

Taylor-Couette-Poiseuille 流れにおける熱伝達とトルク性能の LES 解析

藤本 慶

東京農工大学大学院工学府機械システム工学専攻

1. はじめに

近年の省エネルギー化の要求から、ジャーナル軸受、電気モータ、ガスタービン、遠心分離機などの回転機械では、エネルギー効率向上のための効果的な冷却および損失低減が求められる。それらを達成するためには、回転機械内の熱伝達および摩擦抵抗の理解が重要となる。

回転機械内の流れは内側円筒が回転する同心二円筒間環状流路内の流れ (Taylor-Couette 流れ^[1] (図 1)) に単純化出来る。Taylor-Couette 流れでは、内壁回転による遠心力が原因となり、周方向に回転軸を持つ環状渦構造 (Taylor 渦) が形成される^[1]。また、Taylor-Couette 流れに軸方向貫流のある場合 (Taylor-Couette-Poiseuille 流れ (図 2)) では、環状や螺旋状渦構造が形成され、それらが貫流方向に移動する^[2]。Taylor-Couette-Poiseuille 流れにおいて、貫流が熱伝達や摩擦抵抗に与える影響は古くから研究^{[3][4][5]}が行われているが、その現象のメカニズムの理解は十分でない。

本研究では、Taylor-Couette-Poiseuille 流れについて熱および運動量輸送の Large Eddy Simulation (LES) 解析を行う。そして、貫流が熱伝達および摩擦抵抗に与える影響の定量的な評価を行い、現象のメカニズムの理解を最終目的とする。今回、テイラー数 Ta (内壁回転数の無次元数) が 4000、貫流のレイノルズ数 Re が 1000 の条件で解析を行った。ここでは、渦構造の可視化結果を示し、その後、壁近傍の高速・低速流体と壁面の熱伝達および摩擦抵抗の相関関係について述べる。

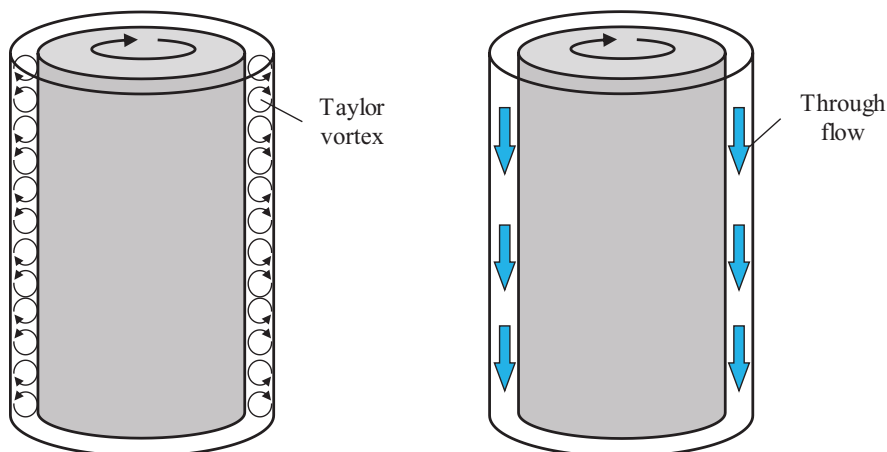


Fig. 1 Flow in concentric annular channel with inner wall rotation (Taylor-Couette flow).

Fig. 2 Flow in concentric annular channel with inner wall rotation and through flow (Taylor-Couette-Poiseuille flow).

2. 数値解析方法

計算対象の同心二円筒間環状流路（図2）の内側円筒と外側円筒の半径比は $R_i/R_o=0.87$ ，流路高さは H [m]，軸方向長さは $18H$ [m]である．ここで R [m]は円筒半径，添え字 i, o はそれぞれ内側および外側円筒を表す．内側および外側円筒に滑りなし条件を，周および軸方向に周期境界条件を課した．内側円筒は角速度 ω [rad/s]で回転し，外側円筒は静止する．また，内側および外側円筒をそれぞれ等熱流束で加熱および冷却している．内側円筒回転数無次元数であるテイラー数 $Ta (=R_i\omega H/\nu)$ を4000，貫流のレイノルズ数 $Re (=U_z(2H)/\nu)$ を1000とした．ここで ν [m²/s]は動粘度を， U_z [m/s]は貫流の平均流速を表す．

