

渦電流-熱伝導連成解析システムの構築と

包括的な高速化・高度化

杉本振一郎

八戸工業大学

1. はじめに

向きと強度が変化する交流電流の周囲では電流の変化に応じて磁場が変化し、その中に金属や炭素などの導電体を置くと導電体中に渦電流が流れる。導電体には電気抵抗があるため渦電流が流れることによりジュール熱が発生し、導電体は自己発熱する。このように誘導加熱とは、交流電流などによる磁場の変化によって導電体を非接触で自己発熱させる加熱方法である。誘導加熱には、

- ・ 被加熱物そのものに発熱させるため熱損失が小さい
- ・ 短時間で急速な加熱が可能
- ・ 他の加熱方法に比べて設備がコンパクト
- ・ 局部加熱であるため周辺への影響が小さい

といった利点があり、産業界では金属材料の溶解や溶接、焼き入れなど、効率的な加熱や局所的な加熱が必要な用途で幅広く用いられている。また一般家庭にも電磁(IH)調理器やIH式電気炊飯器といった誘導加熱を利用した機器が普及している。

一方、渦電流は表皮効果により導電体表面に集中する。そのとき渦電流が流れる領域の表皮深さは交流電流の周波数の0.5乗に反比例し、周波数が高くなるほど浅くなる。そのため誘導加熱の数値シミュレーションでは、周波数が高くなるほど表面付近のメッシュをより細かく分割する必要がある。時間調和渦電流-熱伝導連成解析を行えるソフトウェアは、数百万自由度くらいであれば可能なものがすでに市販されているが、交流電流の周波数が高く表皮深さが浅い誘導加熱の精度の高い詳細な解析には、電磁界解析で1億自由度以上、熱伝導解析でも1,000万自由度以上が必要であると考えられる。そのような対象の数値シミュレーションでは十分な予測の精度を確保しつつ計算時間を抑えるため、スーパーコンピュータの活用が必須である。そこでスーパーコンピュータ上で動作する、時間調和渦電流-熱伝導連成解析システムの研究を行っている。

階層型領域分割法は領域分割法[1]-[3]を並列計算機環境に効率よく実装するための1手法である。大規模問題を効率よく数値計算することのできる手法としてよく知られており、スーパーコンピュータで現在主流の分散メモリ環境で良好な並列効率を得られることが期待できる[4]。HDDMは大規模な構造解析[5]や熱伝導解析[6]に適用され、構造解析では1,000億自由度の解析[7]に成功している。著者は共同研究者らとともに階層型領域分割法を主に電磁界解析分野へ適用する研究を行っており、非線形静磁場問題[8]や時間調和渦電流問題[9]、高周波電磁界問題[10]-[11]、モータや発電機などの移動体を含む非定常渦電流問題[12]-[13]において数億自由度の解析をスーパーコンピュータ上で効率よく行うことに成功している。特に高周波電磁界問題では、1,300億自由度数値人体モデルの解析を約15分で行うことに成功[14]し、さらに大きな1兆自由度規模の解析にも挑戦している。これらの成果はADVENTURE_Magnetic (AdvMag)

という並列電磁界解析ソルバとしてまとめ、ADVENTURE プロジェクトのホームページ[15]でオープンソースのソフトウェアとして公開している。同じく階層型領域分割法が適用された並列熱伝導解析ソルバ ADVENTURE_Thermal (AdvThermal) もまた公開されている。

スーパーコンピュータ上で動作する時間調和渦電流-熱伝導連成解析システムには、時間調和渦電流解析、熱伝導解析をそれぞれスーパーコンピュータ上で行うことができるソフトウェア、それらを連携させるために時間調和渦電流解析の結果から発熱量を計算して熱伝導解析の入力データを作るカップリングソフトウェアが必要である。そこで時間調和渦電流解析には前述の AdvMag、熱伝導解析には AdvThermal を用いることとした。またカップリングソフトウェアは、スーパーコンピュータ上で電磁波による人体への加温を扱う高周波電磁界-熱伝導連成解析システムの研究開発においてこれまでに得られた知見を活用して研究開発した。このカップリングソフトウェアで AdvMag と AdvThermal をつなげることで、数億自由度規模の交流電流による誘導加熱の数値シミュレーションが可能なシステム(図 1)を構築する。

