

濡れた粉体の変形・流動特性の理解

吉井 究

大阪大学大学院基礎工学研究科（採択当時）

名古屋大学大学院理学研究科（現所属）

1. はじめに

粉体は、重心運動に熱揺らぎが影響を及ぼさない程度に粒子径が大きい（数十マイクロメートル程度より大きな）粒子の集合体のことを指す[1]．粉体は、その力学的な特性に着目してみると、不思議な性質を示す．子供の頃、砂場などで遊んでみた時のことを思い出してみると、砂を掴んだ際には、固体のようにガサッとすくうことができる一方で、指の間からはまるで流体のようにサラサラとその砂つぶは流れ落ちる．このように、粉体は、その構成要素1つ1つは固体であるが、その集合体としての振る舞いは固体とも、流体とも言い難い性質を示す．この、固体と流体的な振る舞いの違いは、粉体の封入密度の違いに起因することが知られている．密度が低い場合、粉体の粒子は自由に動くことができ、ある種流体的に振る舞うことができる．密度を上げていくと、粉体粒子同士は接触を伴い動けなくなり固体的に振る舞う．この転移は**ジャミング転移**と呼ばれ、この転移を皮切りに、粉体の力学的特性に関して、その剪断弾性率や降伏応力に関する臨界スケーリングなどが明らかにされてきた[2, 3, 4]．更に、最近の我々の研究では、平行平板中を流れる高密度粉体粒子に関して、流れが発生する臨界外力や質量流量に関するスケーリング則を数値シミュレーションと連続体解析で検証している[5]．

このような粉体のジャミング転移に関する研究は、粒子同士の接触による斥力相互作用のみが働くと仮定した理想的な系についてのものがほとんどであった．しかし、粉体現実の粉体は粒子間に存在する液体による**濡れ**やファンデルワールス力によって引力相互作用が生じる場合がある．ここで再び、砂場などで遊んでみた時のことを思い出してみると、砂に水を混ぜるとサラサラしていた砂は容易に固まって、泥団子や砂のお城のような水分を含まない乾いた砂では作ることができない特異な構造を作ることができる．このように引力相互作用は、粉体の力学的特性を劇的に変化させる[6, 7, 8]．これまでの先行研究で、数値シミュレーションによる研究で、引力の導入によりジャミング転移の起こる密度が低下することや、降伏応力等が上昇することなどが報告されている[9, 10, 11, 12]．しかし、その臨界スケーリングに関しては未解明な部分が多い．そこで、本研究では、濡れを模した引力相互作用が働く粉体系において、そのレオロジー特性を検証した．その結果を用いて、平行平板中を流れる濡れの引力が働く粉体粒子流に関するスケーリング関係を連続体解析と数値シミュレーションで示した．その結果の一部を本稿で紹介する．

2. 濡れた粉体系の変形に対する力学応答

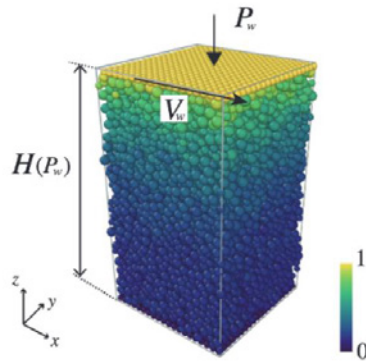
高密度粉体系において、系の応力と剪断速度に関する構成則は、 **μ - I レオロジー**というものがあるが提案されている[13, 14]．高密度粉体系に、一様な剪断変形を加えた際の、圧力で無次元化された剪断応力 μ と、系の圧力、粒子のサイズ、密度で無次元化された剪断応力 I を導入し、 μ を I だけの関数であると仮定するのが、この構成則の考え方である．具体的な表式として、次のような関数形、

$$I = \begin{cases} \frac{I_0}{\frac{\Delta\mu}{\mu - \mu_s} - 1}, & (\mu \geq \mu_s) \\ 0, & (\mu < \mu_s) \end{cases} \quad (1)$$

を採用する[13, 14]. ここで, μ_s は降伏応力に対応し, $\Delta\mu$, I_0 は各々, I の大きさの特徴づける定数, μ に対する I の変化を特徴付ける定数になる. これが, 粒子間に斥力相互作用のみが働く粉体の μ - I レオロジーである. 一方で, 引力相互作用が働く粉体では, 引力相互作用による補正が入ることが知られている[15, 16]. 文献[16]では, 濡れの液体架橋を模したタイプの引力相互作用が働く場合の μ - I レオロジーに着目している. この相互作用で引力相互作用の最大値を $f^{(\text{adh})}$ とした場合, 引力強度と系の圧力で決まる指標 (cohesion index) $\xi(P_t) = f^{(\text{adh})}/(P_t d_0)$ を用いて, μ_s, I_0 を以下のように補正することで, 引力粉体系の構成則として有効なことが示唆されている.

