

階層型直交格子法と壁面モデルを用いたLBMによる航空機高揚力装置の空力音響解析

前山大貴
東京大学大学院工学系研究科

1 序論

CFD(computational fluid dynamics)を用いた次世代の航空機空力設計ツールとして, large-eddy simulation (LES) [1] への期待が近年高まっている. LESは支配的なエネルギー保有域の乱流スケールを計算格子と数値計算スキームで直接解像し, 保有エネルギーが小さく普遍的な小スケールの乱流成分のみをモデル化するCFDの手法であるが, LESを航空機空力設計へ応用する際の大きな課題が, 高レイノルズ数壁乱流の計算コストである. 航空機の空力設計では, 主翼コード長ベースで $Re_c \approx 10^7$ のオーダーにもなる高レイノルズ数条件での空力予測が必要であるため, 現在の航空機設計の現場では, Reynolds-averaged Navier-Stokes(RANS) 乱流モデルを用いた定常CFDによる空力予測が主流である. 定常CFDでは非定常な境界層剥離や再付着現象が支配的な流れ場を高精度に予測することが困難であるため, 離着陸性能を決める最大揚力やパフケット現象などのフライトエンベロープ境界付近の空力予測に対し, RANS解析よりも準第一原理的なLESを応用することが期待されている. しかしながら, 乱流境界層はレイノルズ数依存性の強いマルチスケール現象であり, 境界層厚さに対して壁面近傍10%程度の境界層内層域の乱流スケールは, レイノルズ数の増加に対して急激に小さくなる. 航空機の外部流に代表される高レイノルズ数壁乱流を, 境界層内層域までLESで直接解像することは, 最先端のスーパーコンピュータを使用しても不可能である. この問題を解決する一つのアプローチとして, 近年LESの壁面近傍モデリングが盛んに研究されている [2][3]. LES壁面近傍モデリングでは, レイノルズ数が増加するとエネルギースケールが急激に小さくなる境界層内層域の乱流ダイナミクスを, 計算格子で解像せずにモデル化する. 境界層内層域まで直接解像するLESに必要な計算格子点数は $Re^{13/7}$ に比例するのに対し, 内層域をモデル化するLES壁面近傍モデリングに必要な計算格子点数は Re に比例するとの推算結果も報告されている [4]. 境界層内層域の乱流ダイナミクスをモデル化することで, 高レイノルズ数壁乱流解析の計算コストが大幅に小さくなるため, LESを用いた航空機の空力設計が現実的となると期待されている.

本研究の目的は, 格子ボルツマン法 (lattice Boltzmann method: LBM)[5] に基づくLES壁面近傍モデリングの開発である. LBMは低マッハ数粘性流体に対するCFDの手法であり, 複雑な流れ場に対しても計算アルゴリズムが単純で並列性能が高いことから, 航空機の空力設計に向けたLESのツールとしても注目されている. LBMの壁面近傍モデリングに関する既往研究も存在するが [6], 厳密な検証は格子線が壁面境界に沿った物体適合格子の場合に限定されており, 格子線と壁面境界が一致しない物体非適合格子における壁面近傍モデリングの適用にはまだ課題が残されている.

本稿では, 2020年度(インターン)若手・女性利用課題において実施した, 物体非適合格子上で乱流境界層のプロファイルを再現可能な壁面近傍モデリングを航空機高揚力装置翼型(30P30N)周りの流れ場解析へ応用した結果について報告する. 続く第2章でLBMの基礎方程式と, 壁面近傍モデリングの概要について説明する. 第3章では, 30P30Nの解析結果について示す. 最後に, 第4章で結論を述べる.

2 数値計算手法

2.1 LBMの基礎方程式

LBMは, 流体を有限個の速度をもつ多数の仮想粒子の集合体で近似し, 各粒子の衝突と並進とを粒子の速度分布関数を用いて逐次計算することで, その速度分布関数のモーメントから巨視的流れ場を求める数値計算手法である. 質量や運動量といったマクロ量の保存則 (Navier-Stokes方程式) ではなく, 流体を微視的立場からとらえる気体分子運動論をアナロジーとするCFDの手法である. 流体を構成する仮想粒子を用いて定式化を行うが, その仮想粒子の挙動を直接追いかける粒子法ではなく, 格子法の一つである.