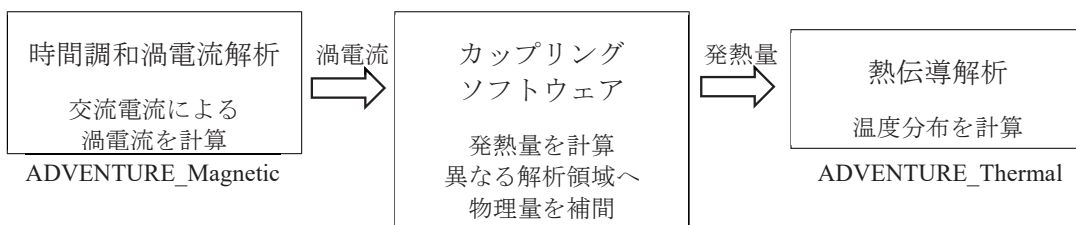


図 1. 時間調和渦電流-熱伝導連成解析システム。

本稿では、2020 年度の若手・女性利用課題に採択された研究の中で取り組んだ成果も含め、大規模な時間調和渦電流-熱伝導連成解析に向けて、電磁調理器モデルを用いた連成解析を例に、時間調和渦電流-熱伝導連成解析システムの研究開発状況について紹介する。

2. 時間調和渦電流-熱伝導連成解析

AdvMag を用いた時間調和渦電流解析では、要素ごとの渦電流密度 J_{e_h} [A/m²] を求め、それを用いてカップリングソフトウェアで要素ごとの発熱量 \dot{f} [W/m³] を求める。ここで J_{e_h} は次のように複素数である。

$$J_{e_h} = J_r + iJ_i. \quad (1)$$

i は虚数単位、 J_r 、 J_i は渦電流密度の実部と虚部である。このとき、渦電流密度の振幅 J_m [A/m²]、および実効値 J_E [A/m²] は、

$$J_m = \sqrt{J_r^2 + J_i^2}, \quad (2)$$

$$J_E = \frac{1}{\sqrt{2}} J_m, \quad (3)$$

である。よって、 \dot{f} は次式より求められる。

$$\tilde{f} = \frac{J_E^2}{\sigma} = \frac{J_m^2}{2\sigma} = \frac{J_f^2 + J_i^2}{2\sigma}. \quad (4)$$

AdvThermal では \tilde{f} を入力として定常の熱伝導解析を行う。

3. 階層型領域分割法

前述のとおり階層型領域分割法は領域分割法を並列計算機環境に効率よく実装するための 1 手法である。大規模問題を効率よく数値計算することのできる手法としてよく知られており、分散メモリ環境で良好な並列効率を得られることが期待できる。

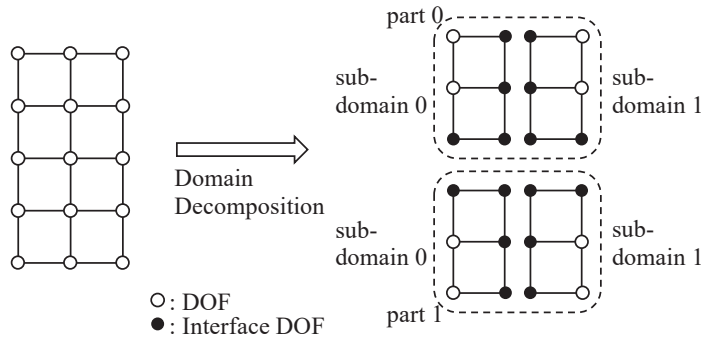


図 2. 階層型の領域分割.