$$\begin{cases} \mu_s(\xi(P_t)) = \mu_0(1 + \alpha\xi(P_t)) \\ I_0(\xi(P_t)) = \frac{I_\mu(1 + \beta\xi(P_t))^{\frac{1}{2}}}{\mu_s(\xi(P_t))} \end{cases} \quad (2)$$

ここで, d_0 は粒子サイズであり, $\alpha, \beta, \mu_0, I_\mu$ は定数である. これを異なるタイプの引力相互作用でも有効であるか検証した. 具体的には, 文献[9, 10, 11, 12]で用いられているような, より濡れの引力相互作用を単純化したモデルで検証を行った. また, μ - I レオロジーを調べる系としては, 図1のような, 一定圧力 P_w で平行平板封入された系で, 上の壁を一定速度 V_m で駆動させ一様剪断を加える数値シミュレーションを LAMMPS[17]を用いて実行した. この系に対して, いくつか引力強度を変えて μ - I レオロジーを検証したところ, 特に剪断速度が遅い領域においては, 文献[15, 16]と同様の振る舞いが得られることを確認した. この結果を用いて, 次節で濡れの引力を持つ粉体の流動則に関する結果を紹介する.



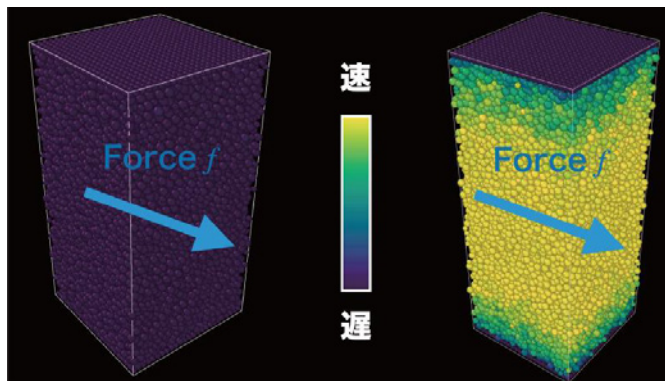
第1図: μ - I レオロジーを測定する系.

一定圧力で封入された粉体系に, 壁を速度 V_m で動かすことにより剪断を加える. カラーバーは剪断を加える方向の粒子の速度で色付けしている.

3. 高密度粒子流の流動則

粉体の流動を調べる系として, 外力により駆動される平行平板中を高密度粉体粒子流に着目する. 以前我々はこの系を用いて, 斥力相互作用のみが働く粉体系に関する流動則を数値シミュレーションと連続体解析で検証している[5]. 本研究では粒子間の濡れの引力の導入でその流動則がどのように変化するかを調べた. 図2のような粒子で構成された平行平板中に, 一定圧力 P_t で

封入された粒子に一定の外力 f を加える数値シミュレーションを LAMMPS[17]を用いて実行した．その結果，外力 f が小さい場合には，粒子はほとんど動かない（図2（左））．一方で，ある臨界外力 f_c を超えると図2（右）のような粒子流が発生する．この流れの特徴として，中心付近は粉体粒子の流動が速く，壁付近は遅いという流体のポアズユ流れと類似している点が挙げられる．



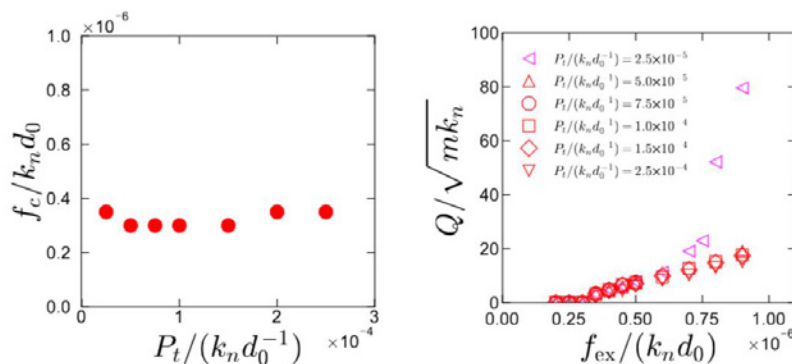
第2図：外力に駆動される粒子流のスナップショット

一定圧力で封入された引力相互作用が働く粉体系に，外力を加える．その際に，外力が小さい場合には左図のように流れが発生しないが，臨界外力を超えると，粒子流が発生する．カラーバーは外力を加える方向の粒子の速度で色付けしている．

