

太陽対流層グローバル計算による黒点形成過程の研究

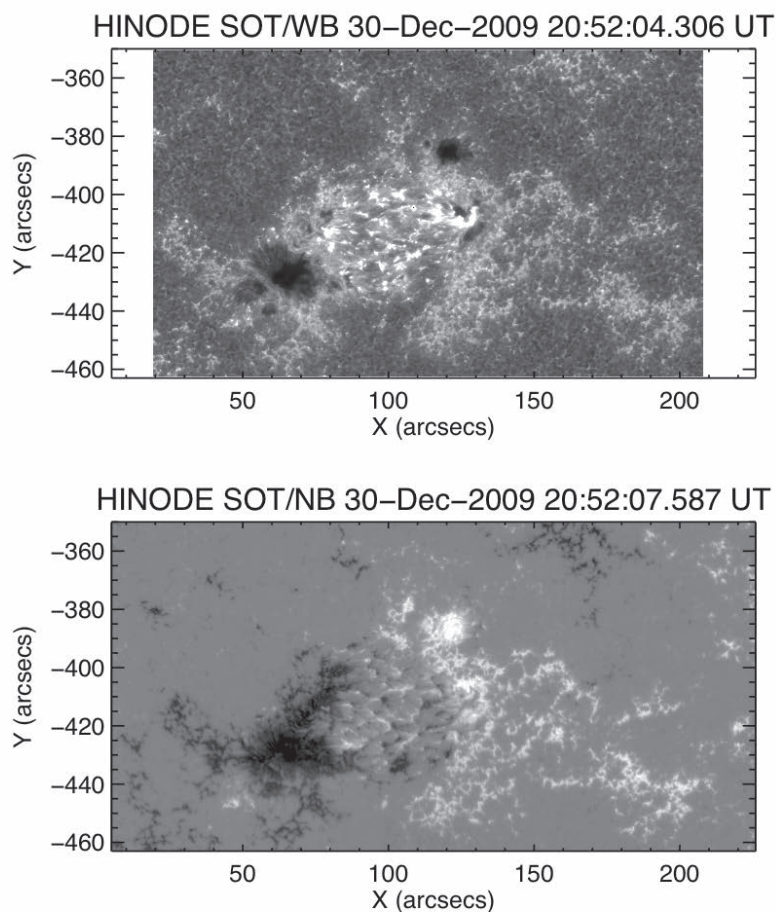
堀 田 英 之

横 山 央 明

東京大学 理学系研究科

1. はじめに

本報告は太陽の対流層の熱対流と磁場の数値計算結果について述べる。



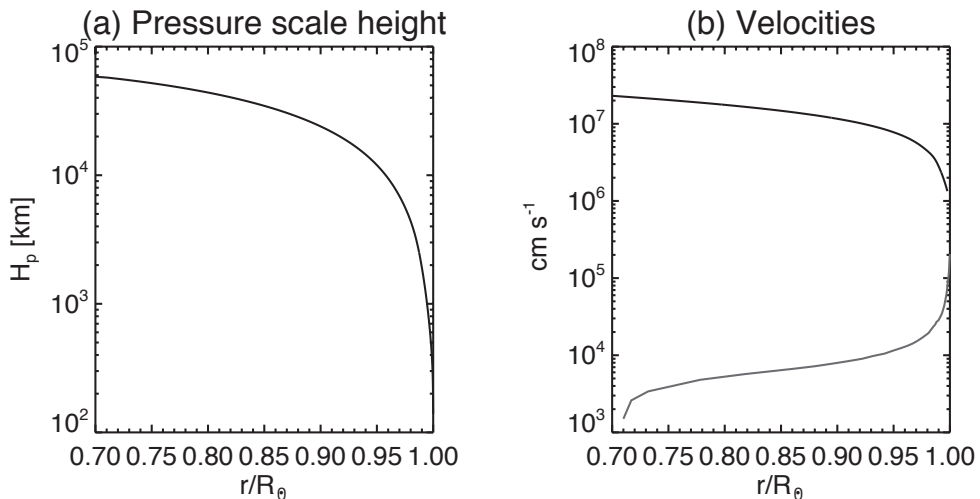
第1図：衛星 Hinode/SOT を用いて観測した彩層の光度(上)視線方向磁場(下)

黒点領域を観測した様子。縦軸横軸の目盛りは秒角を表し、太陽では1秒角が約730kmに対応する。この画像では、もともとある黒点に新たな黒点が出現している様子を表している。白、黒の磁場がそれぞれこちらに向かう磁場、紙面方向の磁場を表している。黒点領域では、彩層が暗くなっていることがわかる(北川氏提供)。