ある時刻 t に座標 \mathbf{x} に存在する粒子速度 ξ_i をもつ仮想粒子の速度分布関数を $f_i(\mathbf{x}, t)$ と表すと, $f_i(\mathbf{x}, t)$ の時間発展は以下の格子ボルツマン方程式 (lattice Boltzmann equation: LBE) に従う.

$$f_i(\mathbf{x} + \xi_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) = \Omega_i(f(\mathbf{x}, t)), \quad (1)$$

ここで, 下付き添え字の i は, 離散化された粒子速度の方向インデックスである. 式(1)の左辺は, 粒子速度 ξ_i をもつ分布関数の並進運動を表す移流項であり, 右辺の Ω_i が衝突項である.

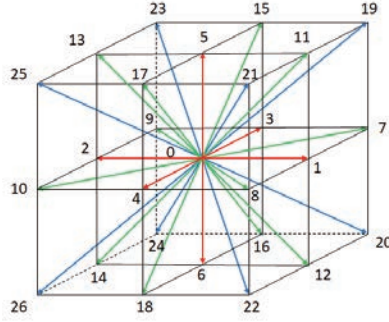


Figure 1: D3Q27 model.

等温場の格子気体モデルはいくつか提案されているが、本研究では空間3次元の27速度モデル (D3Q27モデル) を用いる。(Figure 1).

流れ場のマクロ量である密度と運動量は、それぞれ分布関数の0次及び1次のモーメントによって計算される。

$$\rho = \sum_i f_i, \quad (2)$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum_i f_i \boldsymbol{\xi}_i. \quad (3)$$

熱力学的な平衡状態にある分布関数を平衡分布関数 f^{eq} と呼び、以下のように密度と流速から計算される。

$$f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) = w_i \rho(\mathbf{x}, t) \left[1 + \frac{\boldsymbol{\xi}_{i\alpha} u_\alpha(\mathbf{x}, t)}{c_s^2} + \frac{u_\alpha(\mathbf{x}, t) u_\beta(\mathbf{x}, t)}{2c_s^2} \left(\frac{\boldsymbol{\xi}_{i,\alpha} \boldsymbol{\xi}_{i,\beta}}{c_s^2} - \delta_{\alpha\beta} \right) \right], \quad (4)$$

ここで α と β は座標軸方向を表すインデックスであり、総和規約に従う。また w_i は離散化された粒子速度の方向インデックス i によって決まる重み係数である。

本研究では、高レイノルズ数流れにおける数値的安定性を考慮し、衝突項 Ω_i の演算に Geier らによって提案されたキュムラントモデル [7] を使用する。

2.2 LBM の壁面近傍モデリング

本研究では、分布関数の再構築に基づく壁面近傍モデリング [6] を、物体非適合直交格子でも計算できるように発展させる。再構築モデルでは、LBM の分布関数を平衡成分 f_i^{eq} と非平衡成分 f_i^{neq} に分け、各々を独立に計算することで壁面境界セル (中心座標 \mathbf{x}_{bc}) における分布関数をそれらの合計として再構築する。

$$f_i(\mathbf{x}_{bc}, t) = f_i^{eq}(\mathbf{x}_{bc}, t) + f_i^{neq}(\mathbf{x}_{bc}, t). \quad (5)$$

平衡分布関数の再構築に必要な速度 \mathbf{u}_{bc} は壁面近傍モデリングから求め、密度 ρ_{bc} は壁面法線方向の隣接セル (中心座標 \mathbf{x}_{norm} , Figure 2 参照) の値を与える。また、非平衡成分についても密度と同様に、壁面法線方向の隣接セル \mathbf{x}_{norm} の値を与える。本研究では、格子線が壁面境界に一致しない物体非適合格子でも壁面モデルの計算を可能とするため、壁面法線方向に設置した Image Point (IP) を用いて壁関数を駆動する (Figure 2)。分布関数を再構築する壁面境界セルは物体内部に定義し、壁面境界セルのセル中心を通る壁面法線方向に IP を設置する。なお、IP の壁面からの距離は、 $d_{IP} = 3.5\Delta x$ で固定する。

