

ニューラルネットワークを用いた量子誤り訂正の復号器の開発

瀧村 一航

京都大学大学院 工学研究科 原子核工学専攻

1. はじめに

量子コンピュータの研究・開発が盛り上がっている。特に最近ではノイズがある環境である程度の誤差を許容して計算を実行する研究が進展している。一方で、スケラビリティのある万量子計算機と呼ばれる計算機を作るためには、誤差を減らす必要がある。小さな誤差も量子コンピュータを大きくしていくと無視できないものになるからである。このノイズによって生じた誤りを訂正する方法が量子誤り訂正と呼ばれるプロトコルである。本原稿では量子誤り訂正を実現するための課題に触れ、特に復号器と呼ばれる部分をニューラルネットワークを用いて実装することについて解説する。量子情報や量子誤り訂正に関する本原稿では触れられなかった詳細については標準的な教科書である [1] が参考になる。

2. 量子誤り訂正理論

2.1. 量子ビット

量子ビットとは量子情報処理における最小の情報単位である。量子ビットの状態は複素ベクトル空間 \mathbb{C}^2 の単位ベクトルで表現される。量子情報では基底としてケットベクトル

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

を用いて、状態を $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ と計算基底を用いて書くことが多い。ここで α と β は複素数である。量子誤り訂正では通常のコンピュータの誤り訂正と同様に多くの量子ビットに情報をもたせる冗長化することで、ノイズに対して強くするので、多量子ビット系を考える必要がある。 n 量子ビット系は \mathbb{C}^2 の n 個のテンソル積で与えられ、その状態は一量子ビットのときと同様に単位ベクトルによって記述される。例えば 2 量子ビットの状態は

$$\alpha_{00}|0\rangle \otimes |0\rangle + \alpha_{01}|0\rangle \otimes |1\rangle + \alpha_{10}|1\rangle \otimes |0\rangle + \alpha_{11}|1\rangle \otimes |1\rangle \quad (2)$$

と表現される。 $|0\rangle \otimes |0\rangle$ は略記して $|0\rangle|0\rangle$ や $|00\rangle$ と書かれることもある。

次に誤りについて述べる。誤りは連続的なパラメータを持つものであるが、測定によって離散化することが出来る。したがって、簡単のため離散化の議論は省略し、本稿ではビット反転エラーと位相反転エラーを考える。これらのエラーはパウリ行列の X と Z を用いて書かれる。すなわち、

$$X(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) = \beta|0\rangle + \alpha|1\rangle \quad (3)$$

$$Z(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) = \alpha|0\rangle - \beta|1\rangle \quad (4)$$

の二種類のエラーがある。多量子ビット系に対してこれらの行列を作用させるには恒等行列 I を用いて、例えば $I \otimes X \otimes I \otimes I$ のように書いても良いが、 I や \otimes をたくさん書くのは大変なので、 X_2 のように添え字として何番目の量子ビットに作用するかを書く記法もある。 X_2 は 2 番目の量子ビットにビット反転エラー X が起こるという状態変化を表している。

最後に物理量の測定について述べる。量子誤り訂正では誤りを検出する際に物理量の測定を行なう。物理量はエルミート行列によって表現される。例えばパウリ行列は重要な物理量である。エルミート行列 A の固有値 a の固有ベクトル $|\psi\rangle$ を考える。すなわち、 $A|\psi\rangle = a|\psi\rangle$ を満たす。物理量の測定は、状態が $|\psi\rangle$ のときに物理量 A を測定すると、固有値 a が得られるというものである。例えば、 $|0\rangle$ のときに物理量 Z を測定すると測定値として 1 が得られ、 $|1\rangle$ のときに物理量 Z を測定すると測定値として -1 が得られる。状態が物理量の固有ベクトルではない状態を測定することも考えられるがそういった測定は本稿では出てこないため省略する。

2.2. 量子誤り訂正

量子誤り訂正とはノイズによる量子ビットの誤りを検出・訂正する方法である。その流れは次の図 1 の通りである。この符号化とシンドローム測定を記述する枠組みとしてスタビライザー