太陽は、主に水素とヘリウムからなるプラズマの塊であり、その中心部で、核融合によってエ

エネルギーを生成し続けている。ここで生成されたエネルギーは、太陽半径の7割までの放射層では光によって伝達され、太陽半径の7割から表面までの対流層では熱対流によって輸送される。太陽の系のスケールと粘性の低さから、ここで生成される熱対流はとても乱流的になる。この乱流は、回転(太陽自転)の影響を受け、非等方になることで差動回転などの大規模流れを生成・維持するとともに、乱流自身が磁場の生成・輸送を担っており、その理解が極めて重要である。

この乱流による磁場生成の帰結と考えられているのが、太陽表面上に観測される黒点である。黒点とは、太陽表面上に現れる黒いシミであり太陽の中でも強磁場の領域と考えられている(第1図)。これまでの理論では、熱対流と差動回転により、大規模な磁場が対流層の底付近で生成され、それが磁気浮力を持つ事により、浮上し、黒点領域をつくると考えられている。しかし、対流層は乱流的な熱対流に占められており、浮上磁束管はその影響を受ける。その非線形な振る舞いは、解析的に取り扱うのが困難である。計算機によって、その振る舞いを解明する事にも多くの困難を含む。その困難のうちの1つに、磁場の生成されている場所と黒点が発生する太陽表面での空間・時間スケールの大きな違いがある(第2図)。



第2図：対流層の中の(a)圧力スケール長、(b)音速(黒線)と熱対流速度(赤線)の分布

横軸は、太陽半径 $R_{\odot}$ で規格化した動径位置。Christensen-Dalsgaard et al., (1996) によって発表された太陽標準モデル(Model S) で得られた物理量をもとにプロット。

例えば、空間スケールを記述する量の1つに圧力スケール長、つまり重力成層中で圧力が $1/e$ になるための長さ、がある。これは、重力が同じだと仮定すると温度に比例する(第2図 a)。太陽は、対流層で200万度のプラズマから表面で1万度程度のプラズマへと状況が変わる。これにともない、圧力スケール長も6万 km から300 km へと変わる。そもそも太陽が巨大(円周440万 km)なため、これら全てを解像しようとする多量の空間グリッドが必要になるのである。また、時間スケールの違いも重要な問題である。対流層の底では空間スケールが大きい事に加えて、熱対流の速度も遅いので、長い時間スケール(数週間から1ヶ月程度)で事象が変化するが、表面近くは、空間スケールが小さい上に、熱対流の速度も速くなり、時間スケール

ルも短くなる(1時間程度)。このため全ての時間スケールをカバーするには、多量の時間積分が必要になる。このように、黒点生成の数値計算による再現は重要ではあるが、予想される数値計算コストが膨大でいまだに対流層全体を含んだ計算で成功していない。

2. アネラスティック近似と音速抑制法

上に、あげた数値計算コストの問題の他に、太陽対流層を計算するときの問題となるのがその音速の速さである。対流層の底では200 km/sほどの音速があるのに対して、熱対流速度は50 m/sほどしかなく、陽的に積分するときにCFL(Courant-Friedrichs-Lewy)条件による制約が大きくなる(第2図 b)。つまり、興味があるのは熱対流や磁場に関する現象なのに、音速で4000倍ほど短く制限をされた時間幅 Δt を用いなければならない。このため、多量の時間積分を要し、現実的でない。

これを避けるために、太陽対流層計算でよく用いられる手法がアネラスティック近似である。アネラスティック近似では連続の式(質量保存則)を $\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}) = 0$ と変形する。ここで、 ρ_0 は背景の密度、 $\mathbf{v}$ は流体の速度である。こうすることで、音速を無限大と仮定して、音波の伝搬を解かない。アネラスティック近似は密度成層を許す非圧縮の近似と理解する事ができる。この近似を用いる事で、CFL条件に音速は無関係になり、熱対流速度とアルフベン速度のみで時間幅が決まる事になる。この近似を用いて、これまでに多くの太陽熱対流計算が実行されている(たとえば Miesch et al., 2008)。しかし、このアネラスティック近似にも欠点がある。それは本質的には、圧力に関する楕円型方程式を解かなければならず、大規模並列計算が容易でないことである。音速を無限大と仮定している事で、情報が毎ステップ全てのCPUに伝搬する。そのため、全体通信を毎ステップ要するために巨大計算機では不利に働く。また、アネラスティック近似の計算では楕円型方程式を解く目的で、球面調和関数を用いたスペクトル法がよく採用されている。代表的なのが、コロラド大学のグループが開発しているASH(Anelastic Spherical Harmonics)コードである。ルジャンドル陪関数の変換にはフーリエ変換のような速いアルゴリズムが存在しないために、球面調和関数計算のコストは $O(N_\theta^2 N_\phi \log N_\phi)$ となる。ここで N_θ 、 N_ϕ はそれぞれ緯度方向、経度方向の格子点の数である。このため、高解像度にしたときにその負荷が大きくなる。さらなる問題として、アネラスティック近似の破れの問題がある。アネラスティック近似は太陽対流層の深部では良い近似であるが、黒点の生成される表面付近では熱対流速度やアルフベン速度が音速に近くなるために良い近似ではない。このように並列計算機を用いて、高解像度計算をするという観点からも物理的な観点からも黒点生成に対流層全体の計算で再現するときに、アネラスティック近似は適した近似ではないといえる。