境界層方程式をアンサンブル平均することで、境界層内層域における全せん断応力のバランス式が導ける。

$$(\bar{\mu} + \bar{\mu}_i) \frac{d\bar{U}}{dY} - \bar{\rho} \bar{U}' V' = \bar{\tau}_w, \quad (6)$$

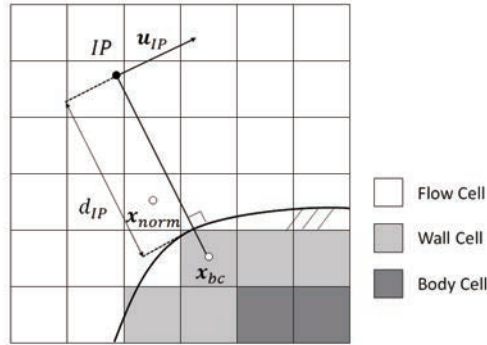


Figure 2: Illustration of image point (IP), wall boundary cell \mathbf{x}_{bc} and wall normal cell \mathbf{x}_{norm} used in the proposed near-wall modeling boundary condition (this figure illustrates 2D case for simplicity).

ここで、 Y は壁座標における壁面鉛直座標、 U, V はそれぞれ壁面接線、法線方向の速度であり、ダッシュ付きの量は平均成分からの変動量を表す。また、 μ と μ_t はそれぞれ粘性係数と渦粘性係数、 τ_w は壁面せん断応力である。上線はアンサンブル平均を表している。また境界層内層域の対数層では、以下の対数則 (log-law) が成り立つことが知られている。

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B, \quad (7)$$

ここで、 $\kappa=0.41$ 、 $B=5.0$ であり、摩擦速度 $u_\tau (= \sqrt{\tau_w/\rho})$ を用いて、 $u^+ = U/u_\tau$ 、 $y^+ = u_\tau Y/\nu$ である。IP において、式 (7) を駆動し、Newton 法を用いて壁面せん断応力 τ_w を求める。

RANS では格子で直接解像されるレイノルズ応力が存在しないことから、式 (6) と式 (7) より、

$$\mu_{t,RANS} = \rho \kappa u_\tau Y, \quad (8)$$

であれば、対数層におけるせん断応力のバランスが満たされる (混合長モデル)。この式は、以下のように歪み速度テンソル $S_{\alpha\beta}$ を用いて書き直せる。

$$\mu_{t,RANS} = \rho (\kappa Y)^2 \sqrt{2S_{\alpha\beta}S_{\alpha\beta}}. \quad (9)$$

LBM では、歪み速度テンソル $S_{\alpha\beta}$ は、分布関数の非平衡成分に対する 2 次モーメントから求める。

$$S_{\alpha\beta} = -\frac{\omega_\nu}{2\rho c_s^2 \Delta t} \sum_i \xi_{i\alpha} \xi_{i\beta} f_i^{neq}, \quad (10)$$

一方で、LES の壁面近傍モデリングでは格子で直接解像されるレイノルズ応力が存在する。壁面モデル内で解像するレイノルズ応力が存在する場合、その影響を考慮しないと壁面応力を過大評価してしまうことが示されている [9]。以下では、計算格子で解像されるレイノルズ応力を考慮した渦粘性プロファイル $\mu_{t,mod}$ の与え方について説明する。

対数層における支配的な乱流渦のスケール L_s は、壁面までの距離 Y が大きくなるにつれ増大する [9]。LES において格子幅 Δx は計算格子で解像可能な最小の渦スケールに相当すると考えられるため、 $L_s/\Delta x$ は乱流渦が格子で解像されるかどうかを決定するパラメータである。つまり、 $L_s/\Delta x$ がある値 α より小さければ、格子で解像されるレイノルズせん断応力は無視できるほど小さい。その場合には、全ての乱流渦は RANS によってモデル化されるべきである。逆に、 $L_s/\Delta x > \alpha$ であれば、壁面モデル内で解像している支配的な乱流渦運動が存在し、渦粘性は RANS の値よりも小さくするべきである。LES の壁面近傍モデリングでは、LES の情報を壁面モデルの式に与えるマッチング点 $Y = h_{wm}$ (本モデルでは IP 高さに相当 $h_{wm} = d_{IP}$) が対数層に存在し、その高さにおいて大規模渦が LES によって十分に解像されていることが前提条件である。つまり、RANS 渦粘性を減じ始める位置をクリティカル点と定義する (壁面からの距離 d_{crt}) と、格子で解像されているレイノルズせん断応力を考慮しなければいけない領域 ($d_{crt} < Y < d_{IP}$) が必ず存在する。以上の条件をまとめると以下ようになる。

