

統計的に定常な一様剪断乱流への安定密度成層の影響

関本 敦

大阪大学大学院 基礎工学研究科 物質創成専攻 化学工学領域

1. はじめに

一様せん断乱流は、平均流れと速度変動の相互作用の理論解析などに用いられる単純な流れであるが、最近の直接数値計算 (Direct Numerical Simulation, DNS) によって、長時間統計は非一様な壁乱流における対数領域の乱流統計量を非常によく再現することが知られている [1, 2]。平均流からエネルギーが供給されて発達する三次元乱流構造はやがて、計算領域による拘束を受けながら通常の壁乱流と似通った自己生成サイクル [3, 2, 4] を示すようになり、系の特性長さスケールは計算領域のスパン方向長さ (L_z) と同程度となる [2]。しかしながら、大気・海洋乱流にしばしば見られるような安定密度成層がある場合は浮力が乱流の自己生成サイクルに大きな影響を及ぼす。安定密度成層によって導入される長さスケール (Ozmidov スケール, L_o) 以上では浮力の影響が強くなり、通常のコルモゴロフ乱流と異なり波としての性質が強くなるが、それらの境界は明白ではなく乱流変調の系統的理解には詳細な DNS データベースを用いた解析が有用である。系の最大スケールがはっきりしている統計的に定常な一様せん断乱流 (statistically-stationary homogeneous shear turbulence, SS-HST) を用いることで、浮力が及ぼすスケールを評価する。本課題利用では、代表者が開発した一様せん断乱流の MPI-OpenMP ハイブリッドコードに安定成層の効果を取り入れ、Oakforest-PACS で数計算を実施した。

2. 数値計算手法

図 1 のように平均速度勾配 S 及び密度勾配 B が一定である流れを考え、 x 方向を流れ方向、 y 方向がせん断方向、 z 方向をスパン方向とし、直方体の計算領域 ($0 \leq x \leq L_x, 0 \leq y \leq L_y, 0 \leq z \leq L_z$) を考える。支配方程式は非圧縮の Navier-Stokes 方程式と温度スカラー場 (T) を用い、密度 ρ は温度に比例 (ブシネスク近似を適用) すると、 $\rho = \rho_0 - \beta(T - T_0)$ とする。ここで、 ρ_0 は基準密度、 T_0 は基準温度、 β は体膨張係数である。重力加速度ベクトルを $\mathbf{g} = (0, -g, 0)$ とし

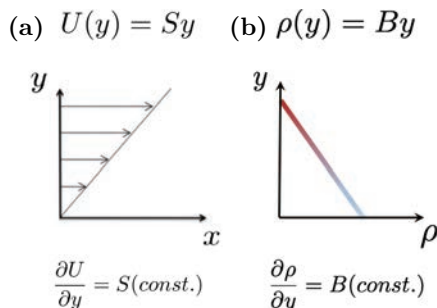


図 1 一様せん断乱流の平均速度分布 (左図), および平均密度分布 (右図) .

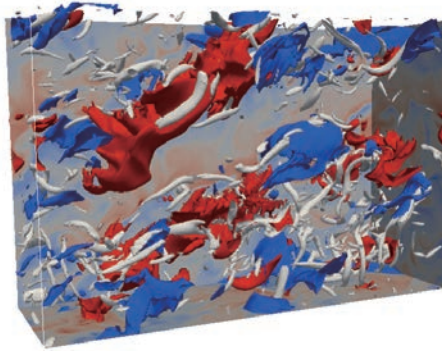


図2 本課題で得られた乱流の瞬時渦構造と密度変動の分布 ($Re_z = 2500$, $Fr = 10$, $Pr = 1$). 平均密度分布からの密度変動を赤と青の等値面で示し、赤が軽い流体 (密度変動が負, $\rho' < 0$), 青が重い流体 (密度変動が大, $\rho' > 0$) を表す。また、灰色の等値面は乱流中の微細渦 (速度勾配テンソルの第二不変量) を表し、管状構造の周りを流体が回転する。

(g は重力加速度), 支配方程式は以下で表わされる。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho_0} \right) + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g} \beta (T - T_0) \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \alpha \nabla^2 T \quad (3)$$

