

応力テンソルを用いたクォーク間相互作用と自己エネルギー の数値解析

北澤正清

大阪大学大学院理学研究科

1. はじめに

宇宙を構成する物質を細かく分解していくと、原子、原子核、核子などの階層を経て「クォーク」と呼ばれる素粒子に行き着く。クォークは、現在の宇宙では強い力によって核子などの内部に閉じ込められており、単独で観測されたことはない。しかし、ビッグバン開闢直後の超高温の宇宙ではクォーク間の相互作用が熱遮蔽効果で弱まる効果によりこの素粒子が閉じ込めから解放され、単独の粒子状態として存在する物質「クォーク・グルーオン・プラズマ」が実現していた。近年、米国 RHIC や欧州 CERN での加速器実験によって地上での実験によるクォーク・グルーオン・プラズマ状態の観測が実現したのに伴い、この分野の研究は更に重要性を増し、加速している。

初期宇宙がクォーク・グルーオン・プラズマ状態から現在の姿に至る進化の過程を解明するためには、超高温物質中におけるクォーク間相互作用の変質を精密に理解することが極めて重要である。クォーク間相互作用の格子ゲージ理論に基づく第一原理数値シミュレーションは、真空・有限温度を問わず古くから行われてきた。しかし、従来の研究のほとんどは力の強さやポテンシャルを距離の関数として測定するのみの素朴なものであったため、計算結果として相互作用の大きさが得られるものの、その相互作用が得られる物理的機構を理解することはできなかった。

これに対し本研究では、超高温物質中におけるクォーク間相互作用を微視的な伝達機構に着目して解析することで、相互作用の変質をより基本的な立場から理解することを試みるものである。この課題を実現するため、本研究では応力テンソルと呼ばれる量を用いた解析を行う。一般に力は、空間に遍在する「場」の歪みによって伝達されるが、応力テンソルはこの歪みの特徴づける物理量である。クォーク系の応力テンソルの空間分布を格子数値解析によって定量的に測定することで、クォーク間相互作用を、場の歪みという「近接相互作用」的な視点から理解することが可能となる。

この応力テンソルの解析を閉じ込め相転移の臨界温度付近で行い、初期宇宙が経験したこの相転移を理解する鍵となる重要な情報を得ることが本研究の目的である。

2. 勾配流法

格子数値シミュレーションにおける応力テンソルの解析は、従来知られていた技法では極めて困難であり、ごく最近までほとんど手が付けられてこなかった。しかし最近、勾配流 (gradient flow) [1, 2] と呼ばれる技法を用いた全く新しい応力テンソルの解析法が提唱された [2]。この方法を用いると、格子ゲージ理論上で応力テンソルが適切に定義できると同時に、測定誤差が劇的に改善し現実的な計算時間で十分な精度の数値計算結果を得ることが可能となる。我々はこれまでに、この新しい解析法の数値解析をいち早く実現し、熱力学量の解析など

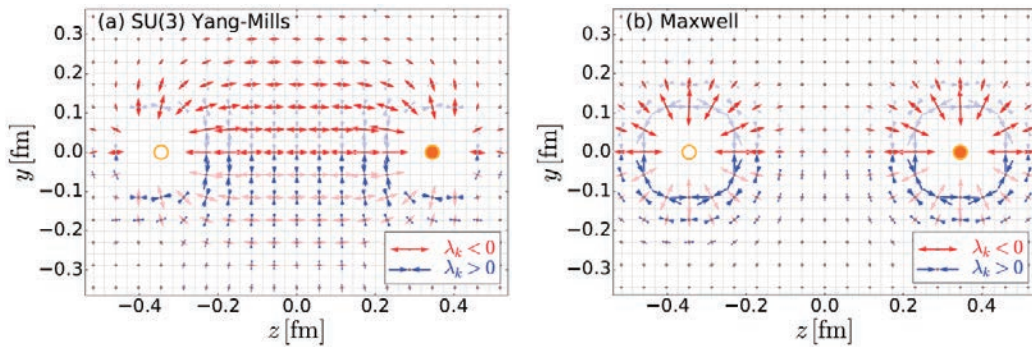


図1：(a)クォーク・反クォーク系における応力テンソルの固有ベクトルの分布[6]。赤矢印は引力、青矢印は斥力方向。(b)同様な結果を、電磁気学（Maxwell理論）に対して示したもの。

を通してその有効性を実証してきた[3, 4, 5]。

3. 真空中における応力テンソルの解析

我々は最近、勾配流法による格子数値計算で真空中にクォークと反クォークが置かれた系の応力テンソル分布を解析した。この解析結果を図1の左図に示す[6]。

応力とは面に働く力であり、応力テンソルはこの力の構造を特徴づける物理量である。応力テンソルは空間三次元系では 3×3 行列（テンソル）であり、この行列の固有値及び固有ベクトルは、応力の主方向および単位面積あたりに働く力の大きさを表す。応力テンソルの固有値が正の場合、面を通して働く力は引力的であり、負の場合は斥力的な相互作用に対応する。このように、応力テンソルの固有値・固有ベクトルを使うことで空間の各点において場の歪みが引き起こす近接相互作用を可視化することができる。