1. $L_s \leq \alpha \Delta x$ の時、 $\mu_{t,mod} = \mu_{t,RANS}$

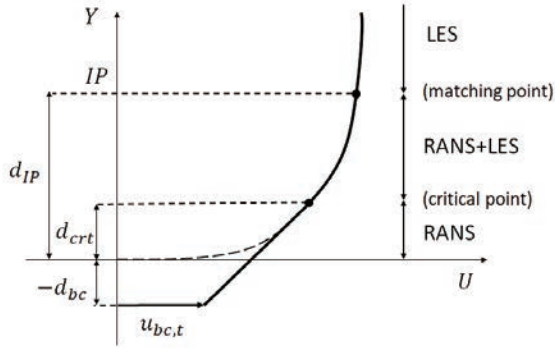


Figure 3: Illustration of the wall tangential velocity $u_{bc,t}$ at the wall boundary cell x_{bc} .

2. $Y = d_{IP}$ で, $\mu_{t,mod} = \mu_{t,SGS}$

3. 対数層における乱流渦の長さスケール L_s は, 壁面からの距離 Y に応じて増加

これらの条件を満たす渦粘性プロファイルとして, 本研究では以下の修正渦粘性 $\mu_{t,mod}$ を仮定する.

$$\mu_{t,mod} = \mu_{t,RANS}K^\gamma + \mu_{t,SGS}(1 - K^\gamma), \quad (11)$$

$$K = \max \left[\min \left\{ \frac{d_{IP} - Y}{d_{IP} - d_{crt}}, 1 \right\}, 0 \right], d_{crt} = \alpha' d_{IP}, \quad (12)$$

ここで, α' はクリティカル点の位置を決定するパラメータであり, $\alpha'=0.4$ とする. また, γ はブレンディング関数の形を決定するパラメータであり, 本研究では $\gamma=2.0$ とする. 修正渦粘性 $\mu_{t,mod}$ を用いて, キュムラントモデルの緩和率 ω_ν を修正緩和率 $\omega_{\nu,mod}$ に修正し, 衝突演算を行う.

$$\omega_{\nu,mod} = \left(\frac{\mu + \mu_{t,mod}}{\rho c_s^2 \Delta t} + \frac{1}{2} \right)^{-1}. \quad (13)$$

乱流境界層の壁面近傍における急峻な速度勾配は直交格子では解像できないため, 壁面近傍における保存則の破綻を抑制するために速度プロファイルを線形に近似する手法が提案されている [10]. 本研究では, 完全に RANS としてモデル化する領域と, 速度分布を線形に近似する領域を一致させる (Figure 3).

$$u_{bc,t} = u_{crt,t} - \frac{dU}{dY} \Big|_{Y=d_{crt}} \cdot (d_{crt} - d_{bc}), \quad (14)$$

ここで, $u_{bc,t}$, $u_{crt,t}$ はそれぞれ, 壁面境界セル, クリティカル点における接線方向速度, d_{bc} は壁面セルの壁面からの距離である. 以上の速度プロファイルの修正に付随して, セン断応力のバランス式を満足する要請から, RANS 渦粘性が以下のように修正される.

$$\mu_{t,RANS} = \begin{cases} \rho(\kappa d_{crt})^2 \sqrt{2S_{\alpha\beta} S_{\alpha\beta}} & (0 < Y \leq d_{crt}) \\ \rho(\kappa Y)^2 \sqrt{2S_{\alpha\beta} S_{\alpha\beta}} & (d_{crt} \leq Y \leq d_{IP}), \end{cases} \quad (15)$$

なお, 壁面境界セルの法線方向速度 $u_{bc,n}$ は, 以下のように壁面法線速度を IP と壁面の間で線形近似することで求める.

$$u_{bc,n} = \frac{d_{bc}}{d_{IP}} u_{IP,n}. \quad (16)$$

ここで, $u_{IP,n}$ は IP における壁面法線速度である.