このような粒子流に関して，この粒子流が発生する臨界外力 f_c とその時の質量流量 Q を，式(1-2)の $\mu-I$ レオロジーを用いた連続体解析から導出した[18]．その結果のみを以下に示す．

$$\begin{cases} f_c(P_t) \propto \text{const.} \\ Q(f, P_t) \propto Q(f_{ex}) \end{cases} \quad (3)$$

ここで， Q はスケーリング関数である．引力が働かない斥力系との違いは，臨界外力，質量流量ともに圧力の依存性が消失する点である．これを数値シミュレーションで検証した結果を図3に示す．臨界外力，質量流量に関しても式(3)で示したスケーリング関係が臨界外力近傍で成立していることがわかる．



第3図：臨界外力，質量流量に関するスケーリングプロット

（左）臨界外力 f_c の圧力 P_t に対する依存性．式(3)で予想されるように，臨界外力は圧力に依らず一定の値を示している．（右）質量流量の臨界外力依存性も，臨界外力近傍では圧力に依らない式(3)と同様の傾向を示している．

4. まとめ

本研究では、濡れを模した引力相互作用を導入した粉体系の μ -Iレオロジーを、数値シミュレーションを用いて検証した。また、この μ -Iレオロジーの結果を用いて、外力駆動の粒子流に関して、特に臨界外力と質量流量に関するスケーリング関係を導出した。またその結果を数値シミュレーションで検証した。本稿では、特に変形の速度が遅い場合や臨界外力近傍についてのみ着目したが、より大きな外力で速い変形・流動が発生する場合などに関しても、引力相互作用の影響に関して調べる必要がある。

参 考 文 献

- [1] B. Andreotti, Y. Forterre and O. Pouliquen: "Granular media: between fluid and solid", Cambridge University Press (2013).
- [2] A. J. Liu and S. R. Nagel, "Jamming is not just cool any more", Nature, 396, 6706 (1998).
- [3] M. van Hecke, "Jamming of soft particles: geometry, mechanics, scaling and isostaticity", J. Condens. Matter Phys., 22, 3 (2009).
- [4] C. S. O' hern, L. E. Silbert, A. J. Liu and S. R. Nagel, "Jamming at zero temperature and zero applied stress: The epitome of disorder", Phys. Rev. E, 68, 1 (2003).
- [5] M. Otsuki, K. Hayashi, and K. Yoshii, "Critical scaling for dense granular flow between parallel plates near jamming", arXiv:2403.00256
- [6] S. Herminghaus, "Wet granular matter: a truly complex fluid", Vol. 6, World Scientific (2013).
- [7] S. Strauch and S. Hemminghaus, "Wet granular matter: a truly complex fluid", Soft Matter, 8, 32 (2012).
- [8] J. N. Israelachvili, "Intermolecular and surface forces", Academic Press (2011).
- [9] E. Irani, P. Chaudhuri and C. Heussinger, "Impact of attractive interactions on the rheology of dense athermal particles", Phys. Rev. Lett., 112, 18 (2014).
- [10] E. Irani, P. Chaudhuri and C. Heussinger, "Athermal rheology of weakly attractive soft particles", Phys. Rev. E, 94, 5 (2016).
- [11] D. J. Koeze and B. P. Tighe, "Sticky matters: Jamming and rigid cluster statistics with attractive particle interactions", Phys. Rev. Lett., 121, 18 (2018).
- [12] D. J. Koeze, L. Hong, A. Kumar and B. P. Tighe, "Elasticity of jammed packings of sticky disks", Phys. Rev. Research, 2, 032047(R), (2020).
- [13] P. Jop, Y. Forterre and O. Pouliquen, "A constitutive law for dense granular flows", Nature, 441, 7094 (2006).
- [14] P. Jop, Y. Forterre and O. Pouliquen, "Crucial role of sidewalls in granular surface flows: consequences for the rheology", J. Fluid Mech., 541, 167 (2005).
- [15] N. Berger, E. Azema, J.-F. Douce and F. Radjai, "Scaling behaviour of cohesive granular flows", EPL (Europhysics Letters), 112, 6 (2016).
- [16] T. T. Vo, S. Nezamabadi, P. Mutabaruka, J.-Y. Delenne and F. Radjai, "Additive rheology of complex granular flows", Nat. Commun., 11, 1 (2020).

- [17] S. Plimpton, "Fast parallel algorithms for short-range molecular dynamics", J. Comput. Phys., 117, 1 (1995).
- [18] K. Yoshii and M. Otsuki, " Jamming of cohesive granular flow in the 3-dimensional channel" in prep.