

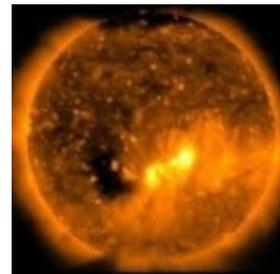
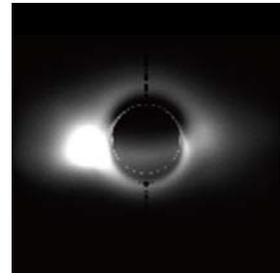
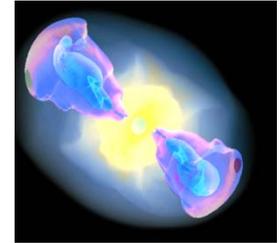
東京大学情報基盤センター平成21年度公募型プロジェクト報告会
ペタ/エクサスケールコンピューティングへの道2010

天体活動現象の輻射磁気流体 シミュレーション

松元亮治(千葉大学理学研究科)

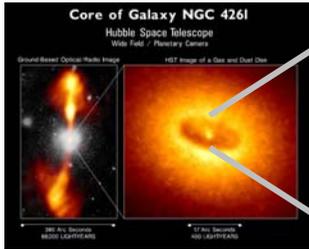
宇宙物理分野の挑戦的課題

- 最初の星、星団、銀河はどのようにして形成されたか
- 惑星はどのようにして形成されたのか？
- 超新星爆発: どのようにして爆発する？
- ガンマ線バースト: 宇宙最大の爆発現象。どのようにしてエネルギーを生み出す？
- 超巨大ブラックホール: なぜ宇宙初期に存在できるのか
- 粒子加速機構、ジェット形成機構
- 太陽ダイナモ

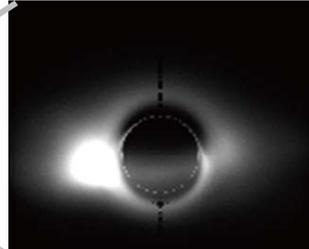


いずれもペタスケールシミュレーションが不可欠

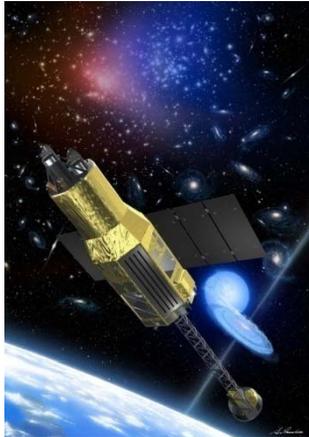
宇宙の活動性



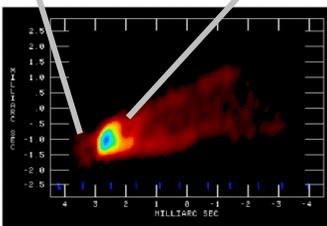
活動銀河中心



ブラックホール



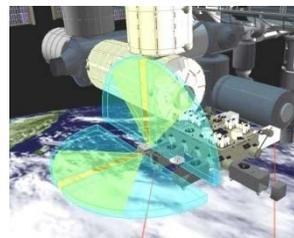
ASTRO-H 2013



ジェット



SUZAKU 2005~



MAXI 2009~



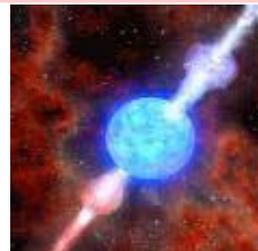
Fermi 2008~



星形成



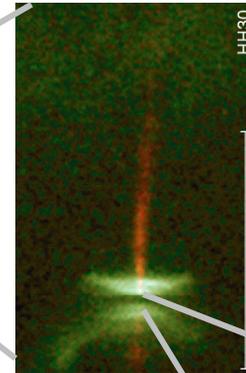
星間ガス雲



ガンマ線バースト



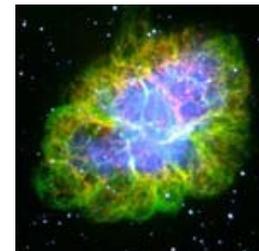
Swift 2004~



原始星



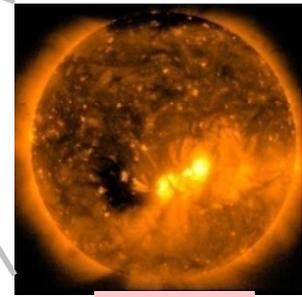
銀河



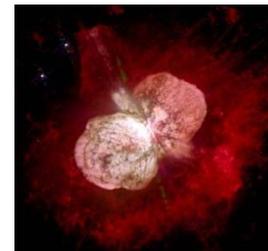
超新星爆発



HINODE
2006~



太陽



大質量星



LIGO



VIRGO



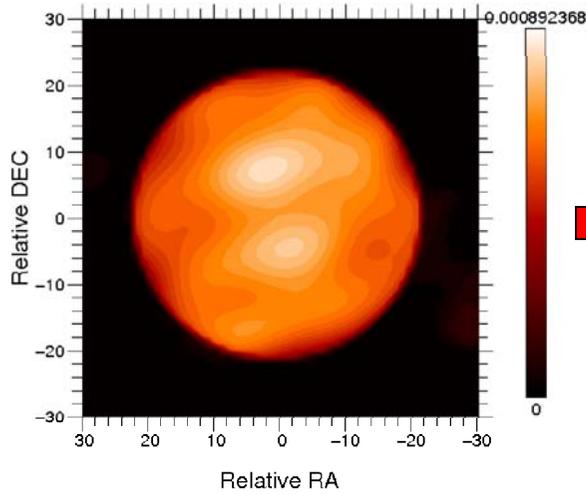
LCGT

重力波望遠鏡 2015~

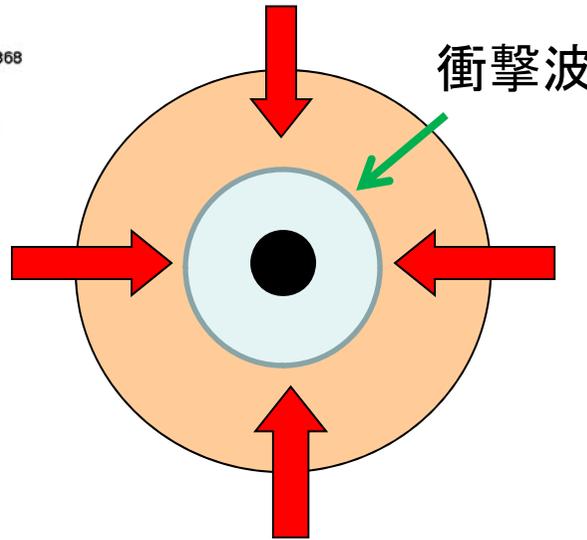
多次元化と磁気流体計算

- 従来の宇宙シミュレーションでは球対称、軸対称などの対称性が仮定されていた。
- 対称性を破る、磁場や回転の効果が考慮されていないことが多かった。
- 対称性を仮定しない3次元シミュレーション、磁場と流体の相互作用を考慮した磁気流体シミュレーションによって、長年の未解決問題が解決される可能性がでてきた。

