有モードを図 3 に示す。



つぎに動解析を行う。レーリー減衰行列は、1次固有値に対して2%の初期剛性比例とする。加震は、JR 鷹取駅で記録された観測地震波のうちの、最大加速度を含む10秒間の、 東西、南北、上下方向の加速度をそれぞれ長辺方向、短辺方向、上下方向の加速度履歴と して柱脚下端部にそれぞれ空間方向に一様に入力して行う。使用した地震波を図4に示す。 計算時間幅 Δt の最大値は0.01秒に取られており,ニュートン法の収束状況などで自動的に 分割される設定になっているが,本解析では10秒間を通じて分割されることなく,10秒間 の解析が1000ステップで終わっている。図5に,時刻10秒における相当応力分布に,20 倍の変形を重ねた図を示す。図6に時刻5秒における22層付近の相当応力分布に,20倍 の変形を重ねた図を示す。図6で,水平方向に張られた梁と垂直方向の柱の接合部に赤い 高応力部分(430MPa超)が生じており,降伏していることがわかる。







図6時刻5秒における22層付近の変形と相当応力(変形は20倍)

4. T2K における E-Simulator のチューニング

当初は、モデル作りおよび解析に手探りが続き、計算効率も良くなかった。標準的なマルチコア型のT2Kの性能も活かしきれていなかった。さまざまな工夫を加えた結果、プロジェクト開始当初の2008年にT2Kで出していたパフォーマンスは、2010年5月には当初の約4倍となった。本節ではこの経緯について述べる。

図7にT2K(日立HA8000)のノード構成を示す([13])。与えられた資源は24ノード,96



図7HA8000のノード構成

表1に E-Simulator のパフォーマンスの向上の経緯をまとめる。おおまかに4つのステ ップに分けられ、これらを便宜上、チューニングのステージA、B、C、Dと呼ぶ。解析ス テップは自重による静解析から出発し、動解析が引き続いて行われる。静解析にも時刻が 設定されており、動解析の出発は1.0秒からである。この表のとおり、調べたものは動解析 の数ステップに過ぎず、実際にはある程度の長時間の実行をもとに評価すべきだが、時間 的制約などから本表をもとにする。

| チューニング | ブのステージ | А | В | С | D |
|-------------------------|--------|-------------|--------------------|-------------|-------------|
| ソルバ | | 開発4.0αソルバ | 開発4.4αソルバ(旧) | | 開発4.4αソルバ |
| | | (2008/5/15) | (2010/3/11) | | (2010/5/26) |
| 並列化 | | MPI 192並列 | MPI 96並列 | | MPI 384並列 |
| | | OpenMPなし | OpenMP 4並列(計384並列) | | OpenMPなし |
| コンパイラ | | 日立製 | gcc | 4.43 日立製 | |
| 解析モデル | | MPCによる | 層間の結合 サ右節点による展開結合 | | |
| | | (非共有節点モデル) | | 光行即ぶによる眉间和百 | |
| 実行日 | | 2008/10/3 | 2010/3/23 | 2010/3/25 | 2010/5/27 |
| ステップ | 時刻[s] | 計算時間[s] | | | |
| 1 | 1.01 | 16207.4 | 9066.1 | 5667.0 | 3742.9 |
| 2 | 1.02 | 16646.7 | 8236.1 | 5698.4 | 4233.7 |
| 3 | 1.03 | 18217.1 | 7892.5 | 未計測 | 3635.8 |
| 動解析2ステップを基準と する速度向上率 | | 1.0 | 2.0 | 2.9 | 3.9 |

表1E-Simulator パフォーマンスの変遷

チューニングのステージ A. 2008 年春より解析モデルの準備に入った。当初の解析モデル は、時間の制約などもあり、別々に作られた各層が MPC で結合されるという、明らかに能 率の悪い解析モデルから出発した。このモデルを用いて当時のソルバ開発版 4.0 α(リリー ス版に対比して開発版と呼んでいる)で解析を開始した。最初は 24 ノード 384 コアにフラ ットに MPI を適用したが、ソケット間の通信が飽和し、論外のパフォーマンスだったため、 各ソケットから 2 コアのみを取り、合計 192 コアにフラットに MPI を適用した。これがチ ューニングステージ A である。