階層型領域分割法では要素の重なりがないように解析領域を part と subdomain からなる階層構造に分割する(図 2).

$$\Omega = \bigcup_{i=0}^{N_p-1} \bigcup_{j=0}^{N_s-1} \Omega^{(i,j)}. \quad (5)$$

ここで、 $\Omega^{(i,j)}$ は part i 中の subdomain j を表す。上付き添え字 (i,j) は領域 $\Omega^{(i,j)}$ に関連する項目であることを表す。 N_p , N_s はそれぞれ part 数, part あたりの subdomain 数を表し, N_s は全 part で等しいとする。図中の黒丸は part, subdomain 間で共有される自由度であり, インターフェース自由度と呼ばれる。

解くべき有限要素方程式を行列形式で表す。

$$Ku = f. \quad (6)$$

式(6)に階層型領域分割法を適用すると, 次のように書ける。

る. また熱伝導解析においては $(K_H^{(i,j)})^\dagger$ は通常の逆行列である. 階層型領域分割法では並列環境下で式(8)を共役勾配(Conjugate Gradient: CG)法や共役直交共役勾配(Conjugate Orthogonal Conjugate Gradient: COCG)法などの反復法で解き, 得られた u_B を Dirichlet 条件として式(9)を解くことで, 全体の解を得る.

$$K_H^{(i,j)} u_i^{(i,j)} = f_i^{(i,j)} - K_{IB}^{(i,j)} R_B^{(i,j)} u_B \quad i = 0, \dots, N_p - 1, j = 0, \dots, N_s - 1. \quad (9)$$

階層型領域分割法では, それぞれの MPI プロセスが 1 つの part を担当する. そのため, part 間で共有されるインターフェース自由度についてプロセス間通信でデータを送受信しなければならない. 階層型領域分割法では part と MPI プロセスは 1 対 1 で対応するので, 簡単のために本稿では 0 番目と 1 番目の MPI プロセスをそれぞれ part 0, part 1 と呼ぶ.

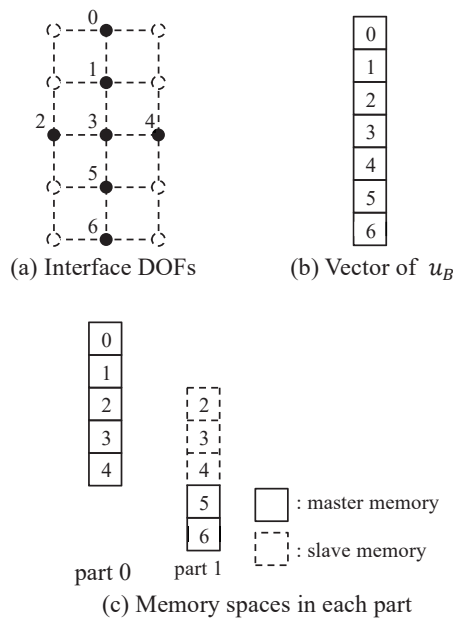


図 3. インターフェース自由度のメモリ空間.

図 2 のケースでは, 7 つのインターフェース自由度(図 3 (a))があり, u_B は 7 つの要素をもつベクトル(図 3 (b))である. しかし解析領域は分割されているため, ベクトルのデータはそれぞれの MPI プロセスに分散して記憶されている. さらに, part 間で共有されているインターフェース自由度はそれぞれの MPI プロセスにメモリが確保されている. ここで, 同一のインターフェース自由度について複数のメモリが確保されているため, いずれか一つをマスターメモリとして定める. 本稿では, 同一のインターフェース自由度に対してメモリが確保されている part の中で, part 番号の最も小さいものが持つメモリをマスターメモリとする. 2~4 番のインターフェース自由度は part 0 と part 1 に共有されているので, part 0 のメモリがマスターメモリとなり, part 1 のメモリはスレーブメモリとなる(図 3 (c)). それぞれの part では, マスターメモリ, スレーブメモリを持つインターフェース自由度をそれぞれ基本インターフェース自由度, 従属

インターフェース自由度と呼ぶ。part 0 ではすべてが基本インターフェース自由度である。一方、part 1 では2~4が従属インターフェース自由度、5、6が基本インターフェース自由度である。プロセス間通信は、シュア補元行列の行列ベクトル積を行う際に part 間で共有されているインターフェース自由度について行われる。まず従属インターフェース自由度の情報が、その基本インターフェース自由度を持つ part へと送られる。その後、それぞれの part で必要な処理をした結果を基本インターフェース自由度を持つ part からその従属インターフェース自由度を持つ part へ送り、スレーブメモリへコピーする。