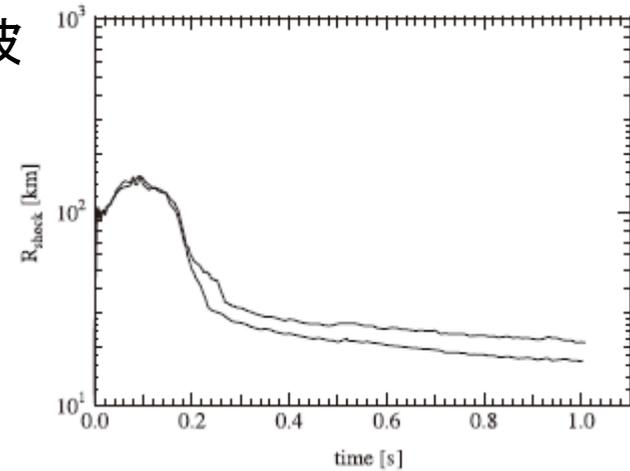
超新星爆発シミュレーション



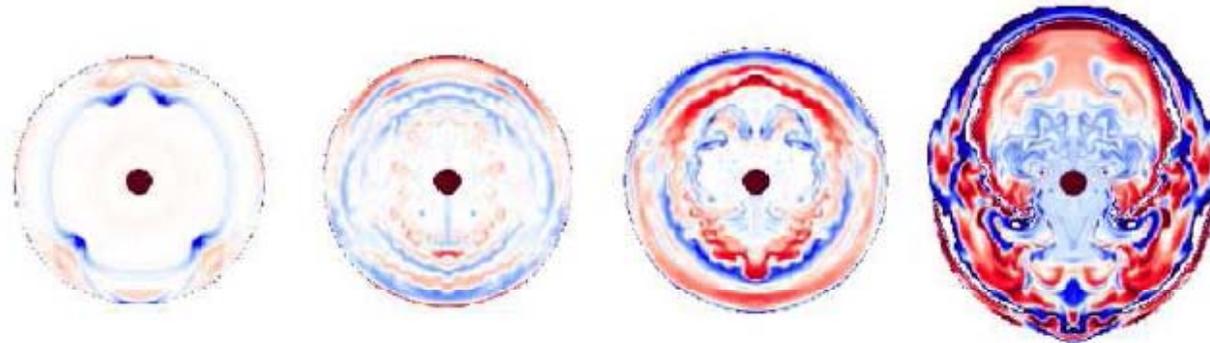
ベテルギウス
Haubois et al. 2009



大質量星の中心核崩壊

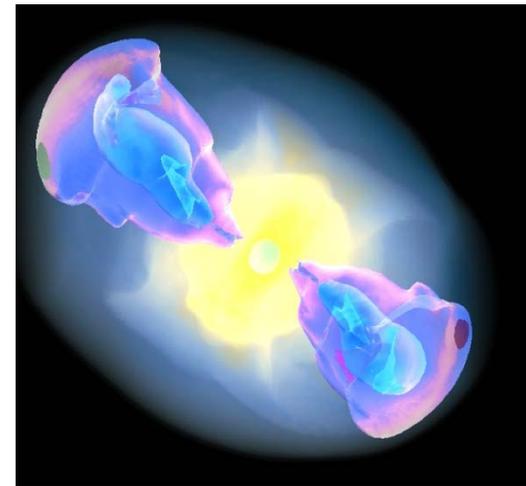
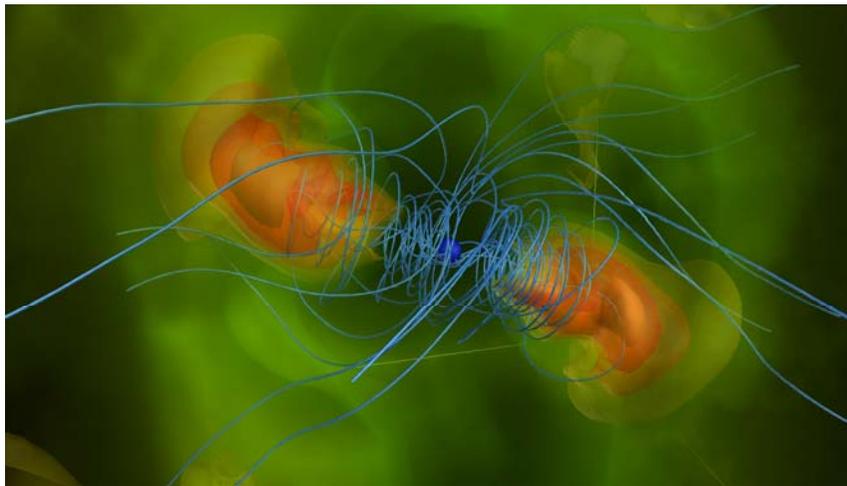
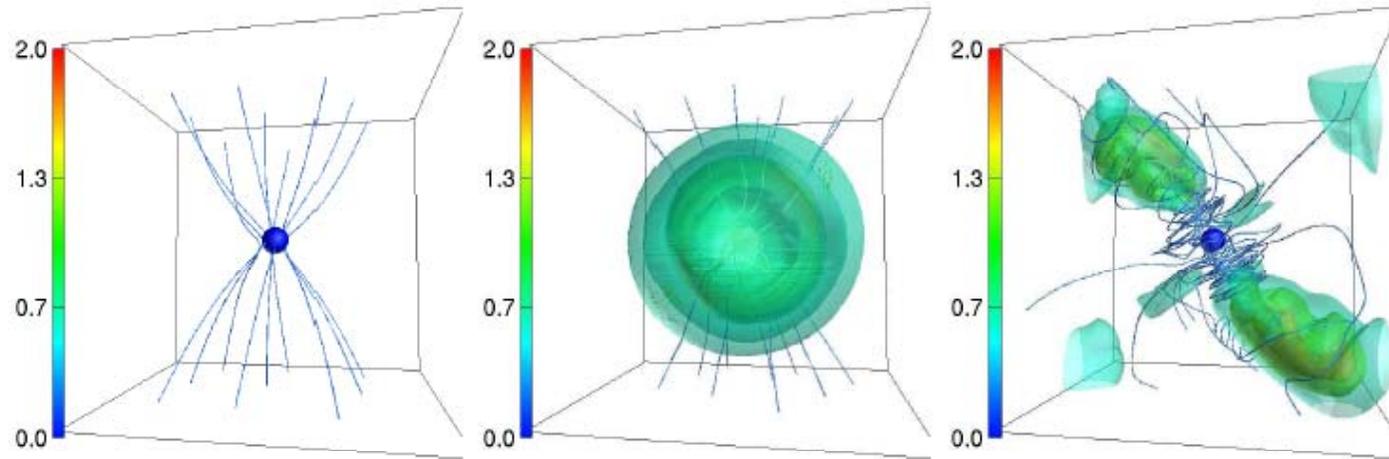


衝撃波が途中で止まってしまい、爆発しない
(Sumivoshi et al. 2005)



流体力学的不安定性の成長 (Blondin et al. 2003)

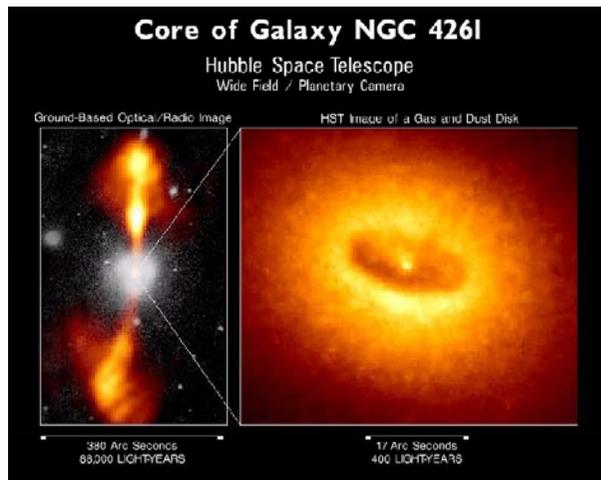
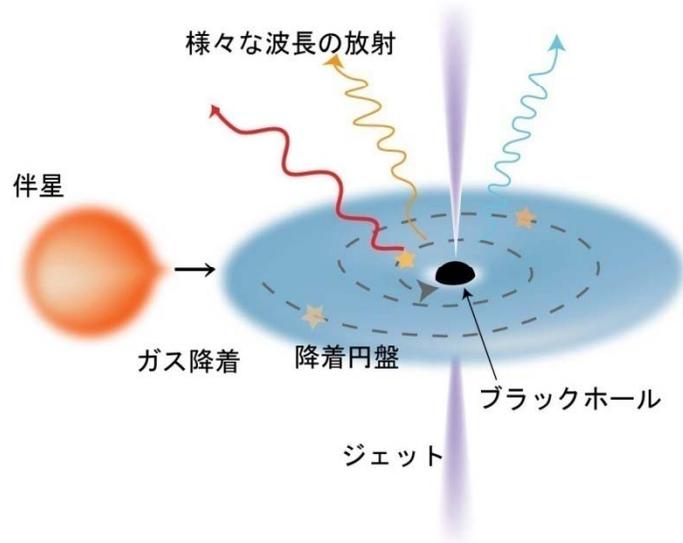
超新星：磁気流体ジェット形成



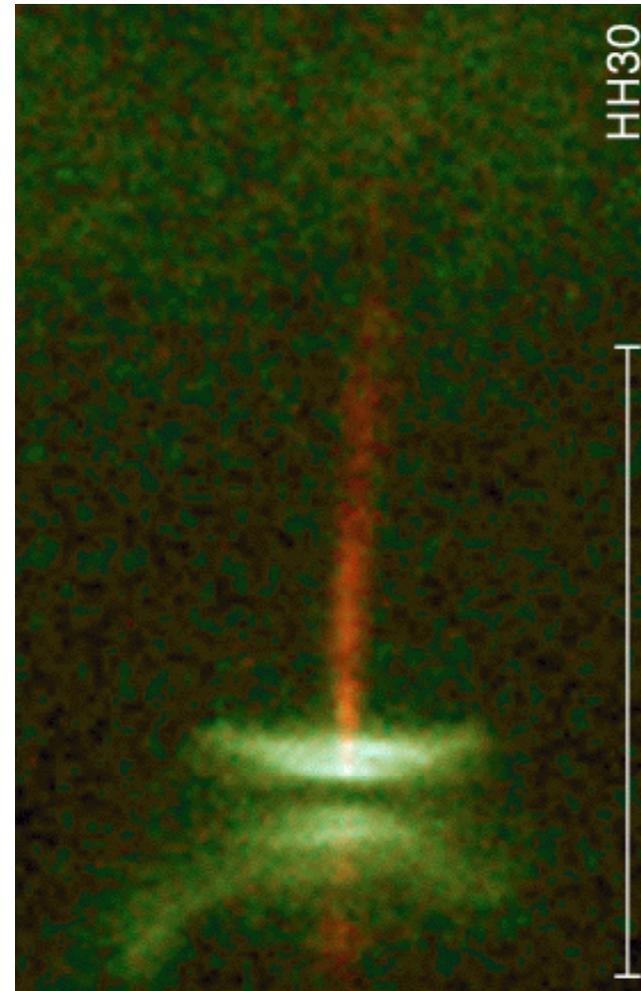
Mikami et al. 2010

ニュートリノ輸送を含め、現実的な状態方程式を用いた計算は今後の課題

降着円盤とジェット



活動銀河中心核 (AGN) ジェット



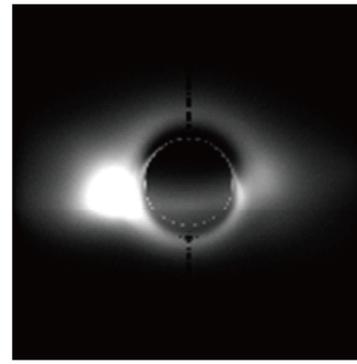
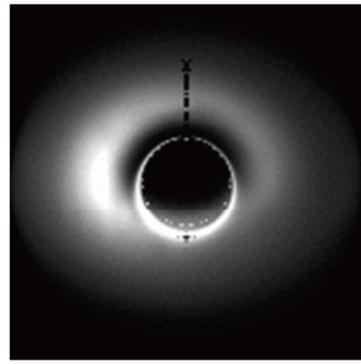
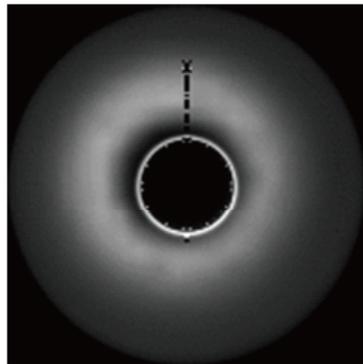
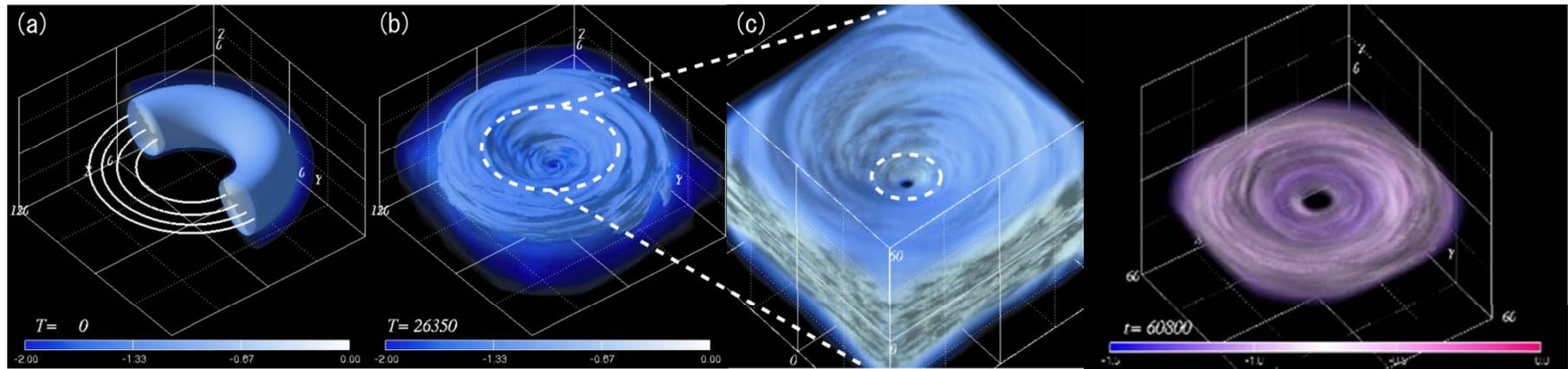
原始星円盤とジェット (Burrows 1995)