チューニングのステージ B. 2009 年 10 月には、開発版 4.4 a において、OpenMP による 並列化を行った。文献 [14] などを参考にした。このチューニングでは、2010 年 3 月時点 で最新の gcc 4.4.3 を用いている (本稿執筆時点の最新版は 4.6)。gcc の OpenMP 対応は 4.2 から正式サポートとなり、gcc のバージョンアップによる OpenMP 効率の向上は大きい。 MPI 並列は 1 ソケット 1 プロセスとし、1 プロセスに 4 スレッドを生成した。スレッドの 割り当てを図 8 に示す。



図8 チューニングのステージBのスレッドの割り当て

この並列化は,主として粒度の粗い,部分領域についてのループに渡り以下のように行 った。

① 並列化関係部のスレッドセーフ化

多くの並列化関係関数をスレッドセーフ化した。また、もともと使用している LAPACK をスレッドセーフ版と置き換えた。これは以下の②、③、④の準備である。

② CG 法前処理ループの一部(部分領域ループ)

並列同時処理を禁止する (Thread-unsafe) バリア数が多く,必ずしも大きなパフォーマンス向上にはつながらなかった。

③ CG 法行列ベクトル積,応力積分ループの一部(部分領域ループ)

最も大きな効果が得られた部分で、1 ソケット 4 スレッドを用い、ほぼ 4 倍のパフォー マンスを確認できた。

④ 各種ベクトル行列処理や最大値探索などの関数(非部分領域ループ)

大きなパフォーマンス向上にはつながらなかった。

以上に加え, チューニングステージ B (ソルバ開発版 4.4 α) では CGCG 法ソルバにおけるコースグリッドにおける直接法の解法に MPI による並列化を適用し, また CG 法トレランス, ニュートン法トレランスなどの見直しを行った。

チューニングのステージ C. 前述のようにチューニングステージA, B では, 解析モデルは 各層を別々に作り, それらを MPC で接続したものだが, 計算上は能率が悪い。そこで, 層 間の MPC 接続部分を, MPC を使わずに共有節点を用いて作りなおしたのがチューニング ステージ C である。ただし, 3 節で述べたように, 剛体梁が 78,686 本使われている。剛体 梁要素は MPC を用いて作られており, 解析モデルにはモデル構築上必須の多くの MPC が 残っている。

チューニングのステージ D. 2010 年 5 月,ソルバ開発版 4.4 a で MPC 処理における全体通 信を減らすことにより通信量の削減を行った。表1に示す通り MPI プロセスが1ソケット の全コアに適用されている。この結果, OpenMP の並列化よりフラット MPI の並列化の方 が勝る結果が得られた。

パフォーマンスの比較は動解析の第2時間ステップに対して行った。チューニングステ ージAを基準とするとステージB, C, D でそれぞれ約2倍,3倍,4倍の速度となった。 これは、モデルAでは1ステップに4時間半,500ステップの計算に、ステージAでは計 算上、3か月強かかった計算が、ステージDでは1か月弱でできるようになったことにな る。ただし、最初に述べたように、ノード占有の問題、ディスクの容量の制限、解析結果 のダウンロードなど他にボトルネックはあり、これは理想であって、現実とは異なる。

パフォーマンス向上の効果を項目別に調べると表2のような結果になった。この表中,1 項目目のニュートン法反復の減少は,ステージBの項で述べたトレランスの見直しの効果 である。

| | 項目 | 計算時間短縮 | |
|---|-------------|--------|--|
| 1 | ニュートン法反復の減少 | 約 40% | |
| 2 | OpenMP 並列化 | 約 20% | |
| 3 | 直接法並列化 | 約 5% | |
| 4 | 解析モデルの共有節点化 | 約 30% | |
| 5 | MPC 通信量削減 | 未測定 | |

表2 各項目別パフォーマンス向上の効果

5. まとめ

E-Simulator の概要と T2K におけるチューニングについて述べた。24 ノード,96 ソケ ット,384 コア,384 並列プロセスでは、フラット MPI がハイブリッド並列化を上回る結 果となった。しかしこれは、チューニングの中間結果である。現状のままでも、並列プロ セス数をより多く取ると逆の結果が得られることはあり得る。また、OpenMP あるいは場 合により Pthread チューニングを強化する余地はある([15])。一般に、コンパイラもスレッ ド並列化対応を強めている。

E-Simulator は今後さらにパフォーマンスを上げていくのと同時に,解析モデルの作成の 自動化なども検討されている。

謝辞

本稿で述べた解析では、防災科学技術研究所・数値震動台開発分科会からの全般にわた る指導を得た。E-Simulator および ADVC の開発と本稿に述べた解析は、株式会社アライ ドエンジニアリングのメンバーが行った。ここに謝意を表します。