以上で求めた ρ_{bc} , u_{bc} , $f_i^{neq}(x_{bc}, t)$ から, 壁面境界セル x_{bc} の分布関数を再構築し (式 (5)), 壁面境界条件とする.

3 検証計算

3.1 計算条件

LBMの壁面近傍モデリングを用いて高揚力装置翼型(30P30N)周りの流れ場を解析し、複雑形状周りの流れ場解析に対する応用可能性を検証する。30P30Nは、BANCのワークショップ[11]の課題の一つであり、Figure 4のような形状をもつ。スラット及びフラップ収納時の翼型を基準とした代表長さは $C_{ref}=18[\text{in}]$ ($0.457[\text{m}]$)である。計算には階層型直交格子(Figure 5)を使用し、解像度の異なる計算格子(coarse, medium, fine)を用いて解析を行うことで、格子解像度の影響を調査する。Table 1に各計算格子の詳細を示す。壁面近傍の最小格子幅 Δx_{min} は、全コンポーネント(スラット, 母翼, フラップ)で一定である。スパン方向長さは $2[\text{in}]$ ($0.11 \times C_{ref}$)とし、周期境界条件を課す。外部境界は代表長さの100倍以上遠方にとる。一様流速は $U=58[\text{m/s}]$ ($M=0.17$ に相当)とし。一様流速と代表長さから決まるレイノルズ数は $Re=1.71 \times 10^6$ に設定する。本計算では、一様流に対する迎角が $\alpha=5.5^\circ$ となるケースのみ計算する。SGS渦粘性 $\mu_{t,SGS}$ は標準スマゴリンスキーモデルによって与え、スマゴリンスキー定数の値は $C_s=0.2$ とする。計算によって得られた表面圧力のPSD(power spectral density)を実験結果[12]と比較する。なお、時間平均値は物理時間で $0.11[\text{s}]$ の時間平均から求める。

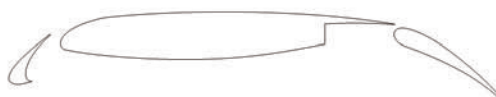


Figure 4: Configuration of the 30P30N three-element high-lift airfoil.



Figure 5: Hierarchical Cartesian grid around 30P30N.

3.2 計算結果

3.2.1 瞬時の乱流構造

Figure 6は、Q値の等値面による瞬時の乱流渦構造の可視化図である。スラット領域に流れの再循環領域が形成され渦構造が発達している。また、母翼の前縁で流れ場が乱流に遷移し、後縁に向かうほど乱流境界層が発達している。

Table 1: Properties of the calculation grid used for the simulation of 30P30N

grid	Δx_{min} [in]	$\Delta x_{min}/C_{ref}$	time-step Δt [s]	total number ($\times 10^6$)
coarse	1.6×10^{-2}	8.67×10^{-4}	6.7×10^{-7}	13
medium	7.8×10^{-3}	4.34×10^{-4}	3.4×10^{-7}	51
fine	3.9×10^{-3}	2.17×10^{-4}	1.7×10^{-7}	137

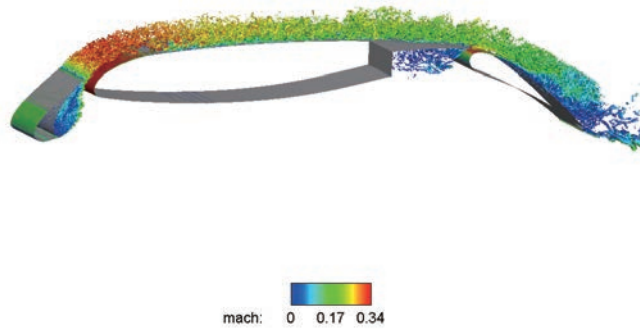


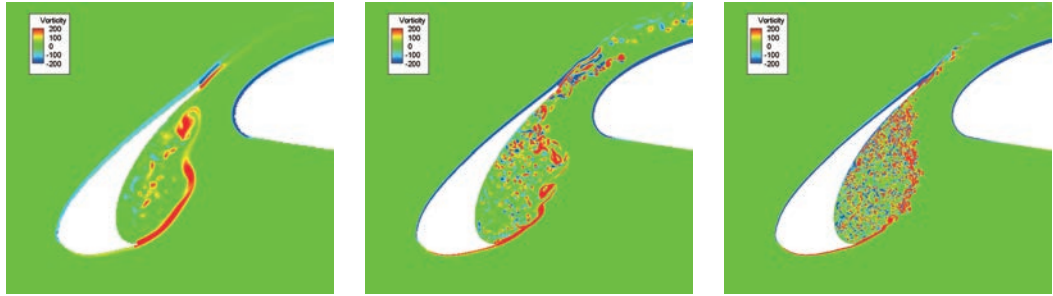
Figure 6: Iso-surface of the Q-criterion around the three-element airfoil (colored by Mach number).