降着円盤シミュレーションの発展

回転物質の降着を可能にする**角運動量輸送機構を明らかにすることが最大の課題**だった

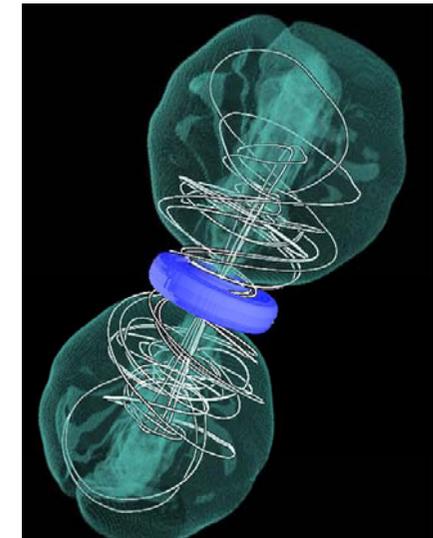
- Balbus and Hawley 1991, Hawley and Balbus 1991
 - 降着円盤で**磁気回転不安定性**が成長することを指摘
- Hawley et al. 1995, Matsumoto et al. 1995
 - 磁気乱流が生成・維持されることを円盤の一部を取り出した**局所3次元磁気流体計算**で示す
- Matsumoto 1999, Hawley et al. 2000
 - 円盤全体を含めた**大局的な3次元磁気流体計算**により、十分な角運動量輸送率が得られることを示す。
- De Villiers et al. 2003, McKinney et al. 2009 ...
 - 一般相対論的磁気流体コードを用いた3次元数値実験が実施される。**輻射によるエネルギー損失は無視。**

ブラックホール降着円盤の大局的 3次元磁気流体(MHD)シミュレーション



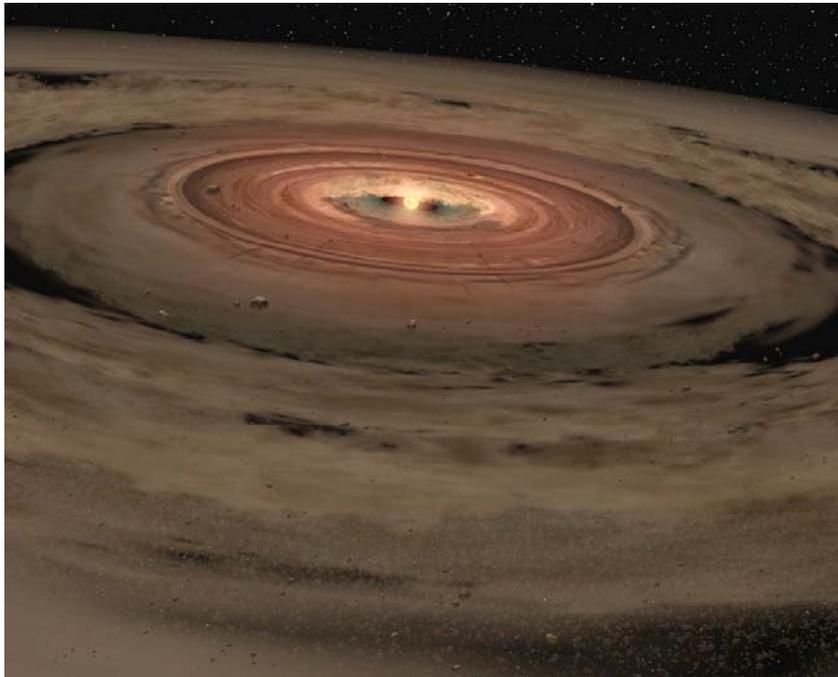
画像提供: 町田真美, M. Bursa氏

円筒座標系3次元250 × 64 × 384格子点



画像提供: 加藤成晃氏

降着円盤の進化をシミュレートするには 輻射磁気流体計算が必要



NASA/JPL-Caltech/T. Pyle (SSC)

原始惑星系円盤の想像図

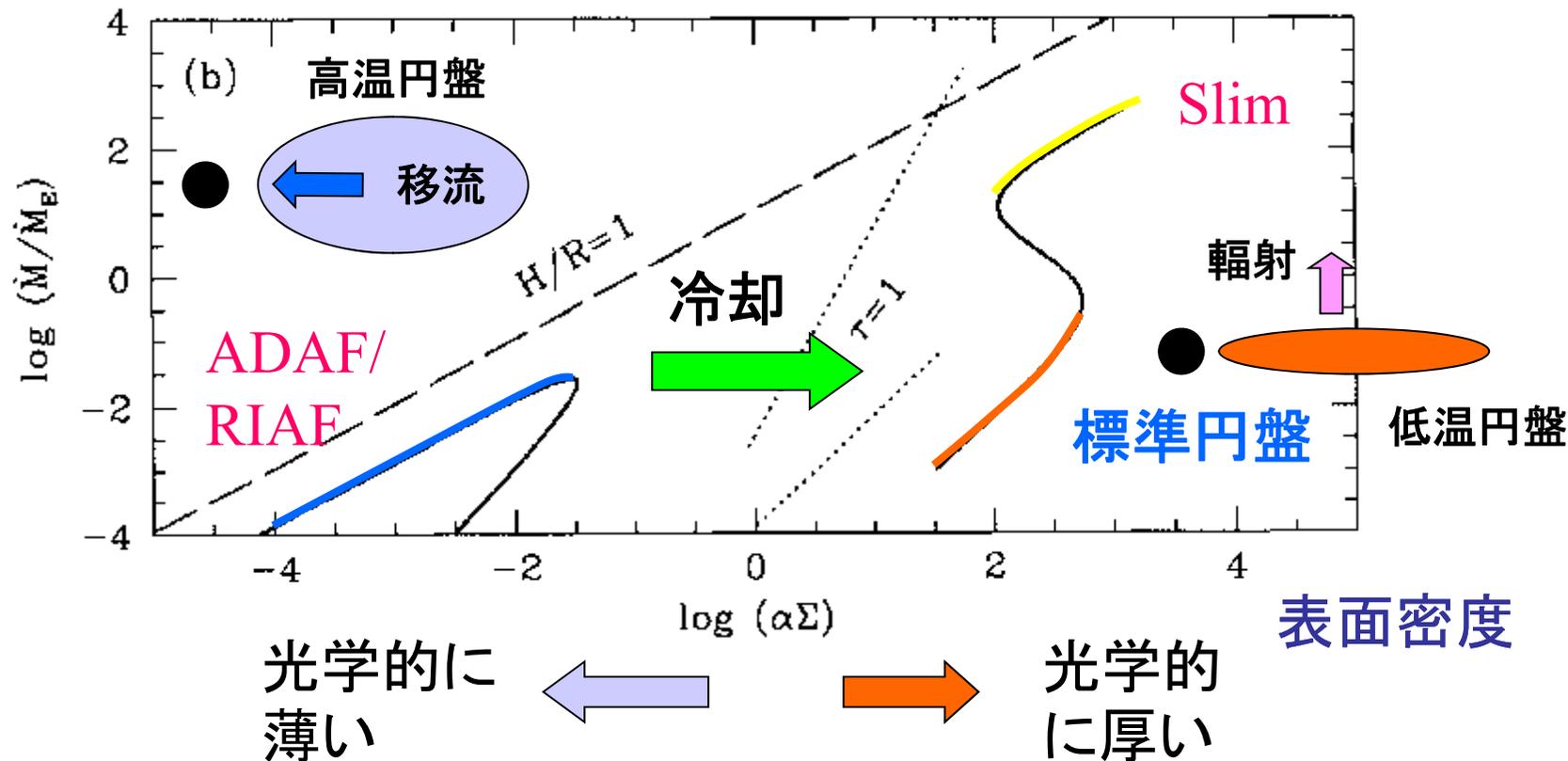
- **原始惑星系円盤の熱力学構造**
ダストの物理化学進化、
ひいては惑星形成にとって重要
- **加熱と冷却のバランス**
加熱: 中心星からの可視光輻射
+ 円盤内の磁気乱流の散逸
冷却: 円盤表面からの赤外輻射
- 熱力学構造を求めるためには、
大規模な**輻射磁気流体計算**を行う必要がある。

ブラックホール降着円盤の進化モデル

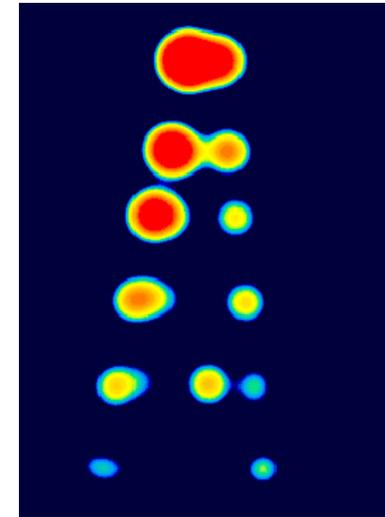
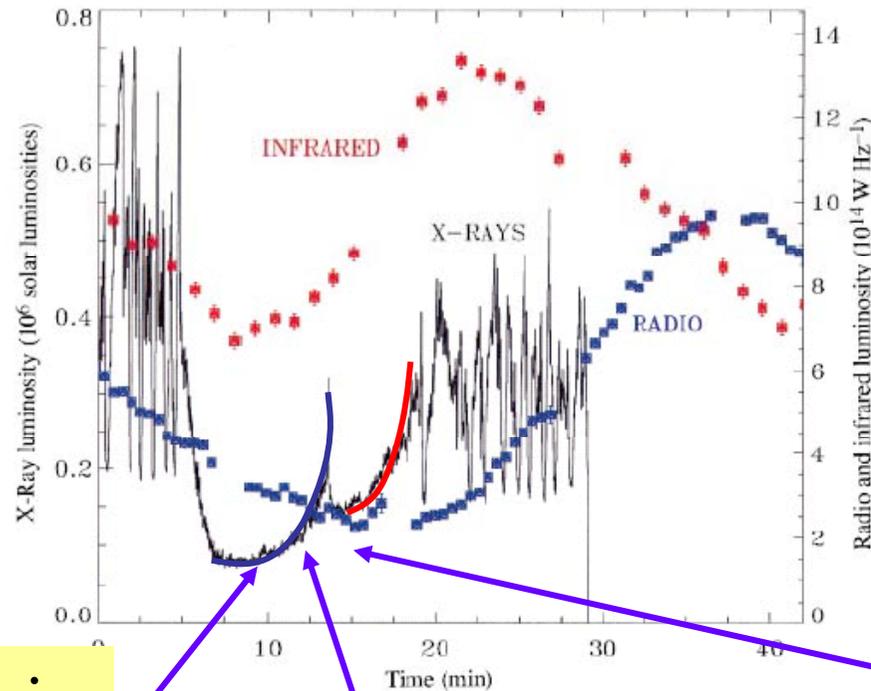
全貌を理解するには輻射冷却を考慮する必要がある

降着率

Abramowicz et al. 1995



マイクロクエーサーGRS1915+105

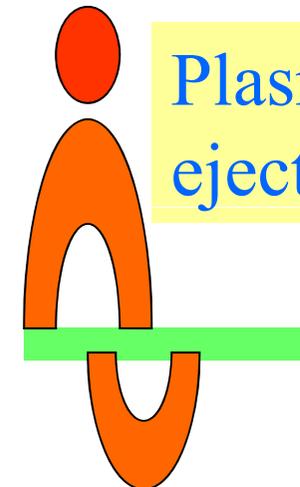
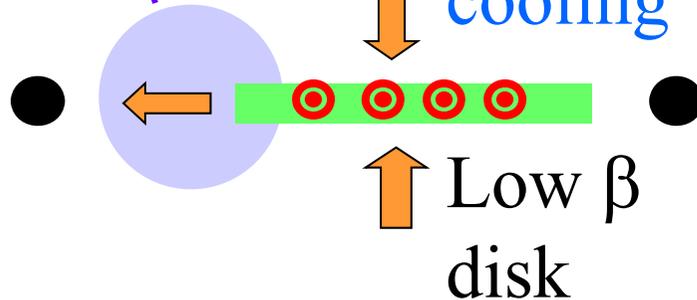
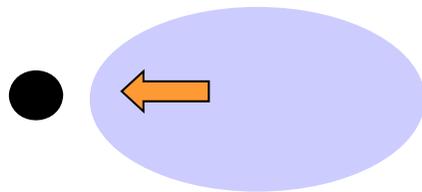


