壁面流における持続乱流の発生過程

清水雅樹

大阪大学大学院　基礎工学研究科

Paul Manneville

Ecole Polytechnique

1　はじめに

円管流，平行平板間流等，基本的な壁面剪断流の乱流遷移は本質的に亜臨界遷移を示す．亜臨界遷移は層流解が安定なレイノルズ数にも拘わらず，乱流も安定に存在できる場合に生じ，層流に十分な撹乱を与えることで乱流遷移が可能である．図 1 に乱流への遷移の分類を示す．一般的に亜臨界遷移の場合，乱流への道筋が不明である場合が多く，これまではナビエ - ストークス方程式の非自明解の分岐を用いて，いわゆる力学系的アプローチによる解明が多く試みられてきた．ここ 10 年程度でのこうした試みは，様々な壁面流での，乱流遷移時の局在乱流の構造や，過渡的乱流の発生過程等を見事に再現し，定性的な説明に成功してきた．しかし，実際の遷移レイノルズ数等，定量的な評価は不可能であり，高次元力学系における全体像の把握が困難であることが所以である．

こうした点を打開するかのように，近年の研究によって，持続乱流の開始が Directed Percolation(DP) 普遍クラス [1] に属する相転移の枠組みによって解釈できることが示されてきた．Avila et al.(2011)[2] は円管流において，確率過程の観点から，局在乱流（乱流パフ）の消滅確率と分裂確率が等しくなるレイノルズ数を遷移レイノルズと定義した．この研究結果は，Pomeau の予想 [3] を再燃させることになり，臨界現象の統計物理を扱う DP と乱流遷移の関連が調べられることになった．Lemoult et al.(2016)[4] は 1 次元方向にのみ乱流が拡大可能な系において，乱流遷移が空間 1 次元の DP 普遍クラスに見事に一致することを示した．また，Sano and Tamai (2016)[5] は平行平板間流の実験によって，空間 2 次元の DP と一致することを示した．しかし，平行平板間流においては，彼らが示した遷移レイノルズ数よりも十分小さなレイノルズ数で，安定して存在する局在乱流 [6,7] が観測されており，DP との矛盾が指摘されていた．そこで，我々は十分な空間領域と積分時間による数値計算を実行し，乱流遷移における局在乱流と DP との関連を調べ，壁面乱流の乱流遷移の全貌を解明することを目的とする．

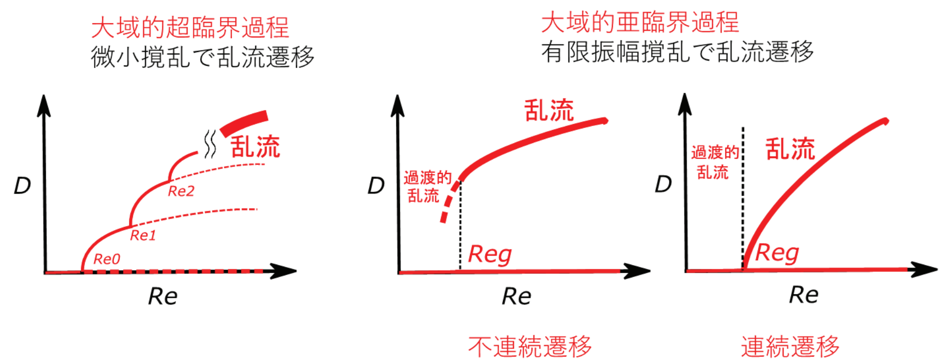

図 1　乱流への超臨界遷移と亜臨界遷移．横軸にレイノルズ数，縦軸に層流からの距離を表す．実線は安定状態，点線は不安定状態を表す．

2　システム・数値計算法

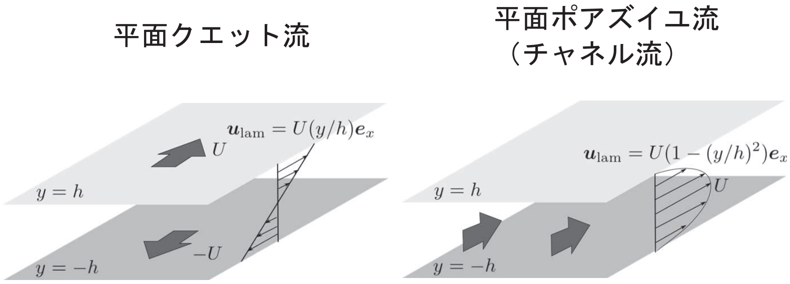

図 2　代表的な平行平板間の流れ.