参考文献,

- [1] 兵庫耐震工学センターウェブサイト http://www.bosai.go.jp/hyogo/
- [2] アライドエンジニアリングウェブサイト http://www.alde.co.jp/
- [3] ADVENTUREプロジェクトウェブサイト http://adventure.sys.t.u-tokyo.ac.jp/jp/
- [4] Makoto Ohsaki, Tomoshi Miyamura, Masayuki Kohiyama, Muneo Hori, Hirohisa Noguchi, Hiroshi Akiba, Koichi Kajiwara, Tatsuhiko Ine, High-precision finite element analysis of elastoplastic dynamic responses of super-highrise steel frames, Earthquake Engineering Structural Dynamics, Vol. 38, pp. 635-654, 2009
- [5] 大崎純,宮村倫司,小檜山雅之,磯部大吾郎,秋葉博,堀宗朗,梶原浩一,井根達比 古,鋼構造建築骨組の弾塑性地震応答の高精度有限要素解析,第14回計算工学講演論 文集,2009年5月12日~14日,東京大学生産技術研究所
- [6] Tomoshi MIYAMURA, Makoto OHSAKI, Masayuki KOHIYAMA, Daigoro ISOBE, Kunizo ONDA, Hiroshi AKIBA, Muneo HORI, Koich KAJIWARA and Tatsuhiko INE, Large-Scale FE-Analysis of Steel Building Frames Using E-Simulator, Proceedings of SNA+MC2010, October 17-21, 2010, Tokyo
- [7] 宮村倫司,大崎純,小檜山雅之,張景耀,磯部大吾郎,秋葉博,堀宗朗,山下拓三, 梶原浩一,崩壊解析のための鋼構造骨組の高精度有限要素モデル,第16回計算工学講 演会論文集,2011年5月25日~5月27日,東京大学柏キャンパス,発表予定

- [8] 宮村倫司,大崎純,堀宗朗,山下拓三,磯部大吾郎,小檜山雅之,秋葉博,梶原浩一, E-Simulator による4 層鋼構造骨組の仮想震動実験と骨組解析の比較,日本建築学会 2011 年度大会(関東)学術講演梗概集,2011 年 8 月 23~25 日,早稲田大学,発表予 定
- [9] 山下拓三,宮村倫司,小檜山雅之,大崎純,堀宗朗,秋葉博,梶原浩一, E-Simulator による合成梁の高精度コンポーネント解析,日本建築学会 2011 年度大会(関東)学 術講演梗概集, 2011 年 8 月 23~25 日,早稲田大学,発表予定
- [10] T. Yamashita, T. Miyamura, M. Ohsaki, M. Kohiyama, D. Isobe, K. Onda, M. Hori, J.Y. Zhang, H. Akiba and K. Kajiwara, High-Precision FE-Analysis for Seismic Collapse Simulation of Steel Building Frames, Proceedings of COMPDYN 2011, May 25-28, 2011, Corfu, Greece, 発表予定
- [11] Makoto Ohsaki, Tomoshi Miyamura, Masayuki Kohiyama, Jingyao Zhang, Daigoro Isobe, Kunizo Onda, Takuzo Yamashita, Muneo Hori, Hroshi Akiba and Koichi Kajiwara, High-Precision FE-Analysis for Collapse Simulation of Steel Frames Considering Composite Beam Effect, Proceedings of EUROSTEEL 2011, August 31 - September 2, 2011, Budapest, Hungary, 発表予定
- [12] 秋葉博,大山知信,CGCG 法とその拡張アルゴリズム,2010 年度 第23回 日本機械学会計算力学講演会講演論文集,2010 年9月23日~25日,北見工業 大学
- [13] 「T2K オープンスパコン(東大)」概要 http://nkl.cc.u-tokyo.ac.jp/10w/CW-intro/HA8000-overview.pdf
- [14] 中島研吾, T2K オープンスパコン (東大) 連載講座番外編 : Hybrid プログラミング モデルの評価

http://www.cc.u-tokyo.ac.jp/publication/news/VOL11/No4/200907tuning.pdf

[15] 荻野正雄, MPI/Pthread ハイブリッド並列化による領域分割型有限要素法の高速化, 先駆的計算科学に関するフォーラム 2010 資料, 2010 年 9 月 29 日,九州大学伊都キ ャンパス

http://www.cc.kyushu-u.ac.jp/scp/users/forum2010-09/6.pdf