そこで、我々が提案しているのが、**音速抑制法**である。音速抑制法では連続の式(質量保存則)を以下のように変形する。

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = -\frac{1}{\xi^2} \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v})$$

こうする事で実効的な音速を $1/\xi$ にすることができ、もともとの音速とCFL条件から決まる小さい時間幅 Δt を避けることができる。また、この手法ではローカルな通信のみが必要とされ、陽的な手法を使うことができるために、巨大な計算機を用いる場合も効率的に計算する事が可能である。この方法の妥当性はHotta et al. (2012)によって確認されている。熱対流をテスト問題とした検証で、抑制された音速で見積もったマッハ数が0.7以下ならば音速抑制法と

変わらない結果を導ける事がわかっている。また、非一様などを用いて良い事も Hotta et al. (2012)の中で指摘されており、これを用いれば太陽表面まで物理を損なう事なく解くことができる。本研究課題では、この音速抑制法を用いて高解像度太陽対流層計算を実施し、黒点形成の再現を試みた。

3. 数値計算モデルとコード

本章では、用いた数値計算コードについてまとめる。本研究では、球座標 (r, θ, ϕ) で磁気流体方程式を解く。解いた方程式は以下である。

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_1}{\partial t} &= -\frac{1}{\xi^2} \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}) \\ \rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} &= -\rho_0 (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} - \nabla \left(p_1 + \frac{B^2}{8\pi} \right) + \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{B}\mathbf{B}}{4\pi} \right) - \rho_1 g \mathbf{e}_r \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \\ \rho_0 T_0 \frac{\partial s_1}{\partial t} &= -\rho_0 T_0 (\mathbf{v} \cdot \nabla) s_1 + \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \kappa_r \rho_0 c_p \frac{dT_0}{dr} \right) + \Gamma\end{aligned}$$

ここで $t, \rho, \mathbf{v}, p, \mathbf{B}, T, s, g, \kappa_r, c_p, \Gamma$ はそれぞれ、時間、密度、速度、ガス圧力、磁場、温度、エントロピー、重力、放射拡散係数、定圧比熱、そして表面付近での冷却関数である。添字の 0 と 1 はそれぞれ、1 次元静水圧平衡の背景成層とそこからのずれを表す。

この方程式を、Vögler et al. (2005) などでも利用されている、4 次精度の中央差分を用いて空間微分し、4 次精度のルンゲクッタ法を用いて時間積分をおこなっている。その詳細は以下である。空間微分では、物理量 u の一階微分が以下のように表される。

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i = \frac{1}{12\Delta x} (-u_{i+2} + 8u_{i+1} - 8u_{i-1} + u_{i-2})$$

また、時間発展の方程式が

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = \mathbf{R}(\mathbf{U})$$

と表されるときに、4 次精度のルンゲクッタ法は

$$\begin{aligned}\mathbf{U}_{n+\frac{1}{4}} &= \mathbf{U}_n + \frac{\Delta t}{4} \mathbf{R}(\mathbf{U}_n) \\ \mathbf{U}_{n+\frac{1}{3}} &= \mathbf{U}_n + \frac{\Delta t}{3} \mathbf{R}\left(\mathbf{U}_{n+\frac{1}{4}}\right) \\ \mathbf{U}_{n+\frac{1}{2}} &= \mathbf{U}_n + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{R}\left(\mathbf{U}_{n+\frac{1}{3}}\right) \\ \mathbf{U}_n &= \mathbf{U}_n + \Delta t \mathbf{R}\left(\mathbf{U}_{n+\frac{1}{2}}\right)\end{aligned}$$