支配方程式は，非圧縮流れの連続の式，Navier-Stokes 方程式，エネルギー方程式である．周期境界条件下で軸方向に貫流を実現するため，Navier-Stokes 方程式に平均圧力勾配を付加した．基礎式の離散化は有限体積法（OpenFOAM-4.1）で行い，時間の離散化に2次精度後退差分を，空間の離散化に2次精度中心差分を用いた．LESのSub-Grid Scale (SGS) モデルとして，Smagorinsky 定数を流跡線に沿って平均化するLagrangian dynamic Smagorinsky モデル^[6]を用いた．

計算領域の周方向サイズは90度であり，計算格子には構造格子を用いた．格子数は径 (r)，周 (θ)，軸 (z) の各方向に100, 256, 384である．摩擦速度 u_τ [m/s]を $u_\tau = \sqrt{\nu \partial u_\theta / \partial r|_{r=R_i}}$ [m/s]と定義した時，摩擦速度で規格化した格子解像度は $\Delta r^+ = 0.240 \sim 6.01$ ， $(r\Delta\theta)^+ = 7.54 \sim 8.65$ ， $\Delta z^+ = 8.53$ であり，時間刻みは $\Delta t^+ = 0.127$ である．ここで u [m/s]は速度を，横棒は時間平均成分を，山括弧は周および軸方向平均を，上付き十字は摩擦速度での規格化を表す．統計量は，統計的定常を判定後，統計時間 $t^+ = 12233$ の間隔で算出した．この統計時間は貫流の入れ替わり10.3回分，また，内側円筒の回転34.9回分を確保している．利用システムはOakforest-PACSであり，領域分割による並列計算を行った．計算領域を軸方向に192分割し，3ノードを使用し計算を実行した．この際，各ノードの先頭の物理コア2つを除きL1キャッシュを1プロセスが専有する様にピンングし，また，各ノードのMPIプロセス数が等しくなる様に設定した．流れの統計的定常状態の作成に約512時間，統計量の算出に約49.7時間要した．統計量を周方向サイズ領域サイズが90度と360度の場合で比較した結果，大きな違いが無かった．また，格子解像度を各方向に約1.5倍粗くした場合で統計量を算出し，大きな変化が無いことも確認した．

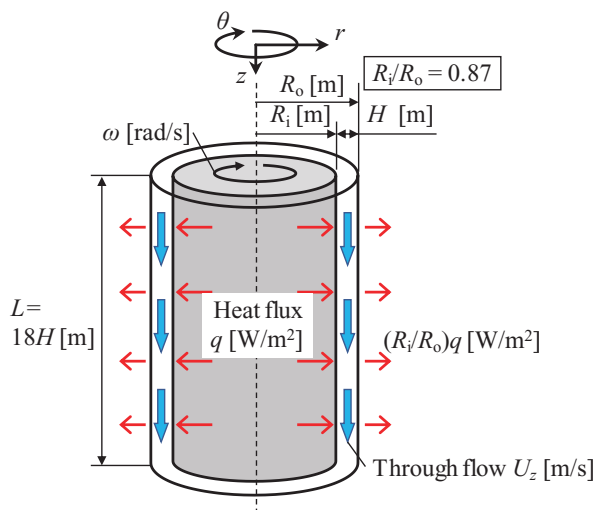
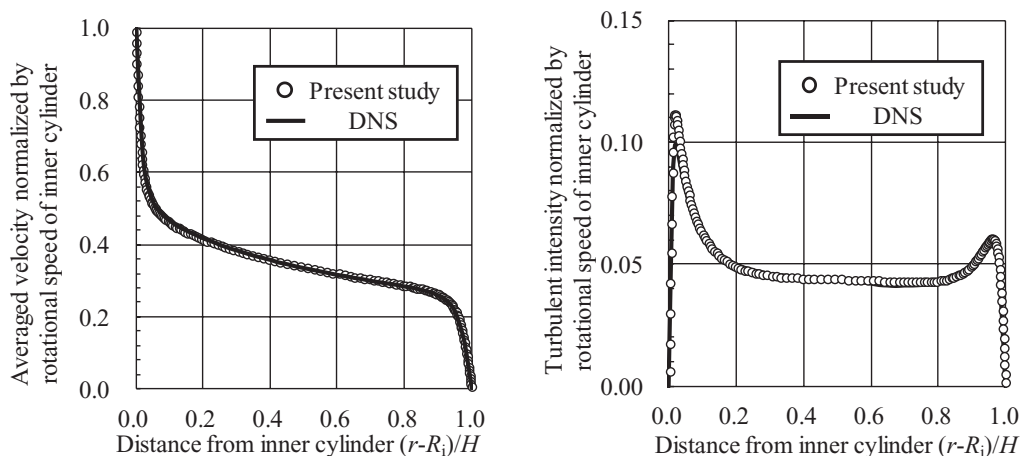