Mirabel et al. 1994

Optically thin disk

Mirabel and Rodriguez 1998

Plasmoid ejection



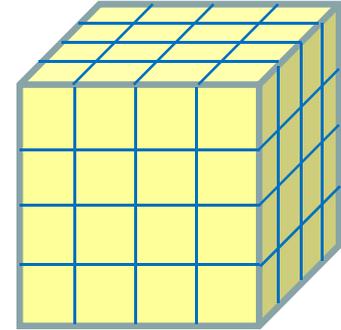
磁気流体から輻射磁気流体へ

流体

$$\rho(t,x,y,z), \mathbf{v}(t,x,y,z), P(t,x,y,z)$$

3次元

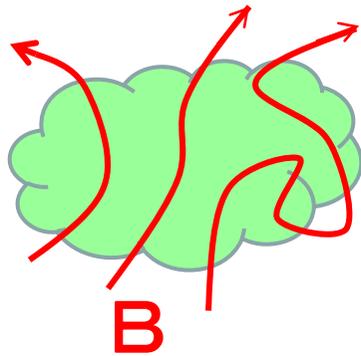
計算領域を格子に
分割して差分化



$$\text{演算量} \propto N^3 \times N_{\text{step}}$$

磁気流体

$$+ \mathbf{B}(t,x,y,z)$$



輻射流束制限拡散 (FLD) 近似

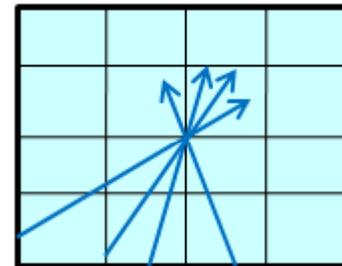
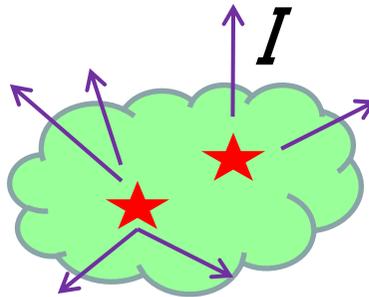


輻射輸送方程式を解く

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I}{\partial t} + \mathbf{n} \cdot \nabla I = \eta - \chi I$$

輻射流体
輻射磁気流体

$$+ I(t,x,y,z,\nu,\theta,\phi)$$



$$N^6 \times N_{\text{step}}$$

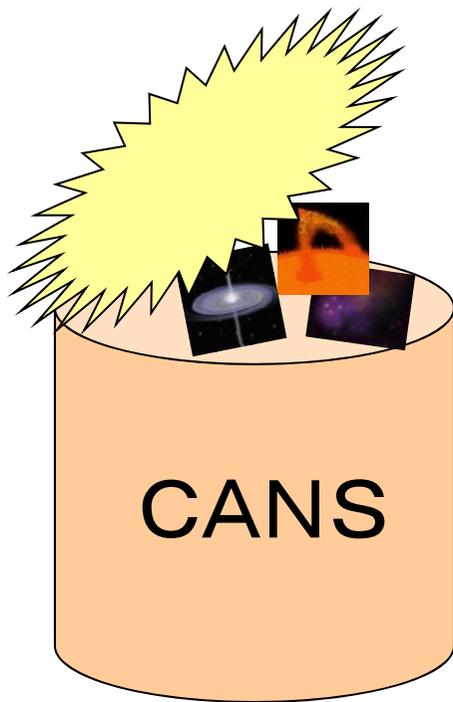
総計算量: 1PF・年

プロジェクトメンバーと役割分担

- 松元亮治(千葉大) 全体統括
- 横山央明(東大) 磁気流体シミュレータへの組込
- 廣瀬重信(JAMSTEC) 輻射磁気流体コード実装
- 大須賀健(国立天文台) 輻射磁気流体コード実装
- 川島朋尚(千葉大) 輻射磁気流体シミュレーション
- 小川崇之(千葉大) 磁気流体コード改訂
- 小田 寛(千葉大) 降着円盤シミュレーション実施
- 町田真美(九州大) 銀河ダイナモシミュレーション
- 水田 晃(千葉大) 相対論的磁気流体数値実験

宇宙磁気流体統合シミュレーション ソフトウェアCANS

Coordinated Astronomical Numerical
Software 天文数値缶詰

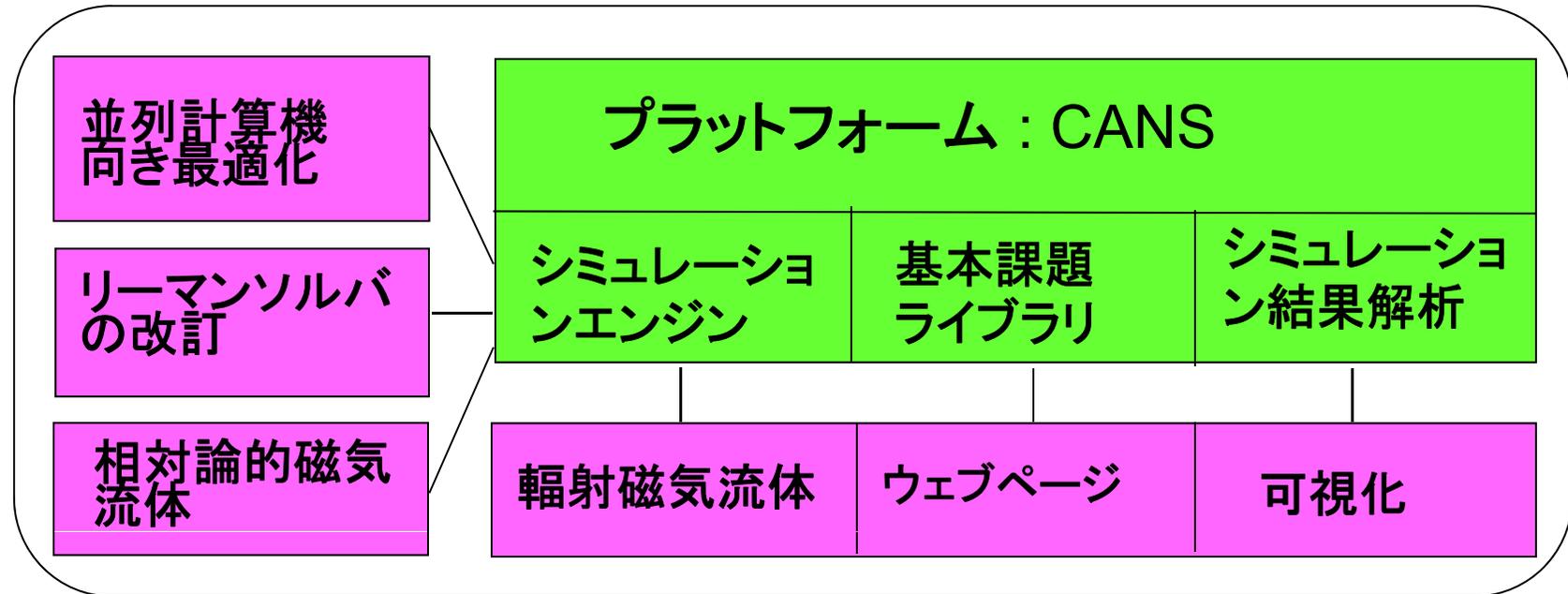


- シミュレーションコードだけを公開しても使いこなすことは難しい
 - そこで、
- 計算エンジンと基本課題シミュレーションモデルをパッケージ化
- 3つの特徴
 - 最先端の研究に用いることができる
 - 数値シミュレーションの初心者でも実行可能
 - 解説つきWebページ

宇宙磁気流体公開コード

- ZEUS 1990～J.Stone, 非保存系, CT, 輻射流体(FLD)
- ATHENA 2000～J.Stone他、近似リーマンソルバ+CT
- HARM 2003～C.Gammie他、GRMHD, HLL
- FLASH 1998～ASC FLASH Center, AMR
- NIRVANA 1997～U.Ziegler他、近似リーマンソルバ+CT+AMR
- VAC 1996～G.Toth、R.Keppens他、保存形、TVD+CT
- PLUTO 2006～A.Mignone他、近似リーマンソルバー+CT, SRMHD, AMR
- PENCIL 2001～W.Dobler, A.Brandenburg他、高次中心差分、ベクトルポテンシャル
- CANS 2000～T.Yokoyama他、MLW, CIP+CT, Roe

次世代降着円盤シミュレータの開発



↓ 降着円盤への適用



研究目標

- 磁気流体シミュレーションコードの改訂
 - 三好・草野(2005)によって提案されたHLLD法に基づく磁気流体コードを実装する
- 陽的な差分法に基づく輻射磁気流体コードを実装し、ブラックホール降着円盤に適用する
 - 流束制限拡散(FLD)近似および輻射輸送方程式の1次のモーメント式を解くM1法を実装する
- 陰的な輻射磁気流体コードの効率改善
 - 原始惑星系円盤の計算などで必要になる陰的差分式を解くマトリックスソルバーの並列効率改善

基礎方程式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \frac{(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}}{4\pi} + \rho \mathbf{g} + \frac{\kappa + \sigma}{c} \mathbf{F}_0$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B} - \eta \nabla \times \mathbf{B})$$

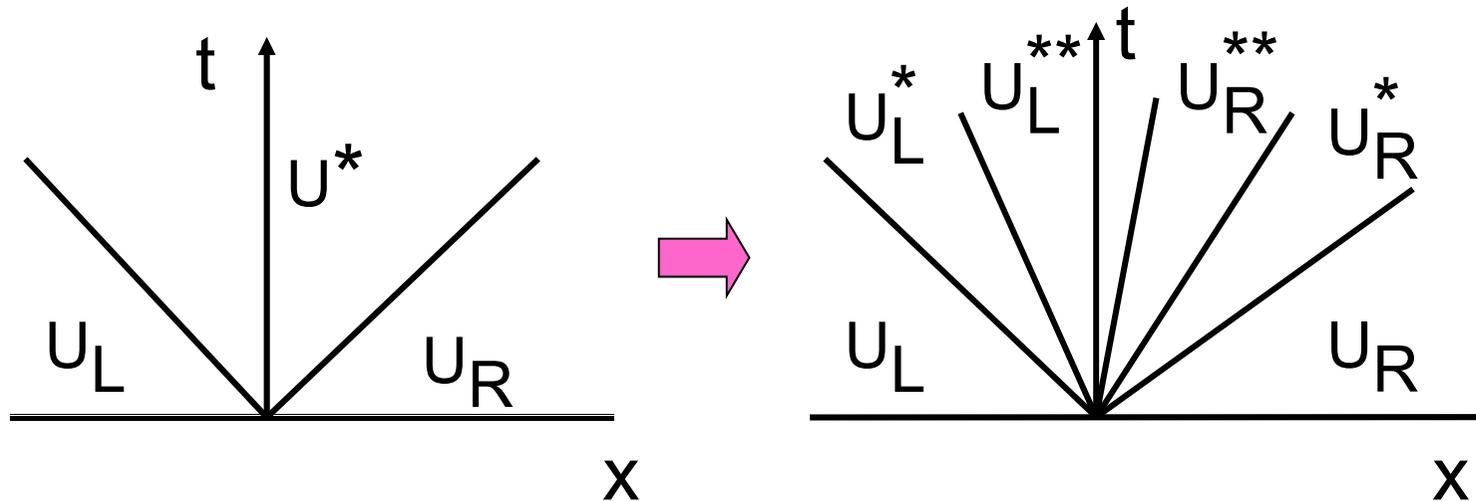
輻射との
相互作用

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \varepsilon \mathbf{v}) + p \nabla \cdot \mathbf{v} = Q_J + Q_{vis} - 4\pi \kappa B + c \kappa E_0$$

$$\frac{\partial E_0}{\partial t} + \nabla \cdot (E_0 \mathbf{v}) = -\nabla \cdot \mathbf{F}_0 + 4\pi \kappa B - c \kappa E_0 - \nabla \mathbf{v} : \mathbf{P}_0$$