プロセス間通信を行うため、通信テーブルを作る。まず、インターフェース自由度の part 内でのローカルな通し番号を、従属インターフェース自由度、基本インターフェース自由度の順につける(図 4 左)。このとき、part 0 の2~4、part 1 の0~2 について、part 0、part 1 が持つ通信テーブルはそれぞれ図 4 右上と右下のようになる。それぞれの通信テーブルにおいて、「part 0」「part 1」は通信相手である。また、「:」に続く数字は、その通信相手とデータを送受信する必要があるインターフェース自由度の数である。例えば、part 0 が part 0 と通信する必要はないため、「part 0:」の次の数字は「0」である。また、part 1 とは3つのインターフェース自由度について通信を行うので、「part 1:」の次の数字は「3」となる。これらの数字が1以上である場合には、次の行にデータを送受信するインターフェース自由度のローカルな通し番号を必要だけ並べる。ここで、part 0 の0と1のように、同じ part 内の subdomain 間でしか共有していないインターフェース自由度は通信テーブルには含まれない。プロセス間通信はこれらの通信テーブルに基づいて行われる。

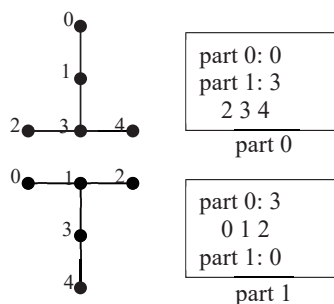


図 4. それぞれの part でのインターフェース自由度の通し番号と通信テーブル。

4. 数値解析例

構築したシステムの検証には電磁調理器モデルを用いた。このモデルは4重の加熱コイル(図 5)と鍋(図 6)、そしてそれらを取り巻く空気領域からなる。

時間調和渦電流解析は加熱コイル、鍋、空気領域を解析対象として AdvMag を用いて行う。加熱コイルは磁気抵抗率 $7.957747e+05$ m/H とし、20 kHz の電流を流すこととする。鍋はステンレス SUS304 で、磁気抵抗率 $7.81250e+05$ m/H、導電率 $1.388888e+06$ s/m とする。空気領域の磁気抵抗率 $7.957747e+05$ m/H とし、また加熱コイルと鍋を内包する十分に大きな領域として -450 mm $\leq x \leq 450$ mm, -450 mm $\leq y \leq 450$ mm, -300 mm $\leq z \leq 450$ mm の範囲を設定した。図 7 は約 1,500 万自由度のメッシュにおける鍋内側の底面での渦電流密度の実部である。加熱コ

イルの直上で渦電流密度が大きくなり、加熱コイルの内側と外側では小さくなっていることがわかる。

熱伝導解析は鍋のみを解析対象として AdvThermal を用いて行う。熱伝導率 $21.5 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ 、密度 $7,930 \text{ kg/m}^3$ 、比熱 $500 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ として、時間調和渦電流解析で得られた渦電流密度から求めた発熱量を内部発熱として与える。図 8 は鍋内側の底面での温度分布である。図 7 における渦電流密度が高いところと、図 8 における温度の高いところが一致しており、連成解析を正しく行っていることがわかる。