3.2.2 瞬時のスパン方向渦度分布

前節で確認されたようにスラットにおける再循環領域と下流へ流れるせん断層に分かれる再付着点近傍の流れ場は主要な騒音発生源であるため、翼型から発生する騒音予測のためには高精度な解析が要求される。スラット領域の瞬時のスパン方向渦度分布 $\omega_z C_{ref}/U$ を Figure 7 に示す。ここで、 ω_z がスパン方向の渦度であり、代表長さと同様流速で無次元化している。Figure 7 より格子解像度が上がるほど、細かい渦構造が解像されている。また、スラットのカスプから放出されるせん断層の崩壊が、格子解像度が上がるにつれて早まっていることが確認できる。

3.2.3 表面圧力の Power spectral density (PSD)

Figure 8 は、表面圧力のデータサンプル点を示しており [12]、Figure 9 はそのうち、S10, S11, S12, M7 における本計算によって得られた PSD と実験結果 [12] との比較を示している。Figure 9 より、計算格子が細かくなるにつれて実験結果に近づく傾向にあることが確認できる。特に、fine 格子の計算によって得られた S11 と S12 における 10^3 から 10^4 [Hz] の Narrow Band Peaks (NBPs) のレベルは、実験結果と良好に一致している。一方で、S10 と M7 における NBPs は、fine 格子においても実験結果よりも高い値を示している。S10 と M7 における実験で計測されている 2×10^4 [Hz] から 3×10^4 [Hz] の高周波のピークについては、本研究では捉えられていない。S10 と M7 における高周波のピークは、スラット後縁から放出されるカルマン渦に起因しており、Figure 7c から、fine 格子でもカルマン渦列が高精度に解像できていないと考えられる。高周波のピークを捉えるためには、スラット後縁の格子解像度を更に高めることが必要である。



(a) coarse.

(b) medium.

(c) fine.

Figure 7: Instantaneous spanwise vorticity on the mid-plane cross section.

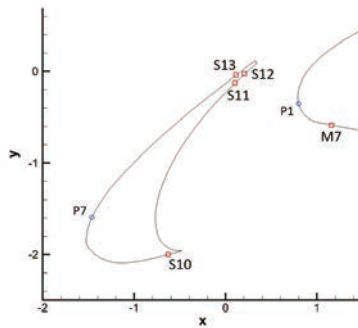


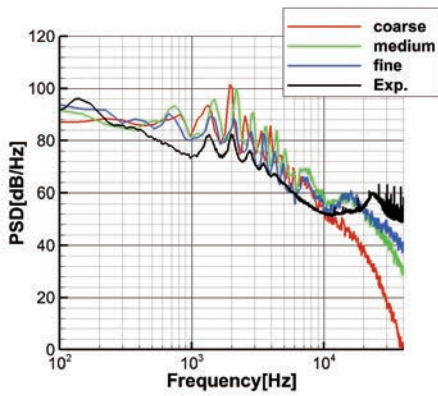
Figure 8: Data sampling position for PSD of the surface pressure [12].