磁気流体シミュレーションエンジン改訂

- HLLD Scheme (Miyoshi and Kusano 2005)



HLL Scheme

Approximate the Riemann Fan by a Quantity U^*

HLLD Scheme

Approximate the Riemann Fan by Four Quantities

Divergence Cleaning : $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$

- ラグランジュの未定係数法を用いる。

$$\partial_t \mathbf{B} + \nabla \cdot (\mathbf{u} \mathbf{B}^T - \mathbf{B} \mathbf{u}^T) + \nabla \psi = 0,$$

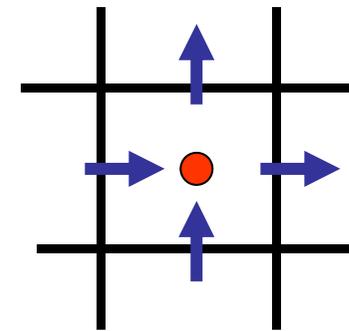
$$\mathcal{D}(\psi) + \nabla \cdot \mathbf{B} = 0,$$

- $\mathcal{D}(\psi) := \psi/c_p^2 + (1/c_h^2) d\psi/dt$

Dissipation + propagation of divB errors

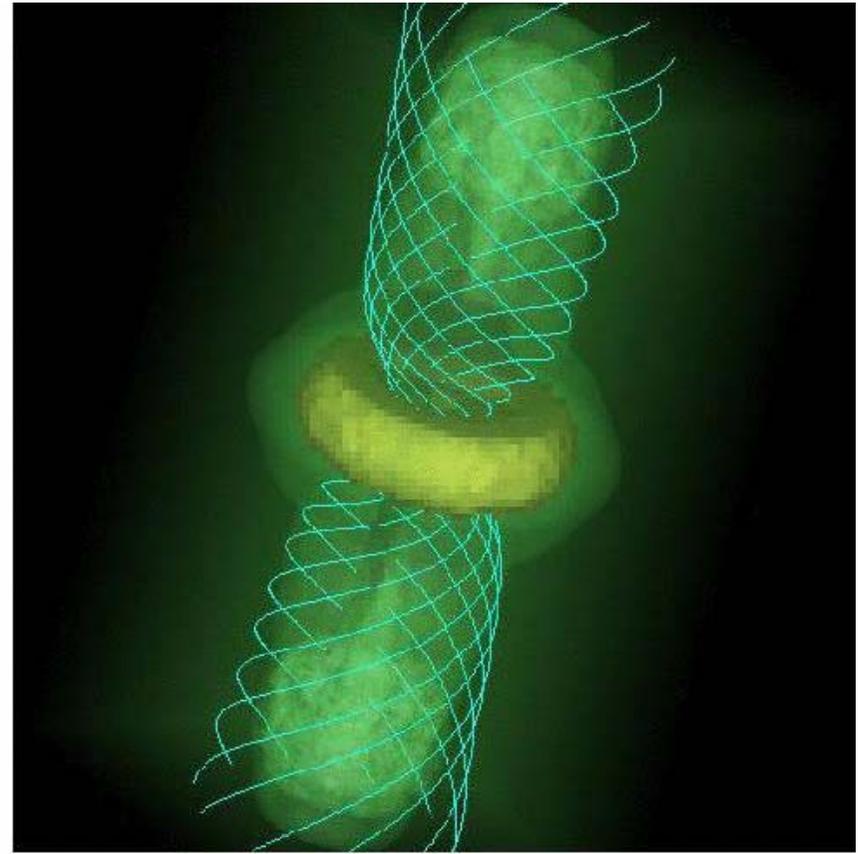
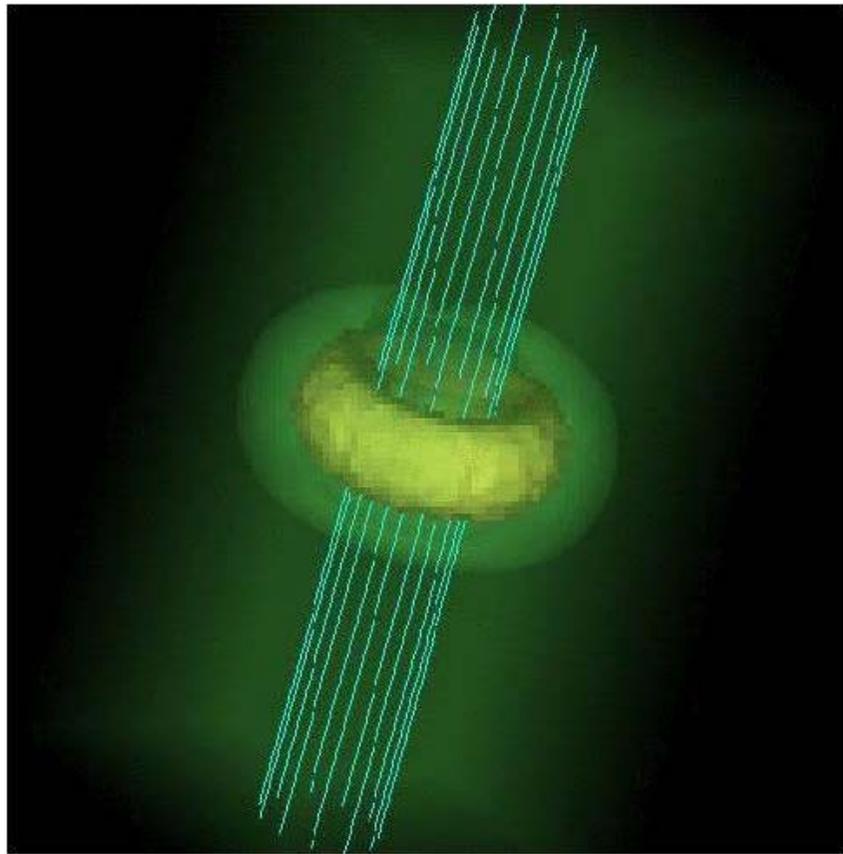
$$\partial_t \psi + c_h^2 \nabla \cdot \mathbf{B} = -\frac{c_h^2}{c_p^2} \psi.$$

$$\partial_t \mathbf{B} + \nabla \cdot (\mathbf{u} \mathbf{B}^T - \mathbf{B} \mathbf{u}^T) + \nabla \psi = 0,$$



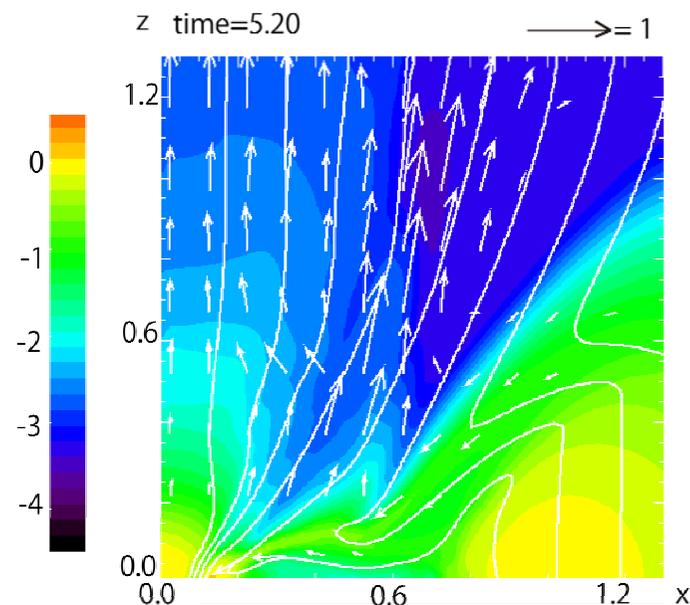
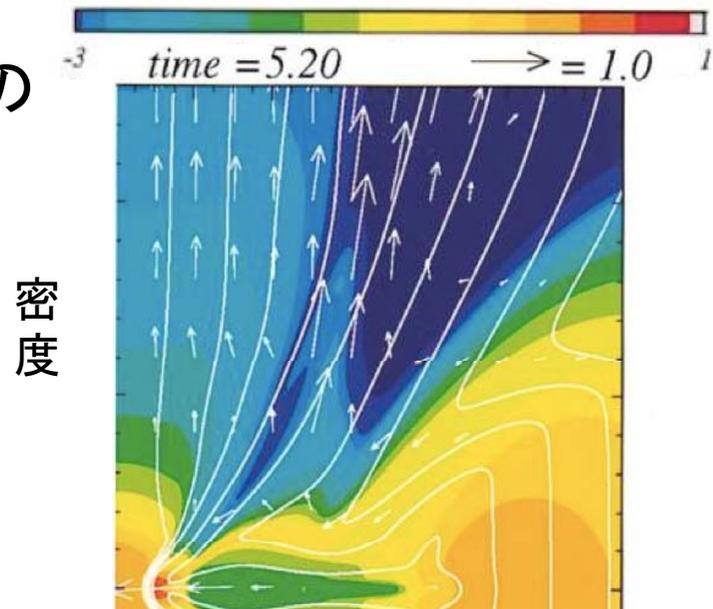
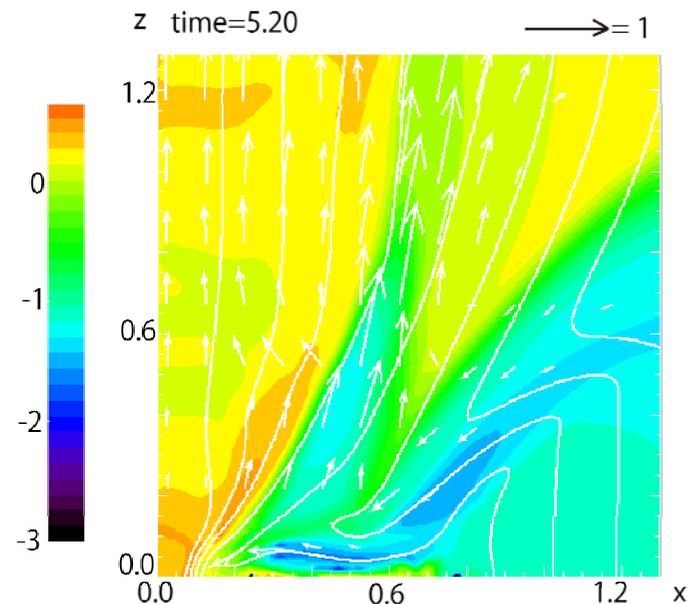
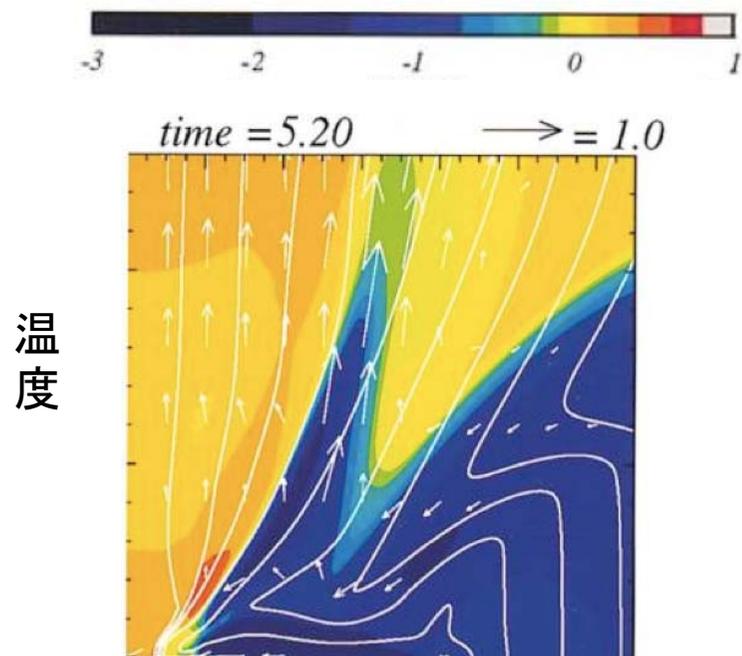
セル中心で磁場を定義