平行平板の間の流れを考える．流れが壁の相対運動によって駆動される場合を平面クエット流，体積力によって駆動される流れをチャネル流と呼ぶ．流れは非圧縮ナビエ - ストークス方程式に従い，壁面では粘着境界条件，壁に平行な 2 方向には周期境界条件とする．図 2 にこれらの流れの形状と層流解を示す．図 2 での速度 U，距離 h を用いてレイノルズ数は $Re = Uh/\nu$(ν は動粘性係数) で定義される．以上の系でのパラメータは，レイノルズ数 Re と壁方向の周期 (L_x, L_z) である．平面クエット流では $(L_x, L_z) = (500h, 500h), (1000h, 1000h)$ のいづれかであり，チャネル流では $(L_x, L_z) = (500h, 250h)$ とする．数値計算は，ガラーキンスペクトル法を用い，各方向に用いるフーリエ変換のサイズは $(\frac{4608L_x}{1000h}, 64, \frac{9216L_z}{1000h})$ である．この解像度は，平面クエット流での乱流パターンの分岐点の Re シフトが 1% 以下になるように設定している．以下では，長さに h，速度に U を用いて無次元化した量を用いる．

3　結果

3.1　チャネル流

まず，チャネル流における乱流遷移の結果を述べる．図 3 にレイノルズの変化によるパターン変化を示す．$Re = 850, 1050$ では斜め 45° 程度に傾いたバンド状の乱流構造が見られ，下流の端に活発な撹乱源を伴う．このバンドを局在乱流バンド (LTB) と呼ぶ．$Re \lesssim 1000$ では LTB の向きはどちらかの方向が優位であり，例えば図 3 の $Re = 850$ では上向きが優位になっている．系の対称性より，下向きも同様に存在し，どちらに傾くかは初期条件次第である．この対称性の破れは，$Re \simeq 1000$ におけるピッチフォーク分岐によって生じている．図 3 $Re = 1050$ では両方の向きが混在していることがわかる．我々はこの分岐近傍の変化を，LTB の生成と消滅の素過程を考慮したモデルを用いて，定性的に説明した．詳細は現在投稿中の論文にまとめているので，それを参照して頂きたい．以降の Re では LTB がネットワークを形成し，段階的に乱流領域が支配的となる．

$Re \simeq 1000$ の分岐点よりも大きい Re では，本質的に 2 方向に乱流の拡大が可能になる．この変化が乱流遷移と DP を結びつける所以であると考えられる．図 4 に乱流領域の割合の Re 依存性を示す．実線の曲線との一致は，乱流遷移が DP とよく一致していることを表している．$Re \simeq 1000$ を境に低 Re 側の部分では，乱流は 1 方向にしか拡大が出来ないため，DP から外れると考えられる．