Fig. 3 Schematic of geometry and coordinates.

3. 解析結果

3. 1. SGS モデル (乱流モデル) の検証

SGS モデルの検証を行うために、(貫流の無い) Taylor-Couette 流れの数値解析を Dong(2007)^[7]と同様の流路形状で行い、解析結果を比較した。Dong(2007)はスペクトル法を用い、乱流域の Taylor-Couette 流れの DNS (直接数値計算)を行った。半径比は 0.5 であり、軸方向長さは πH または $2\pi H$ であった。今回、 $Ta=8000$ の条件で比較を行った。比較に用いた数値解析において、半径比は同じであるが、軸方向長さは $6.3H$ である。格子数は径 (r)、周 (θ)、軸 (z) の各方向に 150, 384, 288 である。統計量は統計的定常を判定後、統計時間 $t^+=5122$ の間隔で算出した。この統計時間は内側円筒の回転 31.4 回分を確保している。図 4 に、周方向時間平均流速と周方向乱れ強度を比較した結果を示す。本研究の解析結果は DNS の結果と良く一致している。



(a) Averaged circumferential velocity.

(b) Averaged circumferential turbulent intensity.

Fig. 4 Validation of SGS model by comparing present results with DNS results^[7] for $Ta=8000$, $Re=0$.

3. 2. 渦構造の可視化

ここでは渦構造の可視化結果を示す。周方向速度変動 $(\bar{u}_\theta - u_\theta)$ [m/s] の等値面によって高速・低速流体を、また、速度勾配テンソルの第 2 不変量 Q [$1/s^2$] の等値面によって渦管を可視化した。

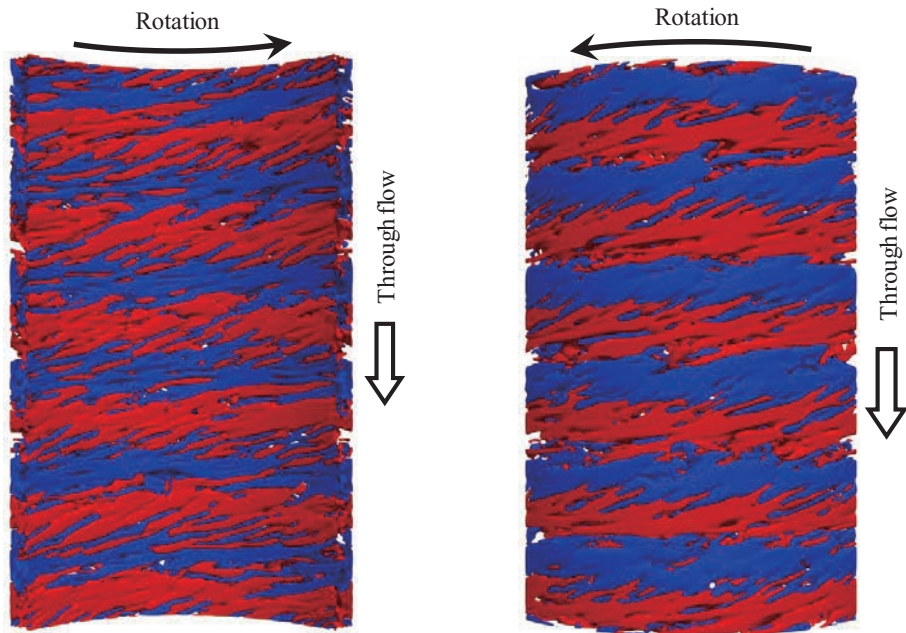
速度勾配テンソルの第 2 不変量 Q [$1/s^2$] は $Q = (1/2) \{ [(\partial u_i / \partial x_j - \partial u_j / \partial x_i) / 2]^2 - [(\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) / 2]^2 \}$