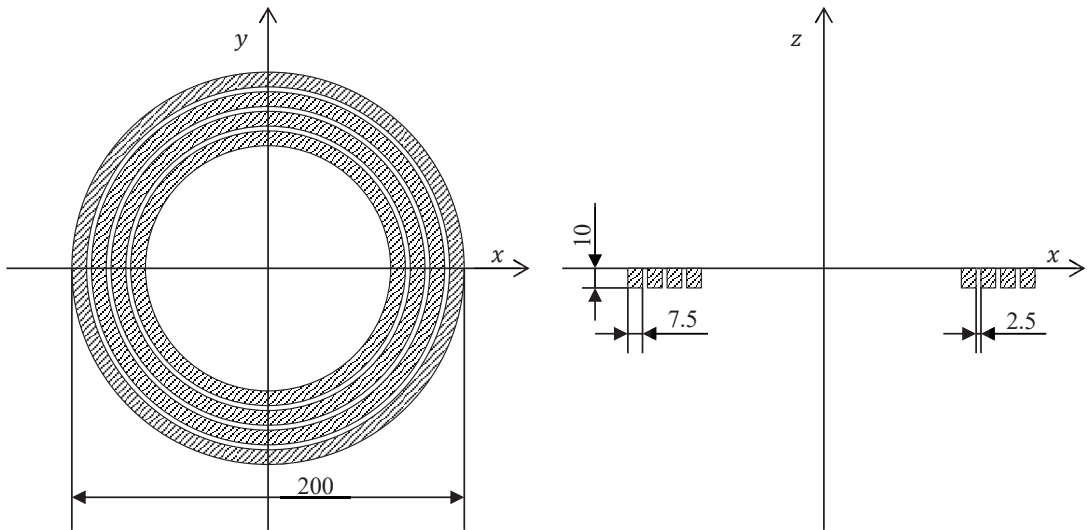


図 5. 加熱コイル[mm].

左： $z = 0$ の xy 平面，右： $y = 0$ の zx 平面

幅 7.5mm，厚さ 10mm のコイルが 2.5mm の間隔をおいて 4 重に配されている。

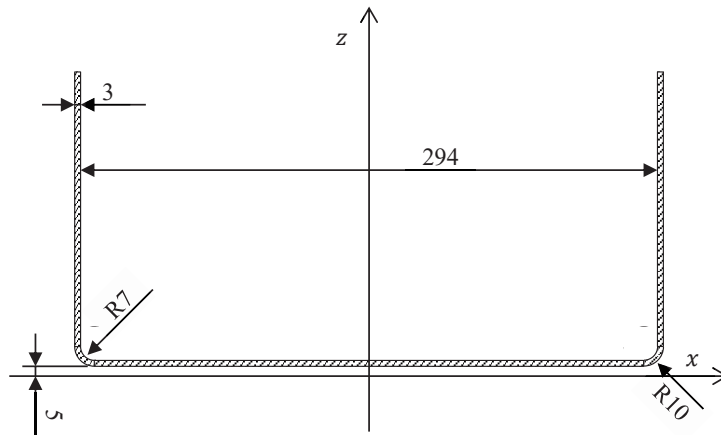


図 6. 鍋($y = 0$ の zx 平面) [mm].

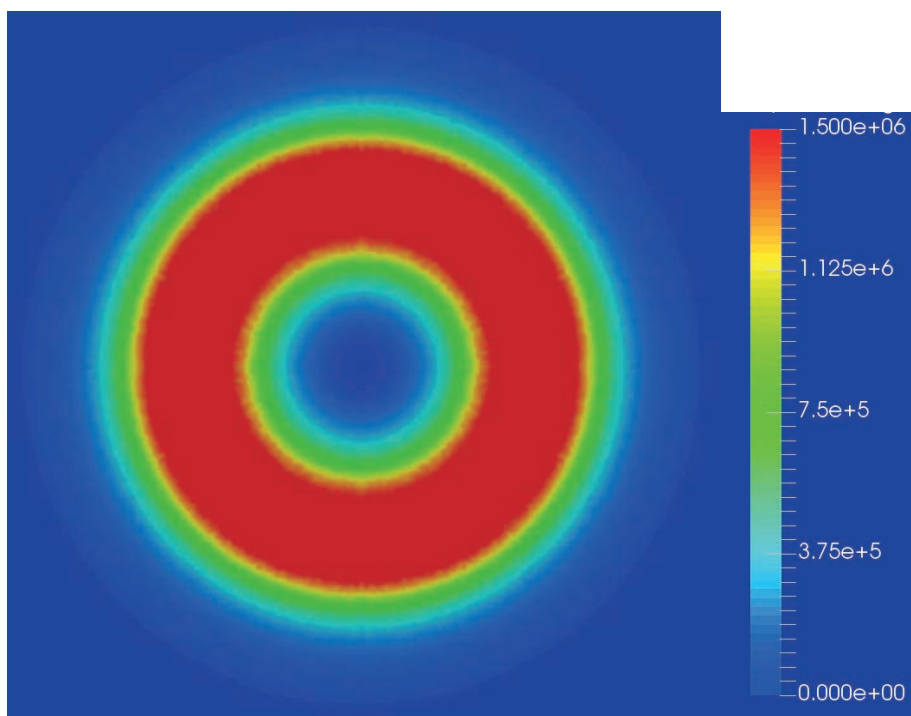


図 7. $z = 8$ mm の渦電流密度(実部) [A/m²].