磁気流体ジェット形成 シミュレーションへの適用



2次元 軸対称 コードの テスト

- トーラスからの
ジェットを再現



CIP+MOCCT

HLLD

円筒座標系3次元コードの実装

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\rho v_\varphi) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) = 0$$

$$\frac{\partial(\rho v_r)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\rho v_r^2 - \frac{B_r^2}{4\pi} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\rho v_r v_\varphi - \frac{B_r B_\varphi}{4\pi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho v_r v_z - \frac{B_r B_z}{4\pi} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(P + \frac{B^2}{8\pi} \right) = \frac{\rho v_\varphi^2}{r} - \frac{B_\varphi^2}{4\pi r}$$

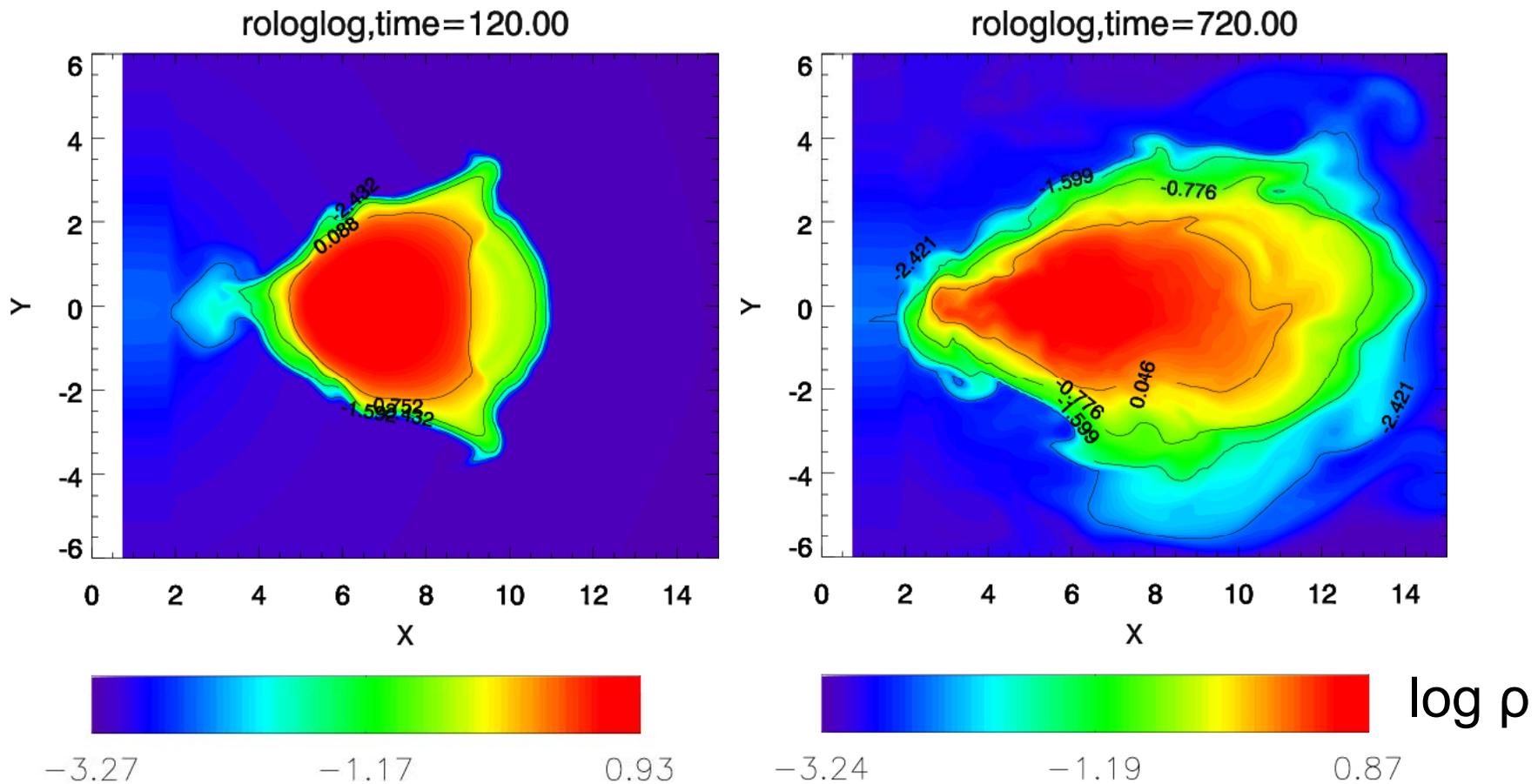
$$\frac{\partial(r \rho v_\varphi)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \left(\rho v_r v_\varphi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\rho v_\varphi) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) = 0 \quad \rho v_\varphi v_z - \frac{B_\varphi B_z}{4\pi} \right) \right] = 0$$

$$\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\rho v_r v_z - \frac{B_r B_z}{4\pi} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\rho v_\varphi v_z - \frac{B_\varphi B_z}{4\pi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho v_z^2 - \frac{B_z^2}{4\pi} + p + \frac{B^2}{8\pi} \right) = 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial e}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left((e + p + \frac{B^2}{8\pi}) v_r - B_r \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}}{4\pi} \right) \right] \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[(e + p + \frac{B^2}{8\pi}) v_\varphi - B_\varphi \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}}{4\pi} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[(e + p + \frac{B^2}{8\pi}) v_z - B_z \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}}{4\pi} \right] = 0 \end{aligned}$$

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho v^2 + \frac{B^2}{8\pi}$$

磁気流体トーラスの時間発展(3D)



従来のコードを用いた3次元シミュレーション結果を再現することができた。T2Kでコードのチューニング中。

輻射流体・輻射磁気流体 シミュレーション

Flux-limited diffusion (FLD) 近似 (Levermore, Pomraning 81)

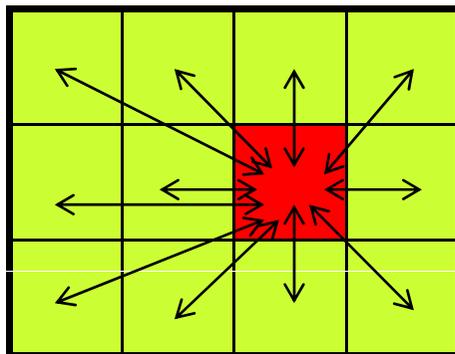
輻射輸送方程式

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{n} \cdot \nabla \right) I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) = \sigma_a^\nu B(\mathbf{x}, t, \nu) - \sigma^\nu I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) + \sigma_s^\nu \int_{4\pi} g(\mathbf{n}, \mathbf{n}') I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}', \nu) d\mathbf{n}'$$

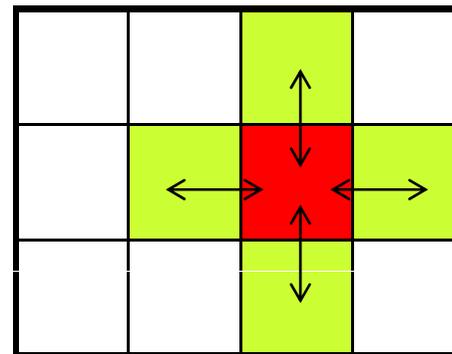
輻射流束(F)とストレステンソル(P)を
輻射エネルギー(E)の関数とする

↓
0次のモーメント方程式だけを解く

$$\mathbf{F} = \begin{cases} -cE \frac{\nabla E}{|\nabla E|} & \text{(optically thin limit)} \\ -\frac{c}{3\chi} \nabla E & \text{(optically thick limit)} \end{cases}$$



フル
輻射輸送



FLD

M1スキーム

- 輻射輸送方程式の1次のモーメント式を解く

$$\partial_t E_r^\nu + \nabla \cdot \mathbf{F}_r^\nu = \sigma_a^\nu (4\pi B - cE_r^\nu)$$

$$\partial_t \mathbf{F}_r^\nu + c^2 \nabla \cdot \mathbf{P}_r^\nu = -(\sigma^\nu - g_1 \sigma_s^\nu) c \mathbf{F}_r^\nu$$

$$E_r^\nu = \frac{1}{c} \int_{4\pi} I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) d\mathbf{n}$$

$$\mathbf{F}_r^\nu = \int_{4\pi} \mathbf{n} I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) d\mathbf{n}$$

$$\mathbf{P}_r^\nu = \frac{1}{c} \int_{4\pi} \mathbf{n} \mathbf{n} I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) d\mathbf{n}$$

$$\mathbf{P}_r^\nu = \mathbf{D} E_r^\nu$$

と置いて方程式を閉じさせる

Gonzalez et al. 2007

ブラックホール降着円盤では陽的差分法で計算できる可能性がある。コード実装中。

輻射磁気流体シミュレーション (Ohsuga, Mineshige, Mori, Kato 2009)

基礎方程式

Continuity Equation ····· $\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0$

Equation of Motion ····· $\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla \left(p + \frac{B^2}{8\pi} \right) + \left(\frac{\mathbf{B}}{4\pi} \cdot \nabla \right) \mathbf{B} - \rho \frac{GM}{(r-r_s)^2} + \frac{\kappa + \sigma}{c} \mathbf{F}_0$