[$1/s^2$] と定義され、主に渦の可視化に用いられる。ここで x_i は 3 次元における i 方向座標を表す。

図 5 に周方向速度変動 $(\bar{u}_\theta - u_\theta)^+$ の等値面を示す。赤は高速流体 ($(\bar{u}_\theta - u_\theta)^+ > 1$) を、青は低速流体 ($(\bar{u}_\theta - u_\theta)^+ < -1$) を表す。周方向に延びる高速流体と低速流体が、軸方向に交互に並ぶ様子が確認出来る。これは、 $Ta=4000$, $Re=1000$ では内側円筒回転の影響の方が貫流の影響よりも大きく、

流れの構造に内側円筒回転によって形成される Taylor 渦が保持されていることを表す。図 6 に摩擦速度で規格化した速度勾配テンソルの第 2 不変量 Q^+ の等値面を示す。カラーコンターは温度 $(T-T|_{r=R_o}) / (T|_{r=R_i} - T|_{r=R_o})$ を表す。周方向に連なる渦管の集合が、軸方向に周期的に並ぶ様子が確認出来る。よって、流れにおいて回転方向の剪断応力が支配的であることが分かる。これは

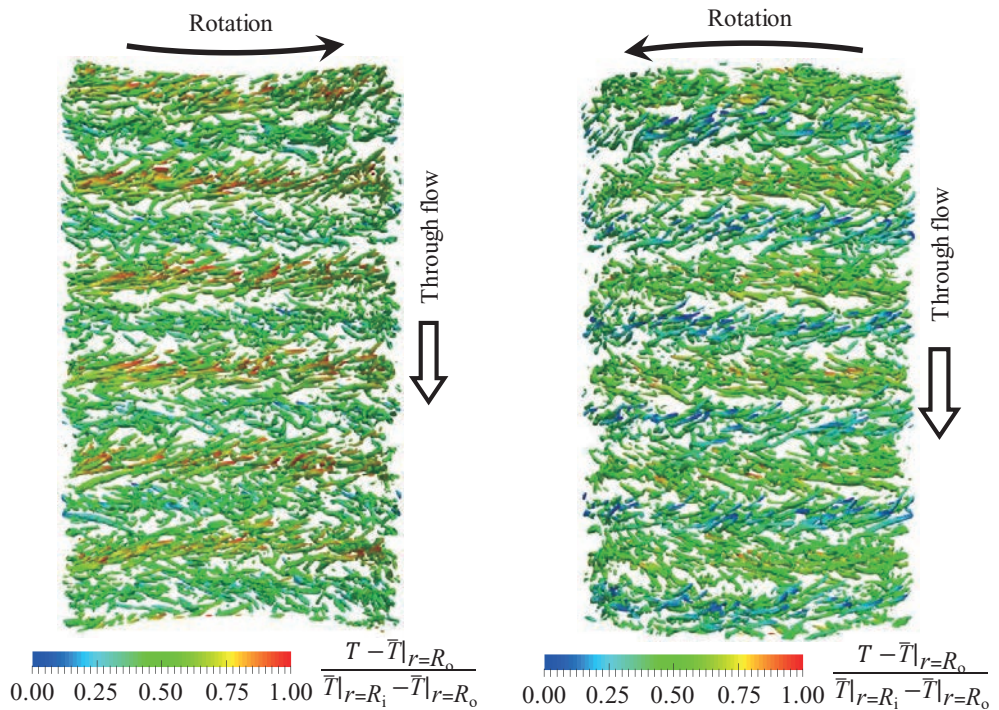
先程述べた様に、内側円筒回転の影響の方が貫流の影響よりも大きいことと対応している。



(a) Inner cylinder side.