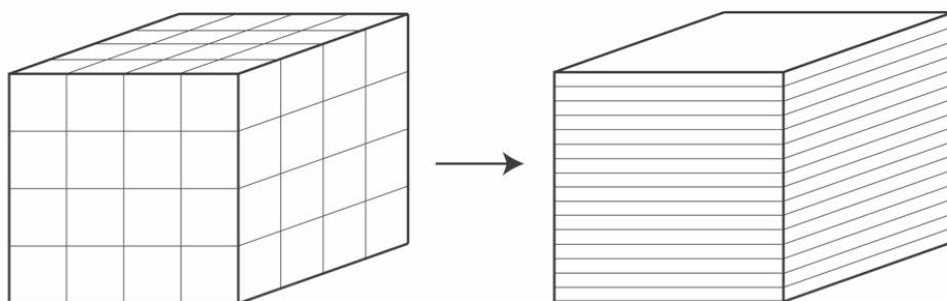
とあらわすことができる。乱流を十分に解像するために高次の中央差分を用いているが、安定性を保つために、Rempel et al. (2009) が提案した人工粘性を用いている。放射拡散係数や重力加速度は、Christensen-Dalsgaard et al. (1996) の Model S の値を採用し、Model S

の $r=0.998R_{\odot}$ の値を境界条件として、断熱重力成層させたものを用いた。計算では、太陽表面付近で問題になる水素やヘリウムの電離の効果も取り入れてある。この電離の効果を逐一、MHD 計算上で考慮するのは負荷が大きいのので、状態方程式を以下のように線形化して、

$$p_1 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \rho_1 + \left(\frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho s_1$$

必要な物理量は r 方向のみの依存性を持つとして、あらかじめ計算しておいた。計算結果を参照するとこの仮定は問題のないものであった。

MPI とコンパイラ自動並列化とのハイブリッド並列を用いたが、それでも MPI スレッドの数は 4800 にもなり膨大なのでこの通信を効率化するために、ヒルベルト曲線を用いて MPI スレッドの並び順序を決めた。これは空間充填曲線と呼ばれるもので、単純に 3 次元に並べるよりも空間的に隣あう並列データを、ランク番号に近い MPI スレッドに配置することができるものでローカルの MPI 通信において有利である。しかし、この方法はデータ出力に困難がある。MPI スレッドが複雑に配置されているので、解析のためには多くのデータをダウンロードしなければならない上に、データを再構築するには多量のメモリが必要になり、一般の計算機では支障がでることがしばしばある。特に今回の大規模チャレンジの」ように、多量の格子点を使用する課題だと、一般の計算機では解析が不可能になってしまう。のちに説明するが今回は 50 億点もの格子点を用いた。8 変数のデータを再構築するためには 1 タイムステップ単精度でも 160GB のメモリが必要になる。今回は、解析をスーパーコンピューター内で済ます事で、この問題を克服した。



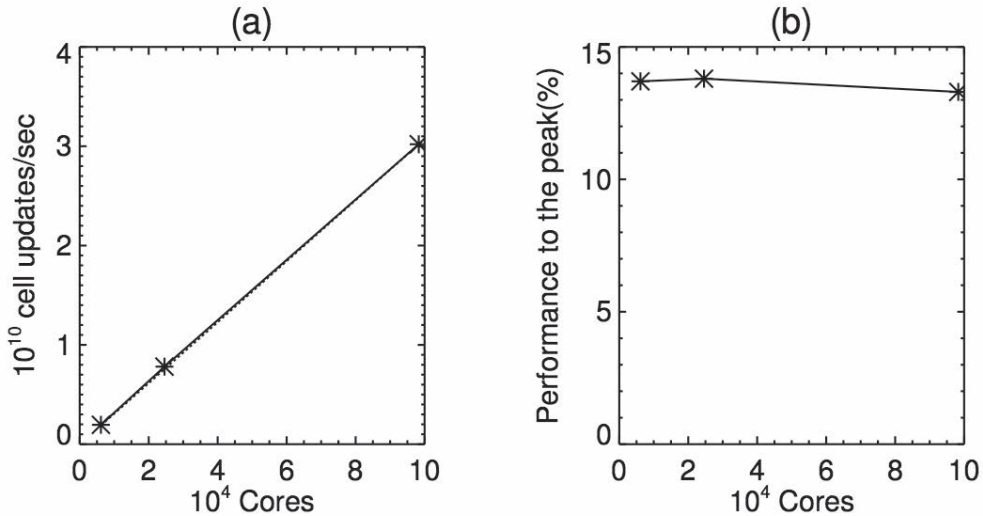
第3図：データ出力のための概観図

Christensen-Dalsgaard et al., 1996 によって発表された太陽標準モデル (Model S) で得られた物理量をもとにプロット。

第3図にあるように、ヒルベルト曲線によって並べられた計算データを、解析時には、1つの MPI スレッドが一つの高さ (r) の情報を持つように並び替える。こうする事で、熱対流計算の進行状況を見るのに重要な水平方向平均が通信無くひとつの MPI スレッドで実行可能になる。また、動画作成などに必要なデータは 2 次元データのことが多く、この場合 1つの MPI スレッドから 1つのファイルを出力すれば、ダウンロードデータも少なく目的を達成できる。