ここで, \mathbf{u} は速度ベクトル, p は圧力, ν は動粘性係数, α は熱拡散係数である。

さて, この系を決定する代表長さとして代表速度スケールを考える。SS-HST に成層がない場合は, 流れの最大長さスケール (速度二点相関の積分長さ) は計算領域のスパン方向長さ L_z でスケールでき, 実際に計算結果から求まる平均散逸率 ε から, Corrsin スケール (平均流と相互作用できる乱流渦の最大スケール) を求めると $L_c \equiv \sqrt{\varepsilon/S^3} \approx 0.4L_z$ である (Sekimoto *et al.* [2])。本研究においても同様にスパン方向の計算領域 L_z を代表長さとし, 時間スケールは S^{-1} であるから, 対応する代表速度は SL_z である。一方, 密度差に起因する長さスケール (Ozmidov 長) は, 粘性散逸率 ε を用いて $L_o \equiv \sqrt{\varepsilon/N^3}$ と定義され, 浮力が働くスケールである。浮力に関する時間スケール (の逆数) は Brant-Väisälä 振動数と呼ばれ, $N \equiv \sqrt{-gB/\rho_0}$ と定義される。これは, 密度変動の式を線形化して得られる以下の波動方程式が得られることから, 重力波振動の時間スケールである。これらを用いて, 安定密度成層下での一様剪断乱流におけるパラメータは以下の5つである。

$$A_{xz} = \frac{L_x}{L_z}, \quad A_{yz} = \frac{L_y}{L_z}, \quad Re_z = \frac{SL_z^2}{\nu}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha}, \quad Fr = \frac{S}{N}$$

本研究では, 以前の結果 [2] を踏襲して, 計算領域のアスペクト比を $A_{xz} = 3$, $A_{yz} = 2$ として計算を行った。

3. 一様せん断乱流への浮力の影響の可視化結果と今後の展望

浮力が働く Ozmidov スケール L_o とせん断による Corrsin スケール L_c の比を考えると,

$$\left(\frac{L_o}{L_c} \right)^{2/3} = Fr$$

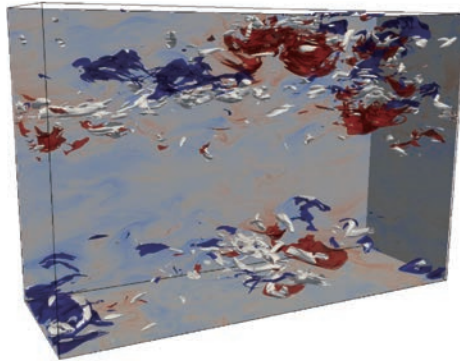


図3 本課題で得られた乱流の瞬時渦構造と密度変動の分布 ($Re_z = 2500$, $Fr = 1$, $Pr = 100$). 色の説明は図2と同様である。同じレイノルズ数であるが、浮力がせん断と同程度の時間スケールで働き、乱流状態に大きな影響を及ぼしている。乱流渦構造はシート状になり、また、高プラントル数流体であるため、小スケールでの温度変動が観測でき、それが浮力を介して、最小スケール渦に影響している。

の関係があり、フルード数が浮力 Ozmidov スケールを決定していることが分かる。 $Fr > 1$ の時、乱流中の代表長さスケール (Corrsin scale, L_c) よりも長波長の内部重力波が生じるため、浮力と乱流はカップリングしていない。したがって、図2のように一様せん断の影響によって、密度変動は平均的に斜めに引き伸ばされ、微細乱流渦によって散り散りになる様子が分かる。 $Fr \approx 1$ 程度になると、成層の影響がせん断と同程度となり、水平層を形成しはじめる(図3)。また、乱流渦も一部の水平層でのみ維持されており、鉛直方向への運動量やスカラー輸送が制限される。

今後は、浮力の強さ(フルード数, Fr)を変化させた一様せん断乱流の長時間統計によって、系の実行最大スケール(L_z)と Ozmidov スケール(L_o)の比による乱流統計量の変化を調べる。また、各パラメータでの時々刻々と変化する乱流の3次元乱流データベースを作成し、エネルギースペクトルや特徴的な乱流構造の抽出と通常の壁乱流との比較、乱流の自己生成メカニズムへの浮力の影響についての解析を進める。また、高プラントル数乱流においては、温度変動のスケールが乱流中の微細渦よりも $Pr^{1/2}$ 倍小さくなり、これまで以上に計算資源が必要である。高プラントル数・高レイノルズ数の一様せん断乱流の直接数値計算は未だフロンティア領域である。これらの知見は地球流体分野における大気や海洋乱流から、化学工学における物質の移動現象の理解やモデル化まで幅広い分野へと応用できるものと期待する。

参考文献

- [1] A. Pumir, *Phys. Fluids* **8**, 3112 (1996).
- [2] A. Sekimoto, S. Dong, J. Jiménez, *Phys. Fluids* **28**, 035101 (2016).
- [3] F. Waleffe, *Phys. Fluids* **9**, 883 (1997).
- [4] A. Sekimoto, S. Dong, J. Jiménez, 数理解析研究所講究録 **1943**, 34 (2015).