(a) Outer cylinder side.

Fig. 5 Iso-contour of circumferential velocity fluctuation $((\bar{u}_\theta - u_\theta)^+ = 1$ (blue) and -1 (red)) for $Ta=4000$, $Re=1000$.



(a) Inner cylinder side.

(a) Outer cylinder side.

Fig. 6 Iso-contour of the second invariant of deformation tensor $Q^+ = 5.5 \times 10^{-3}$ for $Ta=4000$, $Re=1000$.

3. 3. 壁近傍の高速・低速流体と熱伝達および摩擦抵抗の関係

今回、壁近傍の高速・低速流体と壁面の熱伝達および摩擦抵抗の相関関係を調査した。平行平板間乱流の研究では、壁近傍の高速・低速流体が壁面の熱伝達および摩擦抵抗に影響を与える^[8]と報告されており、本研究が対象とする流れでも同様のことが予想される。図 7 に、内側円筒近傍 $((r-R_i)^+ \sim 11)$ での周方向速度変動 $(\bar{u}_\theta - u_\theta)^+$ の分布を示す。また、図 8 に内側円筒における瞬時の局所周方向壁面剪断応力分布を、図 9 に瞬時の局所ヌセルト数 Nu_{local} 分布を示す。ヌセルト数 Nu_{local} は $Nu_{local} = \partial T / \partial r |_{r=R_i} (2H) / (T |_{r=R_i} - \bar{T}_{bulk})$ と定義した。 $\bar{T}_{bulk} = \int \bar{u}_\theta \bar{T} dV / \int \bar{u}_\theta dV [K]$ は混合平均温度である。ここで $\int dV$ は体積積分を表す。高速 $((\bar{u}_\theta - u_\theta)^+ > 1)$ および低速 $((\bar{u}_\theta - u_\theta)^+ < -1)$ 領域はそれぞれ壁面剪断応力の大小と局所ヌセルト数の大小と対応している。よって、壁近傍の高速・低速流体が壁面の熱伝達と摩擦抵抗に影響することが分かった。

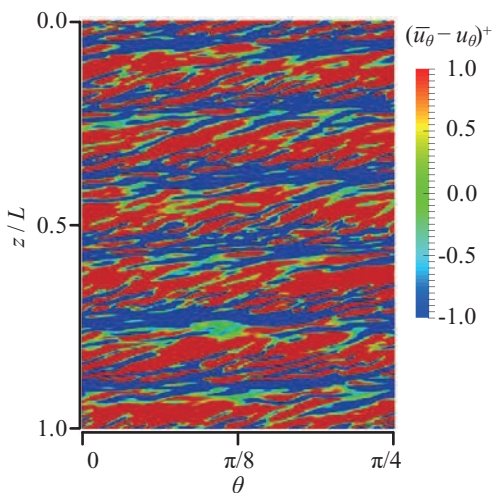


Fig. 7 Contours of circumferential velocity fluctuation $(\bar{u}_\theta - u_\theta)^+$ at $(r-R_i)^+ \sim 11$ for $Ta=4000$, $Re=1000$.