本研究では、4次精度の中央差分をつかっているためにメモリアクセスが頻繁で実行効率が出にくい。メモリアクセスが、できるだけ低くなるようチューニングしたがこの部分では、8%程度の実行効率が最大であった。しかし、ルンゲクッタのループとほぼ同じかやや多い負荷を

もっている人工粘性部分は、キャッシュアクセスが少ない上に、流束制限関数をつかっており、実行効率の向上が期待できる場所であったので、ここを集中的にチューニングしたところ、13%程度の実行効率を京コンピュータで達成できた(第4図)。FX10ではやや実行効率が落ちるがほぼ同様の効率を維持している。



第4図:コア数に対する(a)一秒間に更新できるセルの数と(b)ピーク性能に対する実行効率
京コンピュータで計測。1ノード(8コア)に $96 \times 32 \times 96$ の格子点を配置し、弱いスケーリングを計測した。

4. 計算設定と結果

計算では、対流層の底である $r=0.715R_0$ から $r=1.01R_0$ までを計算領域とした。 $r=0.99R_0$ で、人工的に熱対流不安定と安定の切り替わる位置とした。FX10すべての計算能力を使ったとしても、実際の太陽表面までを熱対流不安定として解くことは困難であるので、このような措置をとった。水平方向には90度ずつ計算領域をとり、緯度方向には壁の境界条件、経度方向には周期境界条件をとった。解像度は、動径方向、緯度方向、経度方向に $540 \times 3000 \times 3000$ とし、ノード間通信をMPIでおこない、ノード内通信を自動並列化でおこなった。まず、初期条件でエントロピー s_1 に小さくランダムな擾乱を与えて、計算をスタートさせる。そこで熱対流が充分に発達するまで40太陽日ほど計算する。その結果が、第5図である。

発生する熱対流はその場の圧力スケール長に強く制約されるので、 $0.99R_0$ と $0.8R_0$ で極めて大きなスケール差をもっている。この結果に磁束管を以下のように挿入する。

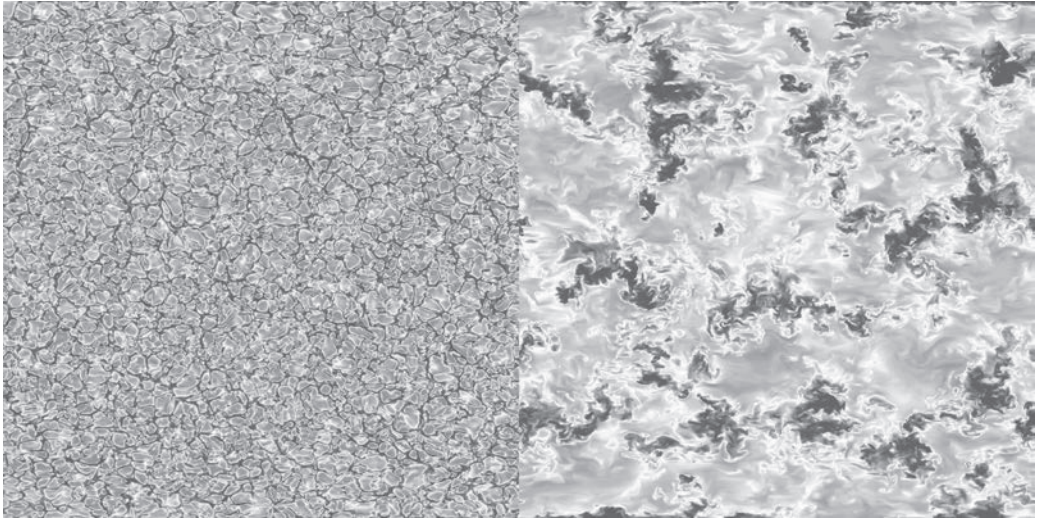
$$\varpi^2 = r^2 + R_0^2 - 2rR_0 \cos(\theta - \theta_0)$$