図1では、引力的な相互作用に対応する固有ベクトルを赤矢印で、斥力的な相互作用に対応する固有ベクトルを青矢印で示してある。矢印の長さは固有値の平方根に比例している。また、クォーク・反クォーク系の比較対象として、通常電磁気学で二つの電荷 q および $-q$ を置いた場合の応力テンソルの空間構造を図1の右図に示した。

電磁気学においては、応力テンソルの引力に対応する固有ベクトルは電場の向きと平行である。このため、図1右図の赤線は電場の向き、すなわち力線の方向を表している。一方、クォーク間の力を伝える非可換ゲージ理論の場合、カラー電場はゲージ依存な概念であり、物理的な観測量ではない。このため、非可換ゲージ理論の力線は電磁気学とは異なり、カラー電場を用いて定義することができない。しかしこの場合にも、応力テンソルはゲージ不変な観測量であるため、図1左図の結果は非可換ゲージ理論における力線を初めて可視化したものと言える大変画期的な成果である[6]。

また、図1右図では、電磁気学でなじみの深い放射状の力線構造が観測されているのに対し、左図では力線が大きくゆがみ、クォーク・反クォーク間にチューブ状の構造が現れているのが分かる。このような構造はフラックスチューブと呼ばれ、その存在自体は古くから様々な方法で研究されてきた。しかし、ゲージ不変な観測量、特に近接作用と密接に関連した応力テンソルを用いてフラックスチューブの構造を明らかにしたのは本研究が初めてである[6]。

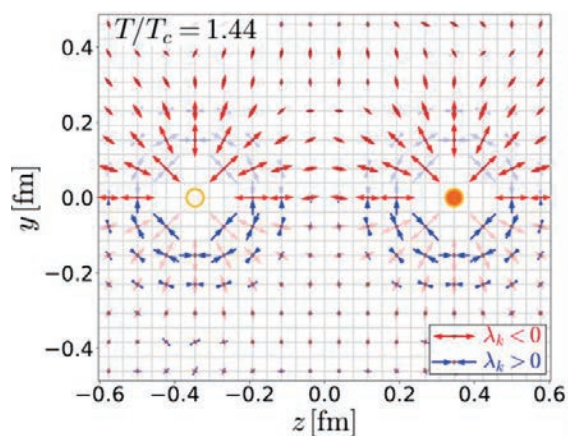


図2：非閉じ込め相($T=1.44T_c$)におけるクォーク・反クォーク系の応力テンソルの固有ベクトルの分布。真空中で観測されたフラックスチューブ構造が融解していることが分かる。

4. 有限温度への拡張

4.1 クォーク・反クォーク系

以上の成果は真空中におけるクォーク・反クォーク系に関する研究だが、このような解析を有限温度系へと拡張させることで、初期宇宙で実現していたクォーク・グルーオン・プラズマ状態（非閉じ込め状態）中における相互作用の伝達機構を可視化し、この状態中におけるクォークの性質を相互作用の立場から理解することが可能となる。特に、閉じ込め相転移の臨界温度付近でこのような解析を行うことで、温度の上昇とともにクォーク間相互作用がどのように変質し、物質が閉じ込めから非閉じ込め状態へと相転移するかを理解することが可能となる。

本年度は、以上のような目的に基づき、有限温度におけるクォーク・反クォーク間の間相互作用の解析を行った。この研究で得られた結果の一例を図2に示す。図2は、閉じ込め相転移の臨界温度 T_c の約 1.44 倍（約 4 兆ケルビン）という超高温状態におけるクォーク・反クォーク系の応力構造を示したものである。この結果を図1と比較すると、真空中で観測されていたフラックスチューブ構造が温度効果によって融解し、閉じ込め相互作用が減衰していることが見て取れる。また、詳細は技術的になりすぎるため省略するが、図2の結果からは力の大きさの減衰のみならず、熱遮蔽効果による相互作用の遠方での減衰などの物理的情報を理解することができる。

今後、このような数値解析を様々な温度に対して行い、相互作用伝達機構の温度依存性を調べると共に、これらの数値解析結果を用いて閉じ込め・非閉じ込め相転移を理解していくことが課題である。

4.2 単独のクォーク系

非閉じ込め相では、クォーク・反クォーク系に加え、1個のクォークが置かれた系を解析することもできる。真空中では、クォークの閉じ込めによって1個のクォークが置かれた系のエネルギーは無限大となり定義不可能で、数値解析ができない。しかし、非閉じ込め相転移より高温の状態ではカラー遮蔽によって1個のクォークが置かれた系のエネルギーが有限となるため、そのような系を数値解析することが可能となる。