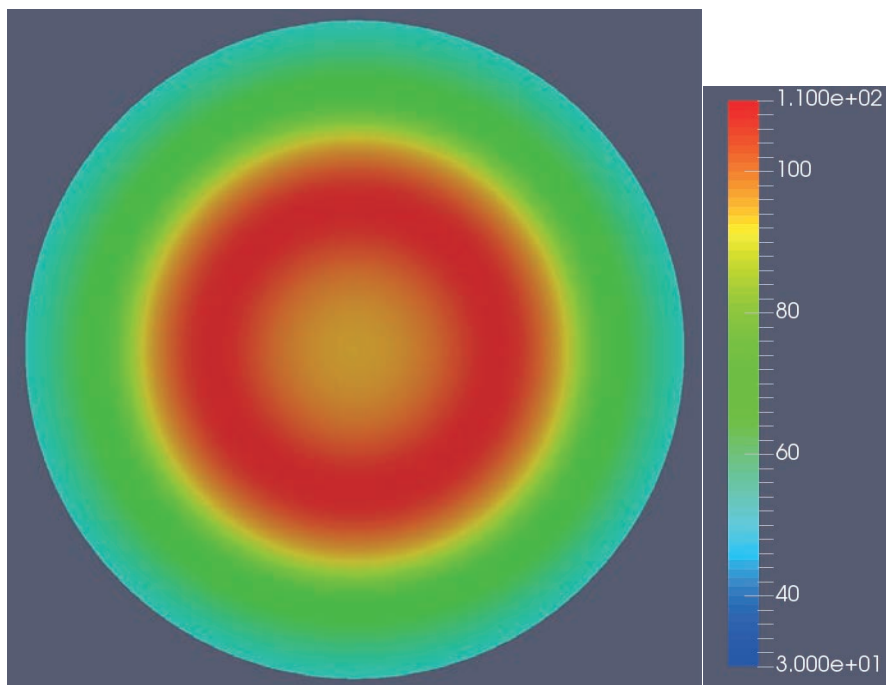


図 8. $z = 8$ mm の温度分布 [°C].

次に約 1.5 億自由度のモデルをスーパーコンピュータ上で解析し、計算時間を計測した。用いたスーパーコンピュータは東京大学情報基盤センターの Oakforest-PACS スーパーコンピュー

タである。このスーパーコンピュータのノードには Intel Xeon Phi 7250 を搭載する Fujitsu PRIMERGY CX1640 M1 が用いられており、1 ノードあたり 68 コア搭載している。時間調和渦電流解析では最小で 64 ノード、最大で 1,024 ノードを用いることとし、約 300 万自由度の鍋のみを解析対象とする熱伝導解析では時間調和渦電流解析の 64 分の 1 のノードを用いることとする(表 1)。いずれもノード内の 68 コアすべてを計算に用いる。カップリングソフトウェアは並列化されていないため 1 ノードを割り当て、68 コアのうち 1 コアのみ用いる。表 2 はそれぞれの計算時間である。並列化されている時間調和渦電流解析、熱伝導解析はノード数を増やすことで概ね計算時間を減らせているが、並列化されていないカップリングソフトウェアの計算時間はほとんど変わらず、ボトルネックとなっていることが確認できた。

表 1. 計算に使用したノード数

	A	B	C	D	E
時間調和渦電流解析	64	128	256	512	1,024
カップリングソフトウェア	1	1	1	1	1
熱伝導解析	1	2	4	8	16

表 2. 計算時間[s]

	A	B	C	D	E
時間調和渦電流解析	804	439	260	175	131
カップリングソフトウェア	1,099	1,107	1,056	1,034	1,012
熱伝導解析	89	62	49	48	63
総計	1,992	1,608	1,365	1,257	1,206

5. おわりに

スーパーコンピュータ上で動作する時間調和渦電流-熱伝導連成解析システムを構築し、約 1.5 億自由度の電磁調理器モデルでその性能を検証した。今後はカップリングソフトウェアの並列化により全体の計算時間削減を試みる。