$$B_\phi = \frac{aB_0}{r \sin \theta} \exp\left(-\frac{\varpi^2}{a^2}\right)$$

$$B_r = -B_\phi q R_0 \sin(\theta - \theta_0)$$

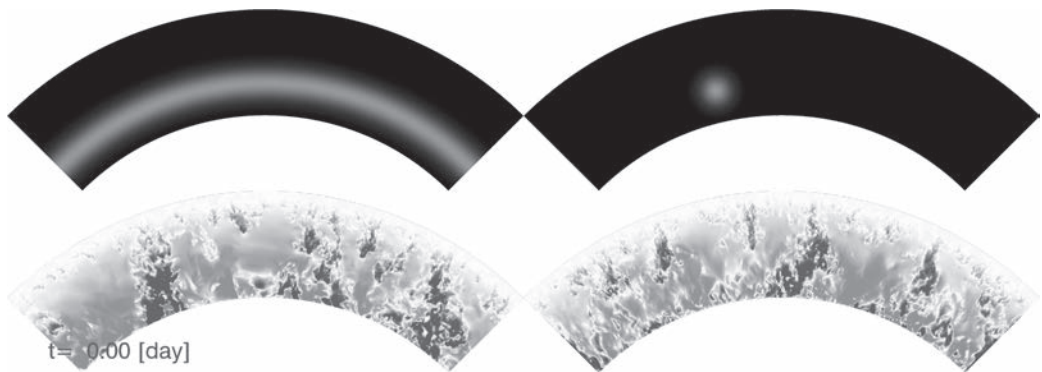
$$B_\theta = B_\phi q [r - R_0 \cos(\theta - \theta_0)]$$

磁束管のパラメーターを変えて、3 ケースの計算をおこなったが今回は最もうまくいったケースについて報告する。そのケースでは、磁場の強さ $B_0 = 5 \times 10^4 \text{ G}$ ，磁束管の太さ $a = 0.05 R_\odot$ ，磁束管の位置 $R_0 = 0.8 R_\odot$ ，磁束管のねじりをあらわす係数 $q = 0.5/a$ とした。



第5図: $r = 0.99 R_\odot$ (左) と $r = 0.8 R_\odot$ (右) での動径方向速度分布

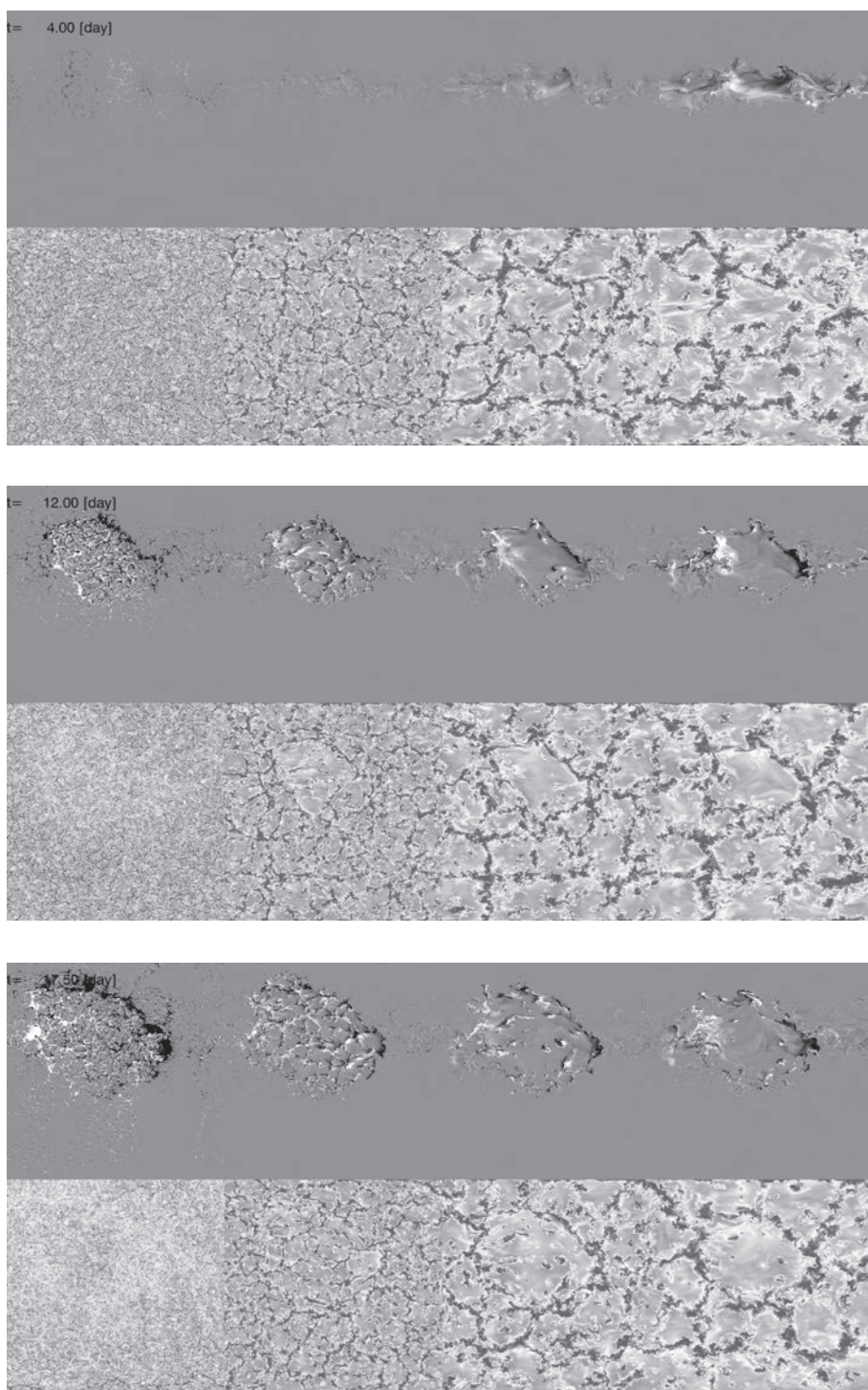
磁束管を配置する緯度には、自由度があるが、熱対流計算の結果を参照してなるべく境界から遠い中で、上昇流が主たる成分の領域を採用する事とした。ここで上昇流を選んだのは、磁束が浮上し、黒点を形成するのを助けるためである。今回は余緯度 $\theta_0 = 103$ 度の位置を選んだ。その初期条件の様子が、第6図のようになる。