本年度の研究で我々は、クォーク・反クォーク系に加え、1個のクォークが置かれた系の周辺

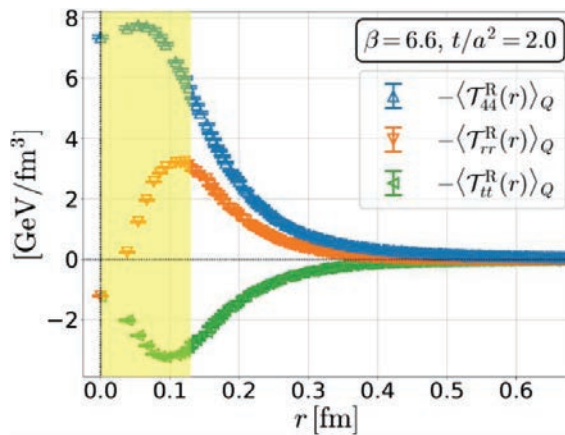


図3：非閉じ込め相(T=1.44T_c)における、単独のクォーク周辺のエネルギー密度および応力テンソルの固有値。横軸はクォークからの距離。

の応力テンソルの分布の解析も行った。このような系は球対称性を持つため、クォーク・反クォーク系とは異なり球座標を用いるのが便利である。図3に、クォーク周辺のエネルギー密度及び応力テンソルの球座標における各固有値をクォークからの距離の関数として示したものを示す。ただし、図中の黄色で着色した領域は勾配流法を用いた我々の解析が破綻する領域を示しており、図3の結果はこの領域の外でのみ信頼可能である。

この結果を、電磁気学で単独の電荷を置いた場合と比較すると様々な違いを論じることができるが、専門的になりすぎるため本記事では割愛する。また、図3で得られた応力テンソルの結果からは、遠方でのカラー電荷の遮蔽の様相や、近距離での running coupling の変化などを解析することが可能であり、今後は数値解析結果を精密化すると並行してこれらの物理現象の考察にも取り組んでいきたい。

5. 展望

本研究では、勾配流法という全く新しい技法によって突破口が開かれた格子ゲージ理論数値シミュレーションにおける応力テンソルの解析法を用い、真空及び有限温度でのクォーク系の応力テンソルの構造を調べる研究を行っている。この研究によって、クォーク間相互作用を近接作用的立場から理解することが初めて実現し、現在の宇宙における相互作用の伝達構造や初期宇宙で実現したクォーク・グルーオン・プラズマ状態や閉じ込め相転移の理解に全く新しい光を当てることが可能となった。

今後、現在継続中の有限温度の数値シミュレーションに関して、解析を精密化するとともに温度依存性を系統的に調べる数値解析を行うことが喫緊の課題である。更に、クォーク3体、4体系や、励起状態の解析などへの拡張も興味深い。また、本研究のこれまでの解析はすべてSU(3)非可換ゲージ理論で行ってきたが、この数値シミュレーションを、動的クォークの効果を取り込んだフルQCDでの解析へと拡張することも重要な課題である。勾配流法はフルQCDにも適用することが可能であり、実際我々の研究においてこの手法による熱力学量の解析に成功している[7]。

本研究が切り開いた応力テンソルの研究は、更なる様々な応用可能性を秘めている。まず、本研究がこれまでに取り組んできたのは全て静的なクォーク系の解析だが、この研究を核子や中間子など、動的なクォークで構成されたハドロン中の応力構造の解析へと拡張していくことが極め

て興味深くかつ重要な課題である。また、応力テンソルは従来の格子ゲージ理論の技法では解析することのできなかつた非等方な系の熱力学量の解析も可能とする[8]。このような解析にもクオーク系と並行して取り組んでおり、今後もさらなる研究を進めていきたい。

参考文献

- [1] M. Luscher, JHEP **1008** (2010) 071.
- [2] H. Suzuki, PTEP **2013** (2013) 083B03.
- [3] M. Kitazawa, plenary talk at LATTICE2014 (New York, USA, June 24-28, 2014).
- [4] M. Asakawa, T. Hatsuda, E. Itou, M. Kitazawa, H. Suzuki, Phys. Rev. **D90** (2014) 011501.
- [5] M. Kitazawa, T. Iritani, M. Asakawa, T. Hatsuda, H. Suzuki, Phys. Rev. **D94** (2016) 114512.
- [6] R. Yanagihara, T. Iritani, M. Kitazawa, M. Asakawa, T. Hatsuda, Phys. Lett. **B789** (2019) 210-214.
- [7] Y. Taniguchi, et al., Phys. Rev. **D96** (2016) 014509.
- [8] M. Kitazawa, S. Mogliacci, I. Kolbe, W.A. Horowitz, Phys. Rev. **D99** (2019) 094507.