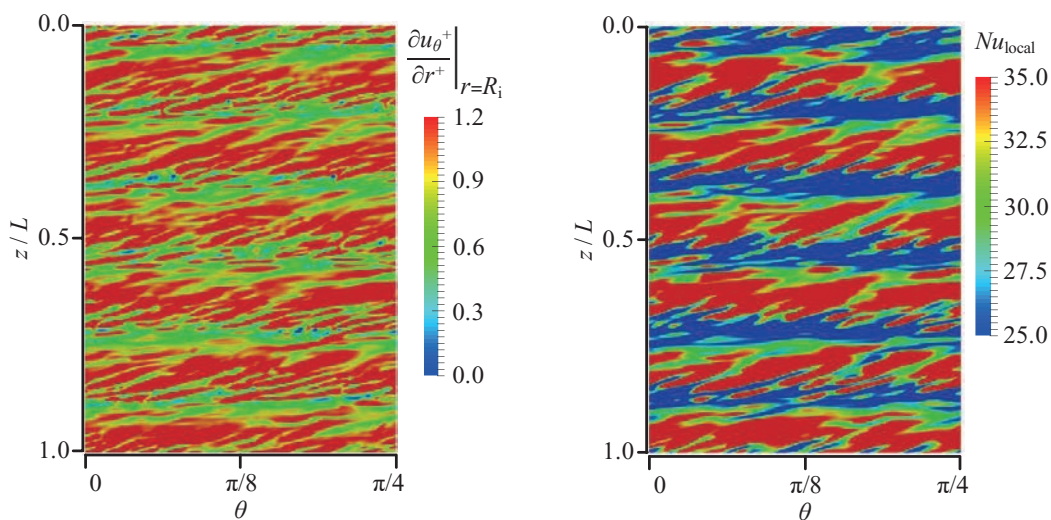


Fig. 8 Wall shear stress $\partial u_\theta^+ / \partial r^+ |_{r=R_i}$ at inner cylinder Fig. 9 Instantaneous local Nusselt number Nu_{local} at inner cylinder for $Ta=4000$, $Re=1000$.

4. まとめと今後の予定

軸方向貫流のある内側円筒が回転する同心二円筒間環状流路内の流れ（Taylor-Couette-Poiseuille 流れ）について、熱および運動量輸送の Large Eddy Simulation（LES）解析を行った。

渦構造の可視化結果から、周方向に延びる高速流体と低速流体が軸方向に周期的に並ぶ様子や、周方向に連なる渦管の集合が軸方向に周期的に並ぶ様子が確認出来た。これは、ここで示した解析条件（ $Ta=4000$, $Re=1000$ ）では内側円筒回転の影響の方が貫流の影響よりも大きいことと対応している。

また、壁近傍の高速・低速流体と壁面の熱伝達および摩擦抵抗の相関関係を調査した。壁近傍の高速（ $(\bar{u}_\theta - u_\theta)^+ > 1$ ）・低速（ $(\bar{u}_\theta - u_\theta)^+ < -1$ ）流体の分布は、周方向壁面剪断応力の大小と局所ヌセルト数の大小と相関があった。よって、平行平板間乱流と同様に、壁近傍の高速・低速流体が壁面の熱伝達および摩擦抵抗に影響を与えると分かった。

今後は、貫流レイノルズ数が大きい条件で解析を行い、流れ場の構造の変化と熱伝達および摩擦抵抗の関係について議論したい。

謝 辞

本研究は東京大学情報基盤センター「若手・女性利用者推薦」平成 29 年度（後期）および平成 30 年度（前期）の課題として行われたものである。また、村田章教授、山本昌平特任助教（東京農工大学大学院工学府機械システム工学専攻）には多くの指導、助言をいただいた。ここに記して謝意を記す。

参 考 文 献

- [1] Taylor, G.I., “Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A*, Vol. 223, (1923), pp. 289-343.
- [2] Wereley, S. T. and Lueptow, R. M., “Velocity field for Taylor–Couette flow with an axial flow,” *Physics of Fluids*, Vol. 11, No. 12(1999), pp. 3637-3649.
- [3] Fénot, M., Bertin, Y., Dorignac, E., and Lalizel, G., “A review of heat transfer between concentric rotating cylinders with or without axial flow,” *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, No.7 (2011), pp. 1138-1155.
- [4] Yamada, Y., “Resistance of a flow through an annulus with an inner rotating cylinder,” *Bulletin of JSME*, Vol. 5, No. 18(1962), pp. 302-310.
- [5] Yamada, Y., “Torque resistance of a flow between rotating co-axial cylinders having axial flow,” *Bulletin of JSME*, Vol. 5, No. 20(1962), pp. 634-642.
- [6] Meneveau, C., Lund, T. S., and Cabot, W. H., “A Lagrangian dynamic subgrid-scale model of turbulence,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 319, (1996), pp. 353-385.
- [7] Dong, S., “Direct numerical simulation of turbulent Taylor-Couette flow,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 587, (2007), pp. 373-393.
- [8] 岩本, 笠木, 鈴木, “チャンネル乱流における階層構造”, 日本流体力学会年会講演論文集 2005, (2005), 55.