

電磁流体コードによる惑星磁気圏シミュレーション性能測定

深沢 圭一郎、南里 豪志

九州大学 情報基盤研究開発センター

梅田 隆行

名古屋大学 太陽地球環境研究所

1. はじめに

1. 1 磁気圏、宇宙天気とは

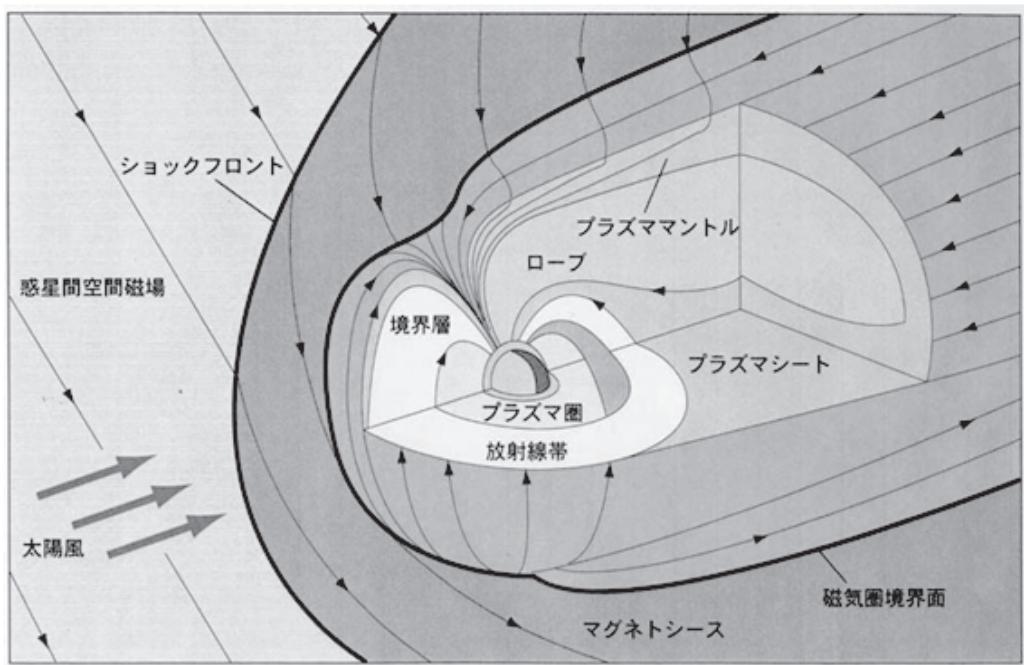
宇宙空間は真空と思われているが、我々人間が把握している 99%はプラズマで満たされている。プラズマとは電離した気体のことであり、帶電している電子とイオンが分かれて存在する状態である。しばしば個体、液体、気体に続く物質の第4の状態とも呼ばれている。宇宙空間、特に我々が暮らす太陽系においては太陽から太陽風と呼ばれるプラズマの風が常時吹き出しており、太陽系全体にそのプラズマが充満している。このような宇宙プラズマは導電率が高いため、プラズマは磁力線に沿って動きやすく、また磁力線を横切る動きを取りにくい特徴がある。そのため、太陽風プラズマは太陽の磁場を伴って超音速で吹き出しており、地球のような磁場を持つ惑星に衝突すると、その磁場を伴ったプラズマの風が惑星の固有磁場と相互作用する。その結果、惑星磁場が変形し、磁気圏という第1図に示すような形をとる。

惑星磁気圏の太陽側は太陽風の圧力により圧縮された形をしており、反太陽側は太陽風によって引き延ばされた形をしている。図の左側から太陽風が流れ込み、磁気圏の前面には、弓形の衝撲波面(bow shock)が形成され、その内側にはマグネットシースと呼ばれる中間領域が存在する。磁気圏はその磁場構造により、内部磁気圏(中低緯度に根ざす閉じた磁力線からなる領域)と外部磁気圏(高緯度側に根ざす開いた磁力線からなる領域)の2つに分けられる。その内部磁気圏と外部磁気圏の昼側境界にあたるのが、カスプ領域である。ロープ領域は外側磁気圏で開いた磁力線領域であり、希薄なプラズマが存在している。ロープに挟まれた閉じた領域がプラズマシートと呼ばれる部分で地球の極域電離圏(電離した大気で満たされた領域)と磁力線を通してつながっている。その境界領域はエネルギーが高くなっている。特に、このプラズマシートは、南と北のロープ領域の磁場で囲まれているため、エネルギーが高く、また、地球に向かう高速の流れが存在し、かつ密度粒子が高く、地球の極域電離圏で起こる様々な現象の源となっている。磁気圏境界と呼ばれる部分が、地球磁気圏の殻である。その内側において、尾部の子午面では、カスプからの延長のプラズママントルが、赤道面では、低緯度境界層が存在し、これらの領域では、100~150 km/s の粒子の流れが観測されている。この磁気圏は基本的に太陽風プラズマに対するシールドとして働いているが、いくつかの条件下では太陽風プラズマが磁気圏内に侵入することがある。その結果、例えば身近な現象としては極域地方でのオーロラ発光という形で表れる。より詳細な紹介については、参考文献[1]などを参考にしていただきたい。