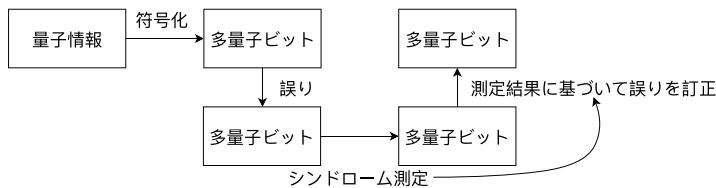


図 1 量子誤り訂正の概略図

形式が便利である。 n 量子ビットに対して量子情報を埋め込むとすると、 n 量子ビットの係数の個数は 2^n 個あり、この係数をいちいち書くのは大変である。スタビライザー形式を用いれば多くの量子ビットがエンタングルした状態を記述するのも容易になる。スタビライザー形式はスタビライザー群という群を用いる。スタビライザー群はパウリ群 $\mathcal{P}_n = \{\pm 1, \pm i\} \times \{I, X, Y, Z\}^{\otimes n}$ の $-I^{\otimes n}$ を含まない可換部分群である。ここで、 I は恒等行列、 X, Y, Z はそれぞれパウリ行列である。スタビライザー状態 $|\psi\rangle$ は全てのスタビライザー群 S の元 $S_i \in S$ に対して、

$$S_i |\psi\rangle = |\psi\rangle \quad (5)$$

を満たす単位ベクトルである。スタビライザー群が $-I^{\otimes n}$ を含まないかつ可換であるという条件は式 (5) を満たす状態 $|\psi\rangle$ が自明なもの (零ベクトル) のみにならないための条件である。スタビライザー群からスタビライザー状態は一意に定まるとは限らない。すなわち、スタビライザー群は複素ベクトル空間 $\mathbb{C}^{2^{\otimes n}}$ の部分空間を指定している。シンドローム測定はスタビライザー群の元 (生成元) を物理量として測定を行なう。スタビライザー群は可換なので同時に測定することが可能であることに注意する。このシンドローム測定において測定結果が -1 となったものがシンドロームと呼ばれ、シンドロームからエラーを求めるのが復号である。

簡単な具体例として 3 量子ビット系のビット反転符号を見てみることにする。スタビ

ライザー群 S が Z_1Z_2 と Z_2Z_3 によって生成されているものを考える。すなわち、 $S = \{I, Z_1Z_2, Z_2Z_3, Z_1Z_3\}$ である。スタビライザー状態は $|000\rangle$ と $|111\rangle$ によって張られる部分空間の単位ベクトルである。この部分空間に量子ビットをエンコードする。例えば、 $|0\rangle \mapsto |000\rangle$, $|1\rangle \mapsto |111\rangle$ というエンコードが考えられる。この符号化は 1 ビット反転に関しては誤りを訂正することが出来る。例えば、1 番目のビットが反転したとしよう。このとき状態は $|000\rangle \mapsto |100\rangle$, $|111\rangle \mapsto |011\rangle$ となっている。シンドローム測定として、スタビライザー群の生成元である Z_1Z_2 と Z_2Z_3 を測定してやると、 Z_1Z_2 の測定結果が -1 となっている。そこで、1 番目の量子ビットが反転していたということが分かるので、1 番目の量子ビットをさらに反転させてやれば元に戻る。この例は簡単な例だったので復号の操作はほぼ自明であった。次ではより複雑な符号化についてみていく。

2.3. トポロジカル符号

量子誤り訂正は先に述べたスタビライザー群を変えることで様々な符号化を考えることが出来る。ここでは本研究で使用したトポロジカル符号の一種である Rotated Surface Code (RSC) について紹介する。RSC は単純な二次元の配列と高い誤りしきい値から、実装に向けて最も期待されている符号化の一つである。