第6図: 初期条件のようす

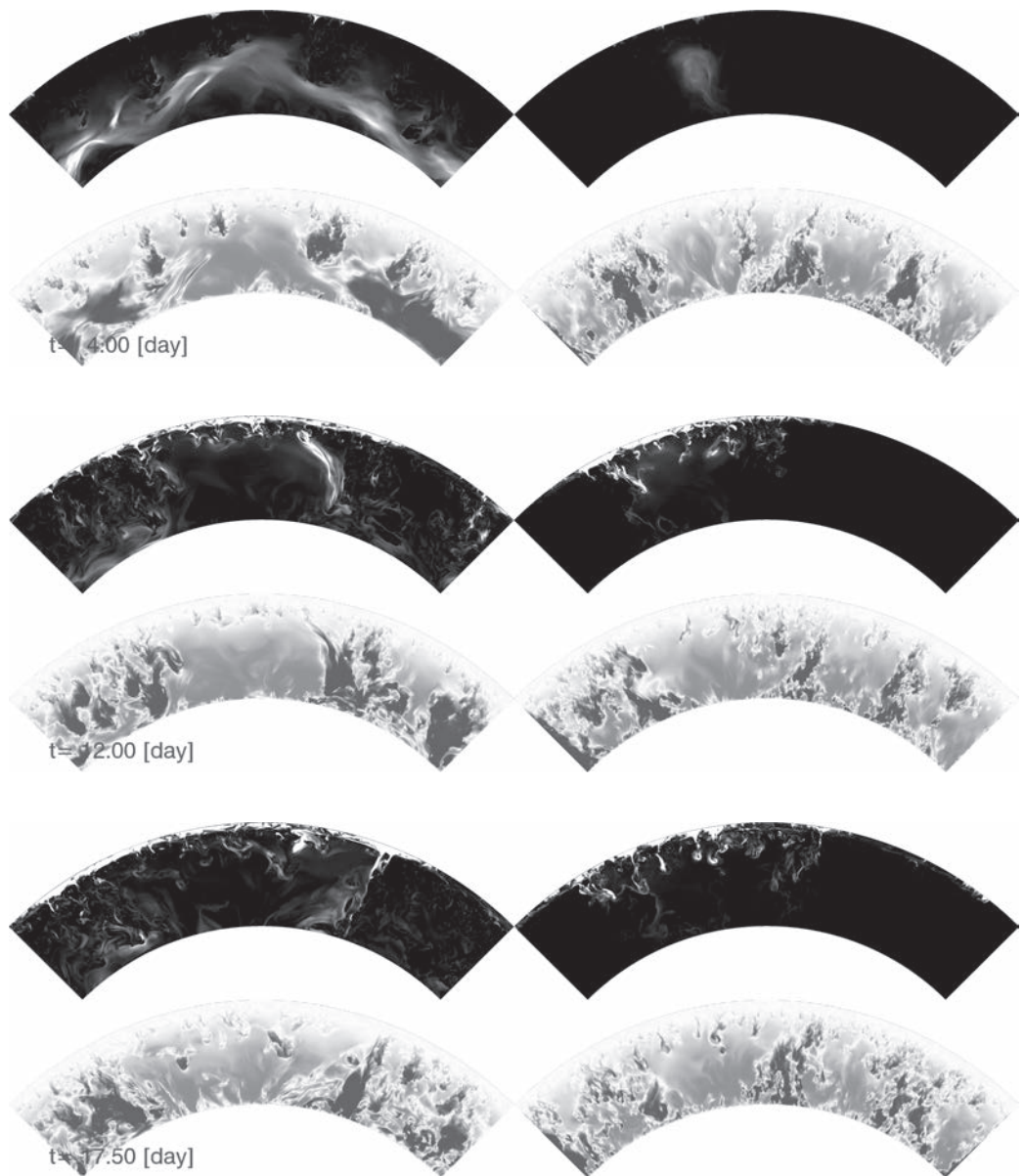
(上) アルフベン速度 $v_A = B / \sqrt{4\pi\rho_0}$ と (下) 動径方向速度の対流層内部の分布。左図は $\theta = 103$ 度の断面を、右図は $\phi = 0$ 度の断面をプロットしている。