宇宙プラズマ研究において、我々は主にこのような太陽から吹いてくる磁場を伴ったプラズマの風(太陽風)と惑星の磁場が相互作用して起こる様々な現象を研究ターゲットにしている。これらは宇宙空間で起きる現象であるため探査機を打ち上げて観測を行うが、基本的に“その

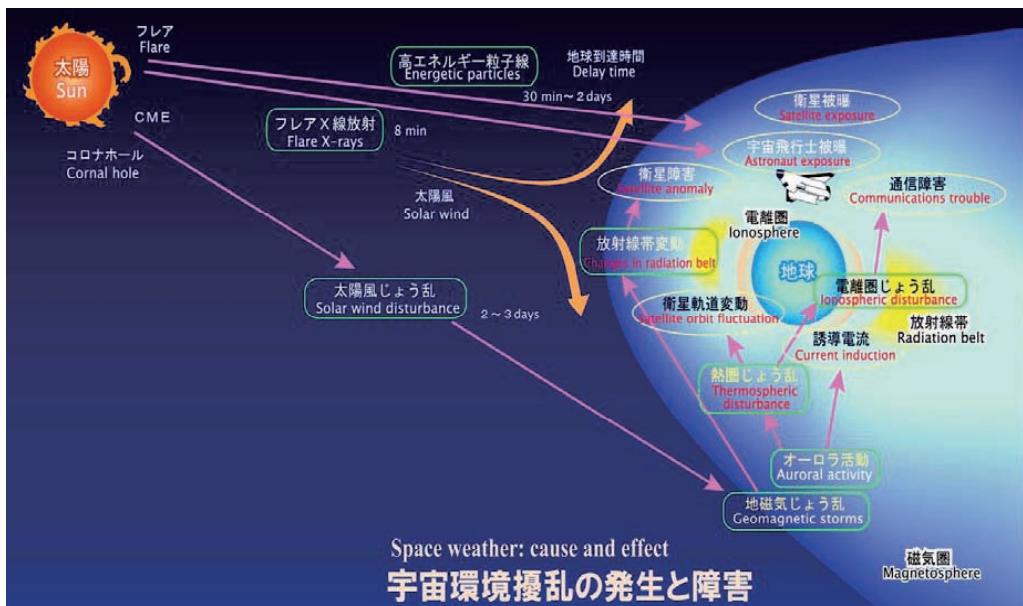
場”の観測しか行えない（立体空間情報を得ることができない）。そのため、3次元空間構造、さらにその時間発展などを調べることのできる宇宙プラズマ計算機シミュレーションがこの分野の理論の発展、また観測結果の理解の促進に非常に重要な役割を果たしてきている。

地球周辺の宇宙空間において、前述のような宇宙プラズマに起因する様々な現象を気象にならない、宇宙天気と呼んでいる。その宇宙天気と呼ばれる現象を第2図にまとめた。基本的にこれらの現象は太陽の活動により生じる。例えば、太陽表面でのフレア爆発、コロナから高速にガスの固まりが放出される現象（コロナ質量放出：CME）等がある。それら太陽の活動の結果、身近なものとしては、衛星に障害が生じ、衛星放送に不具合が生じることや、国際宇宙ステーションなどで活動している宇宙飛行士が被爆することなどがある。また磁気圏より地球に近いところに存在する電離圏という領域では太陽活動により、電子密度が変動し、地上でGPS衛星からの電波をうまく受信できないことも起こる。このような現象を引き起こす太陽活動だが、実はその活動度は11年周期で変動している。つまり11年毎に高い活動度（極大期）、低い活動度（極小期）を繰り返している。現在太陽活動が活発な時期に入ってきており、GPSに代表される様々な衛星や宇宙ステーションへ甚大な影響を及ぼし、不具合を引き起こす可能性が高まっている。



第1図：地球磁気圏の構造。

図の左側から超音速の太陽風が惑星間空間磁場を伴って吹いており、それが地球に達すると、地球の前面には衝撃波面が形成される。その衝撃波面より地球側に磁気圏の境界を表す磁気圏境界面が存在し、その中が磁気圏になる。磁気圏は惑星固有磁場の勢力範囲であり、太陽風から地球をシールドする働きを持つ。磁気圏内は、いろいろな領域に分けられており、それぞれ図中にあるような名前が付いている。



第2図：様々な宇宙天気現象（情報通信研究機構提供）。

太陽で起きる、フレア、CME（コロナ質量放出）や太陽風により、様々な現象が地球周辺で起こる。例えば、高エネルギー粒子線であれば、宇宙空間にいる宇宙飛行士に被爆をもたらし、太陽風の擾乱により、磁気圏で擾乱が起り、それに伴い地球周辺の様々な領域で擾乱が起り、オーロラ活動が活発になったり、衛星の軌道に影響を与えたたりする場合がある。日本の宇宙天気研究、予測は歴史的に独立行政法人情報通信研究機構で行われている。