図 2 のような二次元の座標を考える。図 2 は RSC の中で最も小さい 3×3 の RSC である。

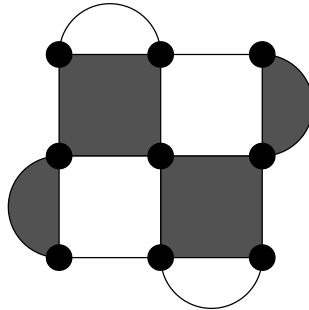


図 2 RSC の例。図は 3×3 の RSC。

各頂点に量子ビットがのっている。面はそれぞれスタビライザーを表している。暗い面は Z スタビライザーを表し、明るい面は X スタビライザーを表している。これはスタビライザーの生成元として、各面の頂点を Z または X とするスタビライザーを考えるという意味である。すなわち、 D をある暗い面の頂点の量子ビット、 L をある明るい面の頂点の量子ビットとすると、

$$A_D = \bigotimes_{i \in D} Z_i, \quad B_L = \bigotimes_{j \in L} X_j. \quad (6)$$

この A_D と B_L を生成元とするスタビライザー群を用いる。離れた面について A_D と $A_{D'}$ は可換で、 B_L と $B_{L'}$ は可換である。さらに、任意の面について A_D と B_L は偶数個の頂点を共有しているため可換である。したがって、確かにスタビライザー群である。

シンドローム測定も A_D と B_L の測定結果をみればいい。この符号化のシンドローム測定の

特徴は誤りのチェーンの端点が分かるという点である。したがって、シンドローム測定の測定結果から、実際の誤りを推定する必要がある。

3. ニューラルネットワークを用いた量子誤り訂正

復号器 (decoder) とはシンドローム測定からエラーチェーンを見つけるものである。一般にスタビライザー符号の最適な復号は計算量的に難しい問題である。トポロジカル符号に対する復号器としては MWPM (Minimum Weight Perfect Matching) を用いた方法が有力でこのあと紹介する機械学習の諸手法を用いた復号器の研究においても比較でよく用いられている。MWPM は速いが準最適なアルゴリズムである。

量子ビットはノイズに弱く (具体的な時間は系によるが) 短時間で誤りが生じる、スケーラビリティのある量子コンピュータを実験的に実現するためには高速かつ正確な復号器が必要となる。この復号器をニューラルネットワークで実装しようとした研究がいくつかあるので次で紹介する。

機械学習を用いた復号器として、まず最初 (2016 年 10 月) に提案されたのが隠れボルツマンマシンを用いた復号器である [2]。この論文では Toric code という符号を対象に位相反転エラーに対する復号器を作っている。一方で他のエラーモデルに対してや 5×5 よりも大きなサイズの格子については調べていない。

その後、2017 年の 5 月に 3 報の論文が独立に arXiv (プレプリント・サーバ) に投稿された。Toric code を対象に Depolarizing エラーモデルでフィードフォワードニューラルネットワークを用いることで通常の MWPM よりも良い性能を示すことを示している [3]。フィードフォワードニューラルネットワークを用いた復号器 [4] が提案されたが、MWPM に対する優位性は示していない。LSTM というリカレントニューラルネットワークの一種を用いた復号器は 17 量子ビットの表面符号に対して有用であることを示している [5]。この研究はさらに回路レベルのノイズについても議論している。

2017 年 10 月に 4 次元の Toric code に対する畳み込みニューラルネットワークを用いた復号器が提案された [6]。4 次元 Toric code は物理的な実装としては難しいが、理論的には良い性質を持っている。2018 年 1 月には二次元のトポロジカル符号に対して全結合ニューラルネットワークと畳み込みニューラルネットワークを用いた復号器が提案された [7]。その後も様々な研究が行われている [8-10]。

ニューラルネットワークを用いた復号器に期待される性質は、精度が高く高速であるということである。実際、一度学習をしてしまえば、高速に復号することが出来る。また、エラーモデルを仮定しなくても良い点が利点である。

一方で膨大な学習データが必要であることが問題点である。この点に関しては先行研究で様々な議論があるが、実際の実験で利用することを考えると、実験的に学習データを十分な数準備することは大変であると予想される。

このような状況で本インターン課題中 (2017 年 8 月から 2018 年 1 月まで) に RSC において畳み込みニューラルネットワークを用いた復号器を開発し、位相反転エラーのもとで MWPM