また時間調和渦電流解析で用いる物性値には温度依存性があり、1,000°C 近い温度変化があるような場合には物性値の変化を無視できない。今後はスーパーコンピュータ上で効率的に温度依存性を考慮できる手法についても検討していく。

謝 辞

本研究の一部は東京大学情報基盤センター若手・女性利用者推薦、および JSPS 科研費 17H02829 の助成を受けて実施された。

ここに記し、感謝の意を示す。

参 考 文 献

- [1] R. Glowinski, Q.V. Dinh and J. Periaux: “Domain Decomposition Methods for Nonlinear Problems in Fluid Dynamics”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.40, Issue 1,

pp.27-109 (1983)

- [2] A. Quarteroni and A. Valli: "Domain Decomposition Methods for Partial Differential Equations", Clarendon Press, Oxford (1999)
- [3] A. Toselli and O. Widlund: "Domain Decomposition Methods, Algorithms and Theory (Springer Series in Computational Mechanics)", Springer (2004)
- [4] R. Shioya and G. Yagawa: "Iterative Domain Decomposition FEM with Preconditioning Technique for Large Scale Problem", ECM'99 Progress in Experimental and Computational Mechanics in Engineering and Material Behaviour, pp.255-260 (1999)
- [5] S. Yoshimura, R. Shioya, H. Noguchi and T. Miyamura: "Advanced general-purpose computational mechanics system for large-scale analysis and design", Journal of Computational and Applied Mathematics, Vol.149, Issue 1, pp.279-296 (2002).
- [6] A.M.M. Mukaddes, M. Ogino, M. H. Kanayama and R. Shioya: "A scalable balancing domain decomposition based preconditioner for large scale heat transfer problems", JSME International Journal Series B Fluids and Thermal Engineering, Vol.49, No.2, pp.533-540 (2006).
- [7] M. Ogino and R. Shioya: "Scalable non-overlapping domain decomposition method for finite element simulations with 100 billion degrees of freedom model", Proceedings of the 1st International Conference on Computational Engineering and Science for Safety and Environmental problems, pp.96-99 (2014).
- [8] S. Sugimoto, M. Ogino, H. Kanayama and S. Yoshimura: "Introduction of a Direct Method at Subdomains in Non-linear Magnetostatic Analysis with HDDM", 2010 International Conference on Broadband, Wireless Computing, Communication and Applications, pp.304-309 (2010)
- [9] 杉本振一郎, 田上大助, 荻野正雄, 武居周, 金山寛: 「階層型領域分割法による時間調和渦電流解析の収束性改善」, 日本シミュレーション学会論文誌, Vol.7, No.1, pp.11-17 (2015)
- [10] A. Takei, M. Ogino and S. Sugimoto, "High-Frequency Electromagnetic Field Analysis by COCR Method using Anatomical Human Body Models", IEEE Transactions on Magnetics, Vol.54, Issue 3, online, 7204204, 4p (2018)
- [11] S. Sugimoto, A. Takei and M. Ogino: "Finite Element Analysis with Tens of Billions of Degrees of Freedom in A High-Frequency Electromagnetic Field", Mechanical Engineering Letters, Vol.3, p.16-0067, online, 10p (2017)
- [12] S. Sugimoto, M. Ogino, H. Kanayama and A. Takei: "Hierarchical Domain Decomposition Method for Devices including Moving Bodies", Journal of Advanced Simulation in Science and Engineering, Vol.4, Issue 1, pp.99-116 (2018)
- [13] 杉本振一郎: 「階層型領域分割法での周期境界条件の効率的な考慮」, 電気学会論文誌 B, Vol.139, No. 11, pp.637-642 (2019)
- [14] S. Sugimoto, A. Takei and M. Ogino, "High-Frequency Electromagnetic Field Analysis with 130 Billion of Degrees of Freedom", The 38th JSST Annual Conference, International Conference on Simulation Technology, pp.290-295 (2019)
- [15] ADVENTURE プロジェクト HP: <https://adventure.sys.t.u-tokyo.ac.jp/jp/>