4 結論

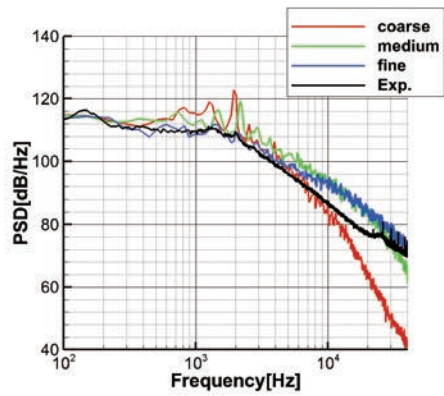
本稿では、物体非適合直交格子上で計算可能な LBM の壁面近傍モデリングを用いて、30P30N 周りの非定常流れ場解析を行った結果について報告した。航空機の高揚力装置翼型のような比較的複雑な形状周りの流れ場でも、壁面近傍モデリングを用いて安定に計算できることが確認された。また、表面圧力の PSD について実験計測値との比較を行い、計算格子を細かくするほど実験値に近づく傾向があることが確認された。

References

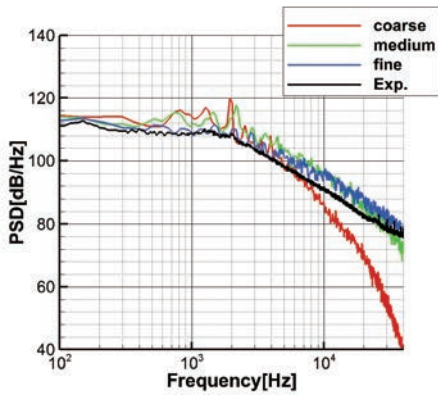
- [1] Sagaut, Pierre. Large eddy simulation for incompressible flows: an introduction. Springer Science & Business Media, 2006.
- [2] Bose, Sanjeeb T., and George Ilhwan Park. "Wall-modeled large-eddy simulation for complex turbulent flows." Annual Review of Fluid Mechanics 50 (2018): 535-561.
- [3] Larsson, Johan, et al. "Large eddy simulation with modeled wall-stress: recent progress and future directions." Mechanical Engineering Reviews 3.1 (2016): 15-00418.
- [4] Choi, Haecheon, and Parviz Moin. "Grid-point requirements for large eddy simulation: Chapman's estimates revisited." Physics of fluids 24.1 (2012): 011702.
- [5] Aidun, Cyrus K., and Jonathan R. Clausen. "Lattice-Boltzmann method for complex flows." Annual review of fluid mechanics 42 (2010): 439-472.



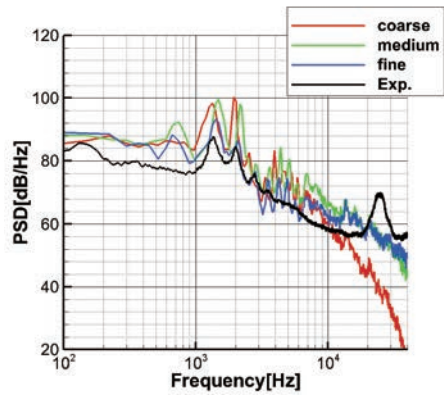
(a) S10.



(b) S11.



(c) S12.



(d) M7.

Figure 9: PSD of the surface pressure.

- [6] Malaspinas, Orestis, and Pierre Sagaut. "Wall model for large-eddy simulation based on the lattice Boltzmann method." *Journal of Computational Physics* 275 (2014): 25-40.
- [7] Geier, Martin, et al. "The cumulant lattice Boltzmann equation in three dimensions: Theory and validation." *Computers & Mathematics with Applications* 70.4 (2015): 507-547.
- [8] Tamaki, Yoshiharu, Ryoji Takaki, and Soshi Kawai. "Wall-modeled large-eddy simulations on non-body-conforming Cartesian grids: Analysis of the conservation laws." *AIAA Scitech 2020 Forum*. 2020.
- [9] Kawai, Soshi, and Johan Larsson. "Dynamic non-equilibrium wall-modeling for large eddy simulation at high Reynolds numbers." *Physics of Fluids* 25.1 (2013): 015105.
- [10] Tamaki, Yoshiharu, Motoshi Harada, and Taro Imamura. "Near-wall modification of SpalartAllmaras turbulence model for immersed boundary method." *AIAA Journal* 55.9 (2017): 3027-3039.
- [11] Choudhari, Meelan M., and David P. Lockard. "Assessment of slat noise predictions for 30P30N high-lift configuration from BANC-III workshop." 21st AIAA/CEAS aeroacoustics conference. 2015.
- [12] Murayama, Mitsuhiro, et al. "Experimental study on slat noise from 30p30n three-element high-lift airfoil at jaxa hard-wall lowspeed wind tunnel." 20th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. 2014.