乱流領域の測定の詳細，その他の重要な分岐については，投稿中の我々の論文を参照して頂きたい．

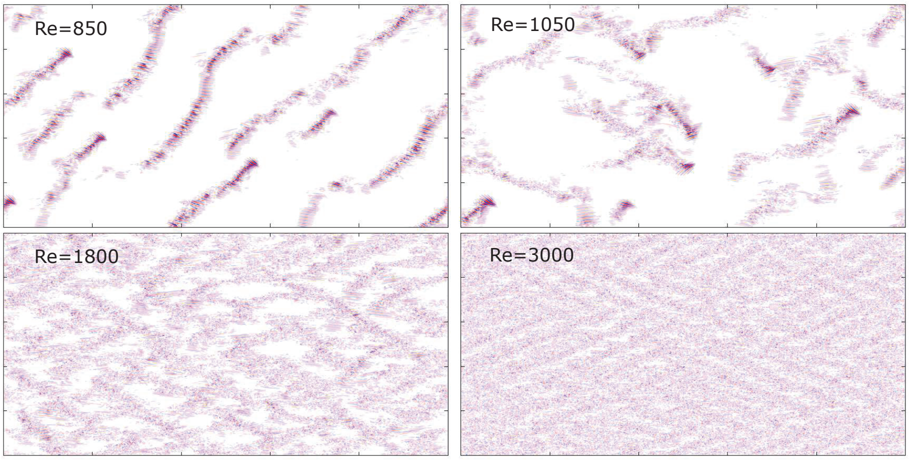

図 3　チャネル流での乱流のパターン変化．カラーは中央面での壁垂直成分を表す．流れは右方向である．

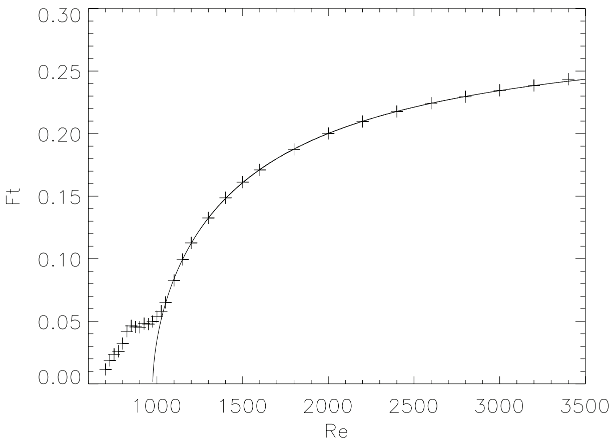

図 4　乱流の割合 F_t の Re 依存性．実線は DP 臨界指数を用いた曲線当てはめである．

3.2　平面クエット流

次に，平面クエット流における乱流遷移の結果を報告する．図 5 はいくつかのレイノルズ数 Re で、壁に平行な面内での乱流分布を示す．計算領域は平面間半幅を 1 として，壁面平行方向に 1000×1000 である．Re と共に乱流領域の割合は増加する．($Re \simeq 420$ でパターンなしの乱流に遷移する．) 図 6 は、撹乱エネルギー E_{2d} の Re 依存性を示す．E_{2d} は主流に垂直な速度成分の 2 乗和 (層流で 0) の時間・空間平均量であり，乱流領域が占める空間割合におよそ比例する．E_{2d} が 0.008 あたりの乱流は乱流バンドと呼ばれる状態で，この状態は不連続な乱流遷移を示すことが従来から知られている．一方，破線付近の乱流は層流から連続的に遷移し，$Re_{\mathrm{c}} \simeq 337.5$ を境に乱流領域が現れることが分かる．空間 2 次元の DP 普遍クラスにおける臨界指数 $\beta = 0.58$ を用いて，$E_{\mathrm{2d}} = A\left(\frac{Re-Re_c}{Re_c}\right)^{\beta}$ にあてはめた曲線が図中の破線である．サンプル数がまだ不十分ではあるが，大領域での数値計算を行った結果，無秩序な乱流パターンの連続遷移が存在し，DP 普遍クラスに属することが明らかになってきた．