Gas Energy Equation ····· $\frac{\partial e}{\partial t} + \nabla \cdot (e\mathbf{v}) = -p \nabla \cdot \mathbf{v} - 4\pi\kappa B + c\kappa E_0 + \frac{4\pi}{c^2} \eta J^2$

Radiation Energy Equation ··· $\frac{\partial E_0}{\partial t} + \nabla \cdot (E_0 \mathbf{v}) = -\nabla \cdot \mathbf{F}_0 + 4\pi\kappa B - c\kappa E_0 - \nabla \mathbf{v} : \mathbf{P}_0$

Maxwell's Equations ····· $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times \left(\mathbf{v} \times \mathbf{B} - \frac{4\pi\eta}{c} \mathbf{J} \right) \quad \mathbf{J} = \frac{c}{4\pi} \nabla \times \mathbf{B}$

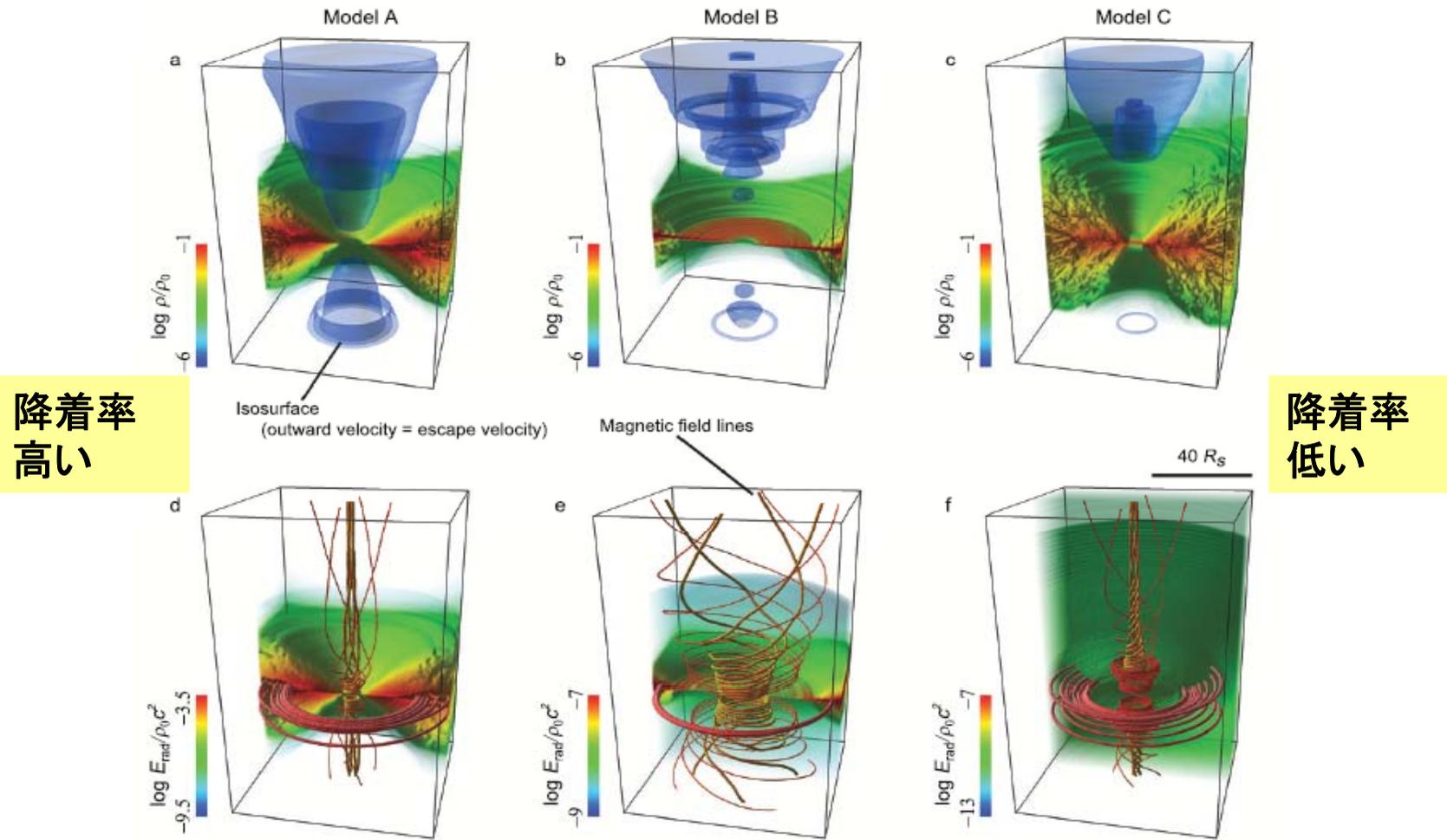


輻射に関する項



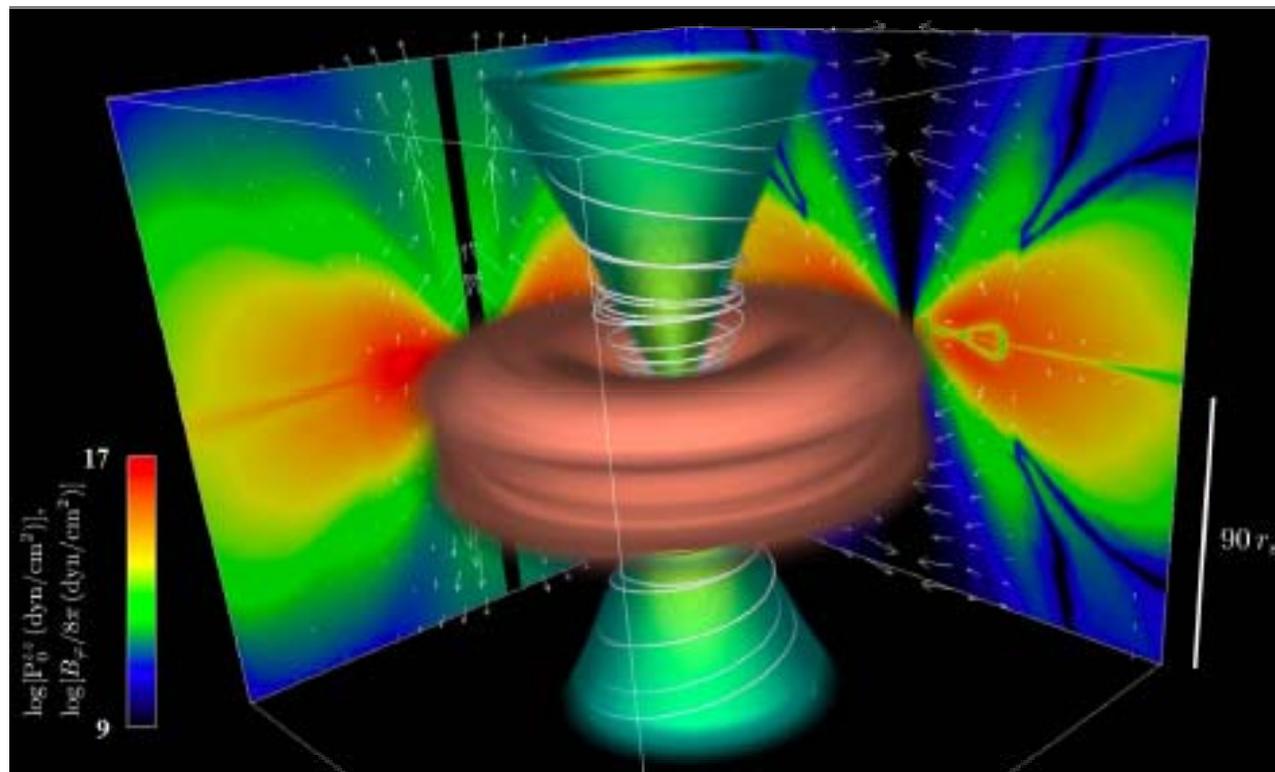
磁場に関する項

2次元輻射磁気流体シミュレーション

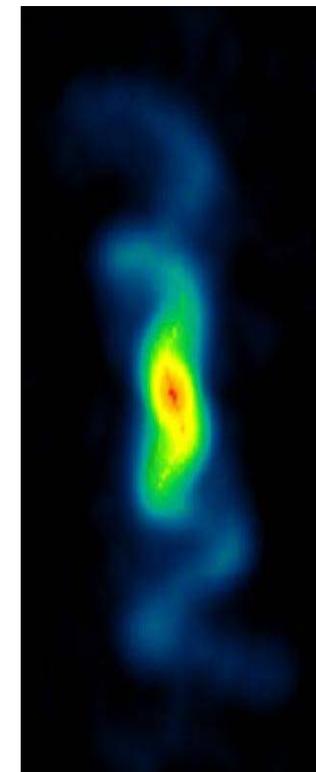


Ohsluga, Mineshige, Mori, Kato 2009

降着率が高い場合のシミュレーション



Takeuchi, Ohsuga, and Mineshige 2010

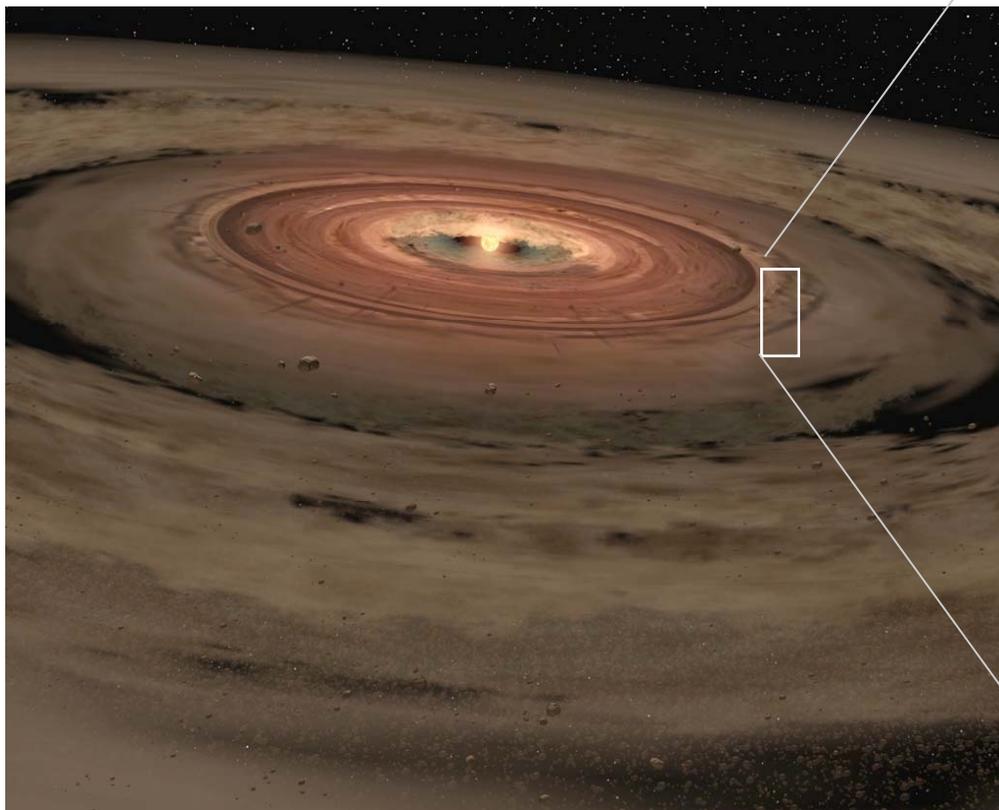


VLA

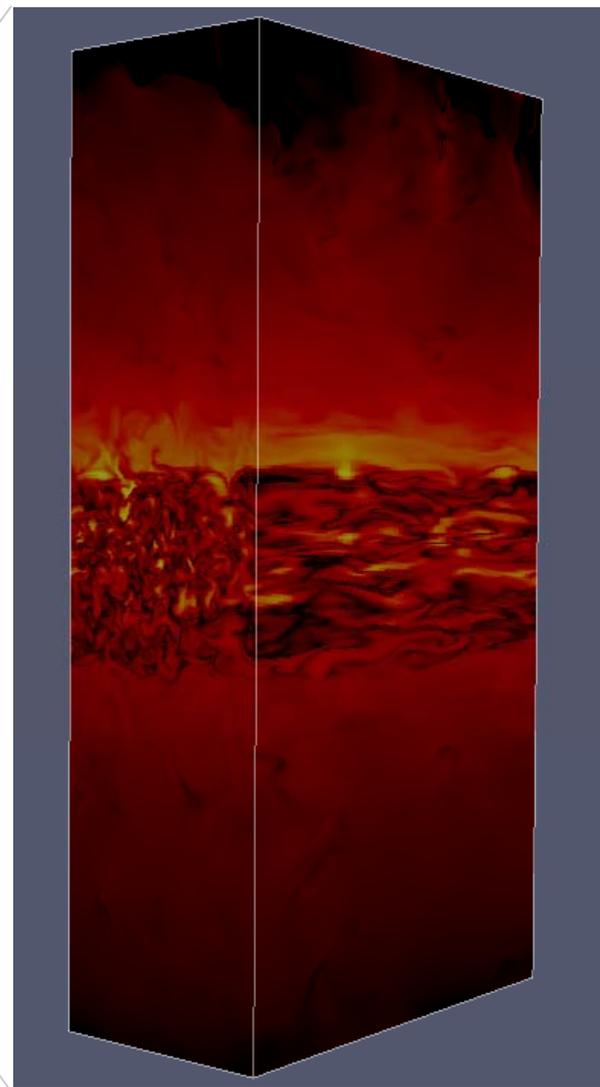
銀河系内ジェット
天体SS433

軸対称性を仮定した2次元計算を行っている。
3次元計算に拡張したい

原始惑星系円盤の輻射 磁気流体シミュレーション



NASA/JPL-Caltech/T. Pyle (SSC)



円盤の一部を取り出して3次元計算を行う

輻射流体方程式の解法

$$\begin{aligned} \text{ガスエネルギー密度} \quad \frac{\partial e}{\partial t} &= -(4\pi B - cE)\kappa\rho \\ \text{輻射エネルギー密度} \quad \frac{\partial E}{\partial t} &= (4\pi B - cE)\kappa\rho - \nabla \cdot F \\ &\quad \text{輻射-ガス相互作用} \quad \text{輻射拡散} \end{aligned}$$

