

科学技術計算Ⅱ／コンピュータ科学特別講義Ⅱ／ハイブリッド分散並列コンピューティング：「並列有限要素法入門」

中島 研吾

東京大学情報基盤センター

本稿では、2019年度冬学期に実施した、科学技術計算Ⅱ（大学院情報理工学系研究科数理情報学専攻）／コンピュータ科学アライアンス特別講義Ⅱ（同 コンピュータ科学専攻）／ハイブリッド分散並列コンピューティング（大学院工学系研究科電気系工学専攻）「並列有限要素法入門」¹について紹介する。

2014年度までは、夏学期、冬学期に、科学技術計算Ⅰ・Ⅱ／コンピュータ科学特別講義Ⅰ・Ⅱ「科学技術計算プログラミング（有限要素法）」²を実施してきた。偏微分方程式の数値解法として、様々な科学技術分野のシミュレーションに使用されている有限要素法（Finite-Element Method, FEM）について、背景となる基礎的な理論から、実用的なプログラムの作成法まで、連立一次方程式解法などの周辺技術も含めて講義を実施し、プログラミングの実習を実施してきた。題材としては二次元及び三次元弾性静力学を扱い、プログラミング言語としてはC言語を使用していた。夏学期（Ⅰ）と冬学期（Ⅱ）に分けて、夏学期は有限要素法の理論とプログラミングの基礎、冬学期はその並列化についての講義・実習を行い、冬学期は東大情報基盤センターのスーパーコンピュータを使った実習を実施してきた。2011年度まではT2K 東大を使用していたが、2012年度からはFujitsu PRIMEHPC FX10（Oakleaf-FX, 2012年4月運用開始）、2016年度からは「データ解析・シミュレーション融合スーパーコンピュータシステム（Reedbush）」³のうち、汎用CPU（Intel Broadwell/EP）のみから構成されるReedbush-U（2016年7月運用開始）を使用してプログラミング実習を実施してきた。更に、2019年度冬学期からは、「大規模超並列スーパーコンピュータシステム（Oakbridge-CX, OBCX）」⁴を使用している。OBCXは2019年7月に運用を開始し、各々2基のIntel Xeon Platinum 8280から構成される計算ノードを1,368ノード搭載している。

2014年度までの講義では、冬学期（Ⅱ）の履修は夏学期（Ⅰ）の履修を前提としていたが、昨今の大学の国際化に伴い、10月に入学する留学生が増加しており、そのような条件を満たさない履修者が増えてきた。そこで2015年度からは、方針を変更し、両者がある程度独立した科目として履修できるよう：

- 夏学期（Ⅰ）：計算ノード内のマルチスレッド並列化に関する内容⁵
 - 有限体積法によるポアソン方程式ソルバー、ICCG法による求解
 - OpenMPによるスレッド並列化

¹ <http://nkl.cc.u-tokyo.ac.jp/19w/>

² <http://nkl.cc.u-tokyo.ac.jp/14s/>, <http://nkl.cc.u-tokyo.ac.jp/14w/>

³ <https://www.cc.u-tokyo.ac.jp/supercomputer/reedbush/service/>

⁴ <https://www.cc.u-tokyo.ac.jp/supercomputer/obcx/service/>

⁵ <http://nkl.cc.u-tokyo.ac.jp/19s/>

- ▶ 依存性を含むプロセスにおけるカラーリング，リオーダーリングによる並列性抽出
- 冬学期（Ⅱ）：分散並列環境における並列化に関する内容
 - ▶ 有限要素法による定常熱伝導問題（一次元，三次元），前処理付き CG 法（点ヤコビ）による求解
 - ▶ OpenMP+MPI によるハイブリッド並列化
 - ▶ 分散並列環境における並列データ構造

のように実施することとした。留学生の受講，国際化に配慮して英語版教材のみを提供するとともに，**2017 年度からは英語で講義を実施している。**

表 1 に講義日程と内容を示す。上記のように，様々な分野で広く利用されている有限要素法を題材とし，一次元・三次元定常熱伝導方程式を扱った。一次元・三次元有限要素法，MPI（Message Passing Interface）による並列プログラミング，並列要素法の順番で講義・演習を実施した。また，ハイブリッド並列プログラミングモデルの重要性を考慮して，MPI+OpenMP ハイブリッド並列プログラミングに関する講義・演習を実施した。MPI による並列有限要素法のプログラムの各プロセスに OpenMP を適用して並列化を実施した。

登録者は 27 名（うち 17 名が留学生），常時出席者は 15 名程度，単位を取得したのは 12 名（留学生 7 名）であった。

表 1：講義日程，内容

	Date	Time	Title
1	Sep30(M)	0830-1015	Introduction, Introduction to FEM
2	Oct.07(M)	0830-1015	1D/3D FEM (1/3)
	Oct.14(M)		(National Holiday, No Class)
	Oct.21(M)		(No Class)
3	Oct.28 (M)	0830-1015	1D/3D FEM (2/3)
4	Nov.04 (M)	0830-1015	1D/3D FEM (3/3)
5	Nov.11 (M)	0830-1015	Introduction to Parallel FEM, Login to OBCX, MPI (1/4)
	Nov.18 (M)		(No Class)
6	Nov.25 (M)	0830-1015	MPI (2/4)
7	Dec.02 (M)	0830-1015	Report S1, MPI (3/4)
8	Dec.09 (M)	0830-1015	MPI (4/4)
9	Dec.16 (M)	0830-1015	Report S2, Parallel FEM (1/3)
10	Dec.23 (M)	0830-1015	Parallel FEM (2/3)
11	Jan.06 (M)	0830-1015	Parallel FEM (3/3)
	Jan.13 (M)		(National Holiday, No Class)
12	Jan.20 (M)	0830-1015	Hybrid OpenMP/MPI (1/2)
13	Jan.27 (M)	0830-1015	Hybrid OpenMP/MPI (2/2)