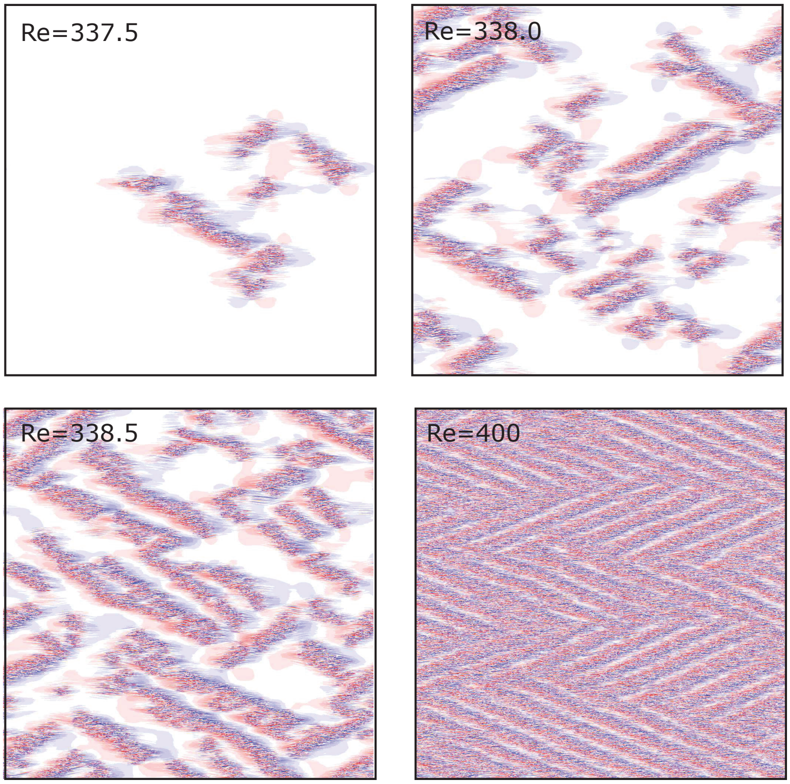

図 5　壁面平行面内の乱流分布．カラーは中央面での壁垂直成分を表す．流れは右方向である．

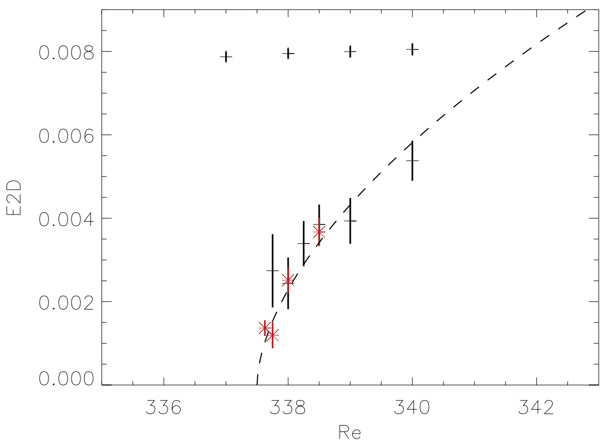

図 6　撹乱エネルギーのレイノルズ数依存性．　赤シンボルは 1000 × 1000、黒シンボルは 500 × 500 の壁面平行方向のサイズの結果．点線は DP 臨界指数を用いた当てはめ曲線である．

4 結言

チャネル流，平面クエット流の大領域かつ長時間の数値計算を行うことで，Re の準静的な変化に対する乱流状態の変化を初めて観測することが出来た．どちらの流れにおいても，乱流遷移は連続的に生じ，少なくとも部分的には空間２次元の DP 普遍クラスによく一致する．チャネル流では低 Re で局在乱流バンドが安定に存在し DP との一致が見られないが，徐々に２方向に乱流の拡大が可能になり DP に一致してくる．この境目の分岐を捉えることが出来た．平面クエット流では，チャネル流で見られた安定な局在乱流バンドが存在しない．また，乱流遷移はかなり狭い Re の範囲で生じることが分かった．これらのため，連続的な乱流遷移を観測するのに，大きな計算領域を必要とする．今後，もう少し精度の高い乱流遷移の観測を行うことを目標にしたい．

参考文献

[1] M. Henkel, H. Hinrichsen and S. Lubeck, Non-equilibrium phase transitions, vol. 1: Absorbing phase transitions Springer (2008).

[2] K. Avila, D. Moxey, A. de Lozar, M. Avila, D. Barkley, and B. Hof. The onset of turbulence in pipe flow, Science **333**, 192 (2011).

[3] Y. Pomeau. Front motion, metastability and subcritical bifurcations in hydrodynamics. Physica D **23**, 3–11 (1986).

[4] G. Lemoult, L. Shi, K. Avila, S. V. Jalikop, M. Avila, and B. Hof. Directed percolation phase transition to sustained turbulence in Couette flow, Nature Phys. **12**, 254 (2016).

[5] M. Sano and K. Tamai. A universal transition to turbulence in channel flow, Nature Phys. **12**, 249 (2016).

[6] T. Kanazawa, M. Shimizu and G. Kawahara. Extended Abstracts. Ninth JSME-KSME Thermal and Fluids Engineering Conference October 28–30, Okinawa, Japan (2017).

[7] J.J. Tao, B. Eckhardt and X. M. Xiong, Extended localized structures and the onset of turbulence in channel flow, Phys. Rev. F **3**, 011902(R) (2018).