一般に、輻射の時間スケール < 流体の時間スケールなので、これらを流体のタイムステップで陰的に解く。

オペレータ・スプリッティング

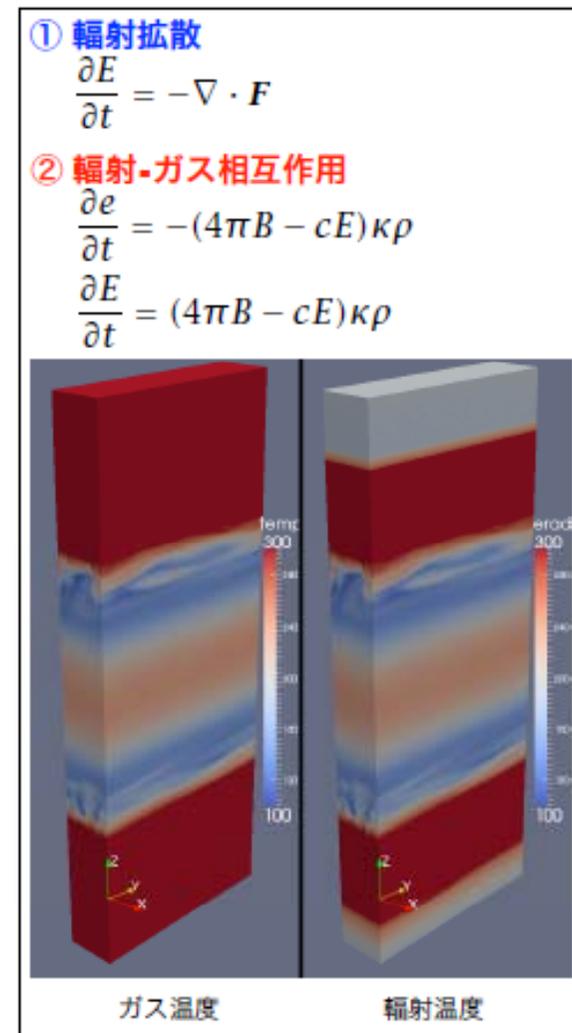
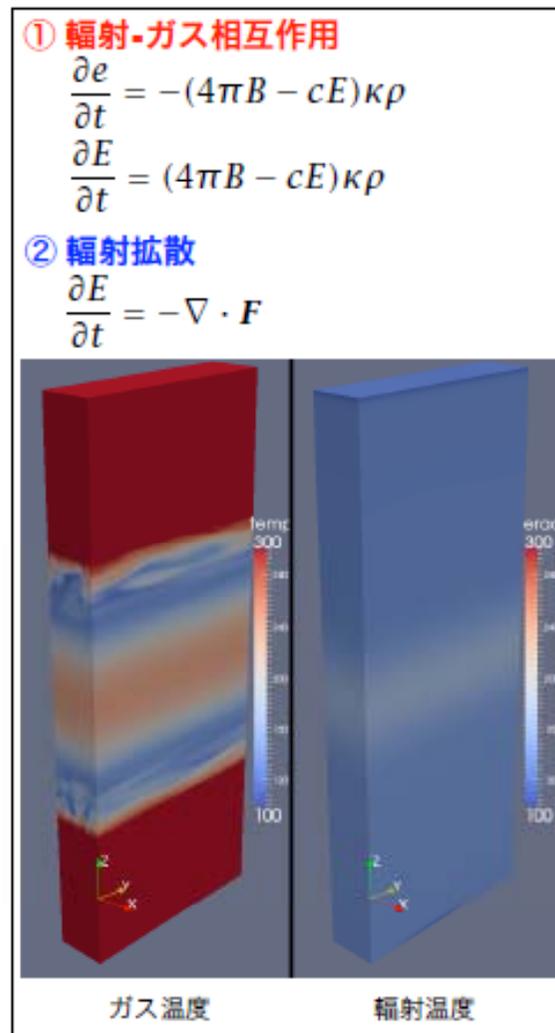
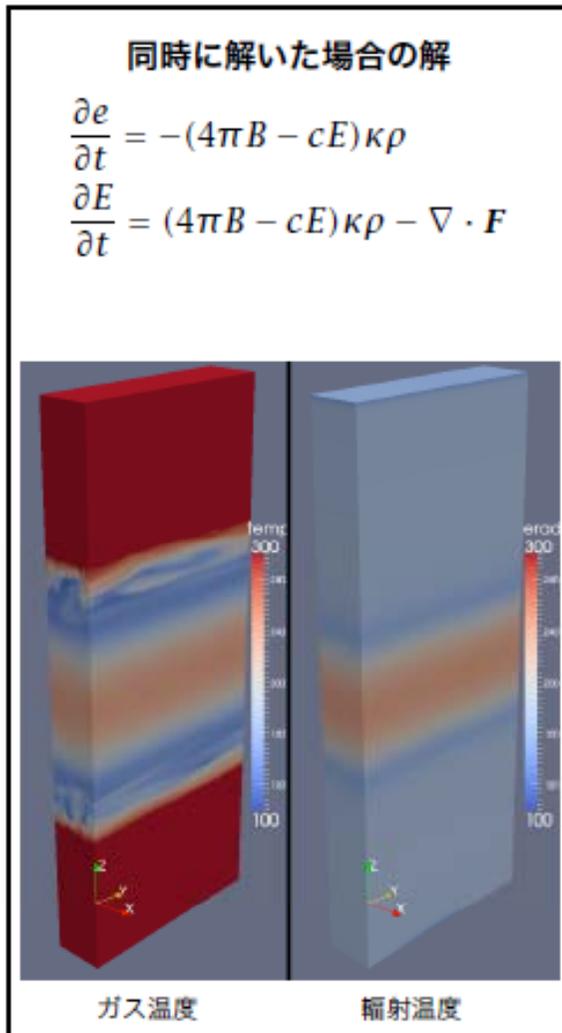
- ① 輻射-ガス相互作用 (非線形方程式) ② 輻射拡散 (拡散方程式)

$$\begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial t} &= -(4\pi B - cE)\kappa\rho \\ \frac{\partial E}{\partial t} &= (4\pi B - cE)\kappa\rho \end{aligned}$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\nabla \cdot F$$

輻射拡散と輻射-ガス相互作用を同時に解く

流体に比べて輻射の時間スケールが極端に短いとき(特に原始惑星系円盤では顕著)には、輻射拡散と輻射-ガス相互作用の分離が正当化出来ないため、同時に解く必要がある。



共同研究実施内容

$$\text{ガスエネルギー密度} \quad \frac{\partial e}{\partial t} = -(4\pi B - cE)\kappa\rho$$

$$\text{輻射エネルギー密度} \quad \frac{\partial E}{\partial t} = (4\pi B - cE)\kappa\rho - \nabla \cdot \mathbf{F}$$

輻射-ガス相互作用 輻射拡散

- ニュートン-ラプソン法を使って、輻射拡散(拡散方程式)と輻射-ガス相互作用を連立させて解く。
- 輻射ガス-相互作用の非線形方程式の影響で、ニュートン-ラプソン法に現れる行列は、優対角性が弱い。
- 優対角性が弱い場合の行列反転コードが必要
- 現在実装されているフルマルチグリッド法よりも、高速かつ安定に解け、並列計算のスケールビリティが良いコード開発に向けて共同研究を実施した。

まとめと今後の課題

- HLLD法に基づく3次元円筒座標系磁気流体シミュレーションエンジンをT2Kに実装し、降着円盤の大局的な3次元MHDシミュレーションのテスト計算を実施した。今後、チューニングにより性能を高める。
- FLD近似に基づく3次元輻射磁気流体計算において輻射拡散と輻射・ガス相互作用を同時に解くマトリクスソルバーを開発中。
- 輻射輸送の1次のモーメント式を解くM1法に基づく陽的な輻射磁気流体コード開発も進めている。
- 今後、大局的な3次元輻射磁気流体計算を実施したい。ペタスケールの計算性能が必要である。

END