よりも高精度であることを示した。畳み込みニューラルネットワークを用いたのは RSC のシンドロームが二次元のデータ構造を持つため、全結合ニューラルネットワークよりも効率的に復号出来る可能性があると考えたからである。先行研究ではニューラルネットワークの出力のラベルをうまく工夫していたが、本研究ではエラーそのものをラベルにすることで、より直接的な復号器を作った。これはニューラルネットワークの入力よりも出力のほうが多くなるが、そもそも復号に成功するエラーチェーンは一意ではないので自然である。また先行研究で行われていたシンドロームが一致するかのステップも省略可能であることを示した。さらに、先行研究ではエラー確率ごとに学習を行なっているものもあったが、本研究では誤り閾値付近のエラーモデルのみを学習したものが他のエラーモデルにおいても使用可能であることを示した。一方で出力の数が多くなるため、規模の大きいものでは GPU に載らなずスケールしないという問題が生じた。出力の数は 2^m のオーダーで増加するためスケールさせるためにもこの点は改善しなければならない問題点である。これらの問題については今後さらに計算を行なっていく予定である。

4. まとめ

量子コンピュータを完成させるために必要なプロトコルである量子誤り訂正の復号器を機械学習の手法を用いて実装する研究は始まったばかりであり、今後も研究されていくだろう。本研究では畳み込みニューラルネットワークを用いて復号器の実装を行なった。一方で畳み込みニューラルネットワークは局所的な構造を用いるものであり、大域的なエラーチェーンに対してうまく機能するのか疑問が残る。したがって、より効率的なニューラルネットワークが構築できるかは検証しなければならない。また、二次元の表面符号は二次元格子構造があるこういった格子構造がない符号もある。したがって一般の場合を想定してグラフに対してグラフ畳み込みを用いるということも考えられる。今後の最も重要な課題としてはスケラビリティを示すことが考えられる。特にサイズを大きくした際に必要な学習データの数や計算時間がどのように増えていくのかを調べる必要がある。また最終的には現実の実験装置で生じるエラーに対して誤り訂正を行なう必要があるだろう。

謝辞

本研究は平成 29 年度の東京大学情報基盤センター若手・女性利用者推薦 (インターン) 及び学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点 (JHPCN) 萌芽型共同研究採択課題 (拠点課題 ID:EX17319) の課題「ニューラルネットワークを用いた量子誤り訂正の復号器の開発」によって行なわれた。本研究における数値計算は東京大学情報基盤センターの Reedbush-H 上で行なわれた。東京大学情報基盤センターによる支援に感謝申し上げる。

参考文献

- [1] M. Nielsen and I. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*, Cambridge Series on Information and the Natural Sciences (Cambridge University Press, 2000).
- [2] G. Torlai and R. G. Melko, *Phys. Rev. Lett.* **119**, 030501 (2017).
- [3] S. Krastanov and L. Jiang, *Scientific Reports* **7**, 11003 (2017).
- [4] S. Varsamopoulos, B. Criger, and K. Bertels, *Quantum Science and Technology* **3**, 015004 (2018).
- [5] P. Baireuther, T. E. O'Brien, B. Tarasinski, and C. W. J. Beenakker, *Quantum* **2**, 48 (2018).
- [6] N. P. Breuckmann and X. Ni, *Scalable Neural Network Decoders for Higher Dimensional Quantum Codes*, (2017) arXiv:1710.09489.
- [7] A. Davaasuren, Y. Suzuki, K. Fujii, and M. Koashi, *General framework for constructing fast and near-optimal machine-learning-based decoder of the topological stabilizer codes*, (2018) arXiv:1801.04377.
- [8] C. Chamberland and P. Ronagh, *Deep neural decoders for near term fault-tolerant experiments*, (2018) arXiv:1802.06441.
- [9] N. Maskara, A. Kubica, and T. Jochym-O'Connor, *Advantages of versatile neural-network decoding for topological codes*, (2018) arXiv:1802.08680.
- [10] P. Baireuther, M. D. Caio, B. Criger, C. W. J. Beenakker, and T. E. O'Brien, *Neural network decoder for topological color codes with circuit level noise*, (2018) arXiv:1804.02926.