ここから計算を進め、黒点が出るまでの様子を第7図に示す。磁束管を入れて四日目では、表面付近の速度場はほとんど影響を受けていない様子が見て取れる。



第7図: 磁場と速度場の時間発展の様子(水平分布)

左から四つのコラムがあり、それぞれ $r=0.99R_{\odot}$, $r=0.95R_{\odot}$, $r=0.9R_{\odot}$, $r=0.85R_{\odot}$ での様子をプロットしている。上、下の行がそれぞれ動径方向磁場、動径方向速度を表している。上からそれぞれ4、12、17.5日経った時の分布が示されている。



第8図: 磁場と速度場の時間発展の様子(鉛直分布)

(上)アルフベン速度 $v_A = B / \sqrt{4\pi\rho_0}$ と(下)動径方向速度の対流層内部の分布。左図は $\theta = 10.3$ 度の断面を、右図は $\phi = 0$ 度の断面をプロットしている。上からそれぞれ4、12、17.5日経った時の分布が示されており、第7図と対応している。

しかし、いくばくかの磁束はすでに表面近くにあるようで、熱対流のダイナモ効果により、ある程度の強さの磁場が生成されている。対流層下部では、磁気浮力ともともとの上昇流により磁場が上昇を始めており、大規模な上昇流を生成していることがわかる(第7図上)。その様子は、第8図上を見てもわかる。さらに第8図上を見ると、もともとある大規模な下降流が、磁束管の上昇を阻害していることがわかる。最終的に表面付近に現れる強磁場領域のスケールは

この下降流によって決まっていると考えられる。磁束管投入から12日経つと、かなりの量の磁束が表面にたどり着いている事がわかる、しかしこの時点では黒点に対応するようなコヒーレントな強磁場領域は存在しない(第7図中)。対流層の中程から下部では、磁束管の足元に対応する下降流に囲まれた上昇流という特徴ができています。第8図中を見ても、強磁場領域と下降流が対応しているのがわかる。磁束投入から17.5日経つと、ほとんどの磁束は表面に到達している。表面では、観測で見られるような強磁場領域が出来ている。表面ではその小さい運動エネルギーから、磁場による影響を大きく受け、熱対流の運動がかなり抑制されている。しかし、対流層内部では変わらず強磁場領域と下降流が対応しており表面の強磁場領域形成に下降流が役割を果たしていると考えられる(第7図下)。この時点でも、下降流と強磁場領域の相関が高い事が第8図下を見てもわかる。

6. まとめと課題

音速抑制法とFX10のすべてのノードを使う計算によって、興味深い強磁場領域形成の様子が再現できた。今回再現した計算は、解像度の制約から現実考えられている黒点のスケールよりもかなり大きいものを使わざるを得なかった。今後、さらに解像度をあげて現実のパラメータを取り入れるようにすることで、実際の黒点形成の物理に迫る事ができるであろう。

参 考 文 献

- Christensen-Dalsgaard, J., et al. 1996, Science, 272, 1286
Hotta, H., et al. 2012., Astronomy and Astrophysics, 539, A30
Miesch, M., et al. 2008., The Astrophysical Journal, 673, 557
Rempel, M., et al. 2009., The Astrophysical Journal, 691, 640
Vögler, A., et al. 2005., Astronomy and Astrophysics, 429, 335