このような宇宙天気現象は地球だけでなく、磁場を持つ木星や土星でも起こる。第1表に太陽系内の代表的な磁化惑星の特徴を示すが、惑星に固有磁場が存在すると、前述のように太陽風プラズマとの相互作用が起り、磁気圏が形成される。そのため、木星、土星でもオーロラが観測されている（第3図を参照）。また第1表にあるように木星、土星は高速自転しており、地球とは異なった磁気圏構造をしていると考えられる。木星は巨大な磁場を持ち、更に磁気圏内に大量のプラズマを保持したまま高速自転しているために、磁気圏が遠心力によりディスク状に伸びていると考えられている（第4図参照）。また固有磁場が非常に強力なためその勢力範囲である磁気圏も非常に大きく、土星磁気圏が木星磁気圏の尾部（反太陽側）に入っている観測結果もある。土星はその特徴からよく地球と木星の中間の惑星と言われる。それは、地球程度の磁場しか無く、一方でガス惑星であり、木星と同様に高速自転し、大きさも太陽系では木星の次の規模であることからきている。しかしながら、最近の研究では2つの惑星の中間という特徴ではなく、土星固有の現象、特徴も見つかってきている。

地球においては今までに、また現在もたくさんの衛星が磁気圏を観測し、宇宙天気現象について理解が進んできているが、その他の惑星ではそれほど進んでいない。それでも木星においては、今まで8つの探査機（Voyager 1, 2、Pioneer 10, 11、Ulysses、Galileo、Cassini、New Horizon）が観測を行い、その中でも Galileo 探査機は 1997 年から 2002 年まで木星を周回観測し、さまざまな情報を与えてくれた。我々のグループにおいてもこの Galileo 探査機の結果に対するシミュレーションを行い、その構造、現象の理解につなげている[2][3][4]。一方で土

星においては、今までに4機の探査機（Voyager 1、Pioneer 10、11、Cassini）が観測を行っており、2002年から今現在も Cassini 探査機が土星を周回観測している。Cassini 探査機は Galileo 探査機以上に様々な現象を観測しており、現在我々もその理解のため、シミュレーションを行っている[5][6]。第5図に我々の土星磁気圏シミュレーション結果を載せる。ここでは土星磁気圏赤道面におけるプラズマ対流の磁力線方向に対して平行の渦度、左下図で極域における沿磁力線電流を表している。数字が付いているプラズマ対流の渦構造が磁力線により極域沿磁力線構造とつながっていることが示されている。近年 Cassini 探査機がこの対流構造に似た観測を行い、シミュレーションの正当性が強くなっている。

第1表: 地球、木星、土星の特徴。

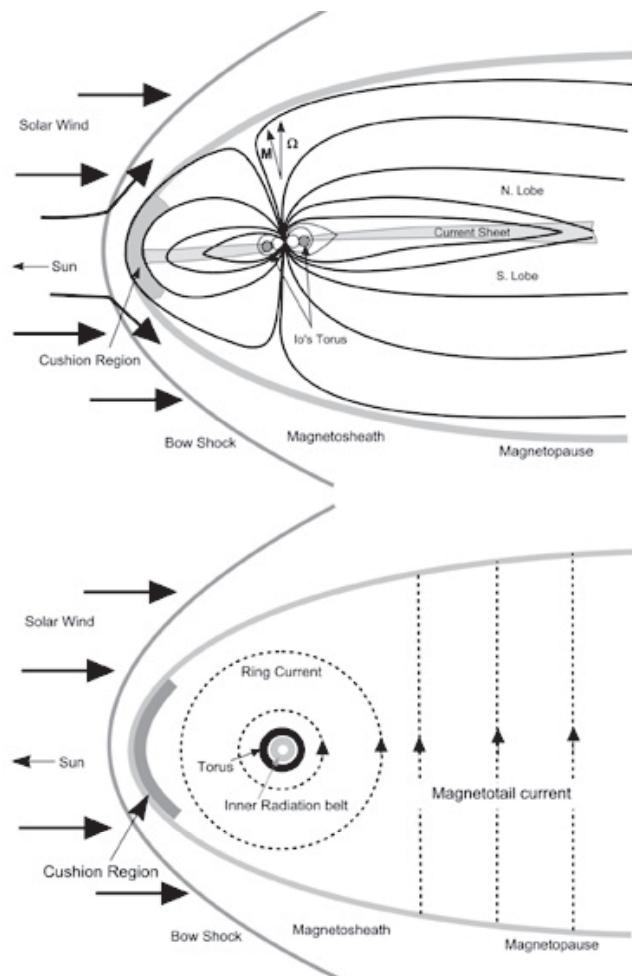
固有磁場は木星が飛び抜けて大きく、地球と土星ではそれほど変わらない。自転速度、赤道半径は木星、土星で同程度であるが、地球に比べると遙かに大きい。プラズマ源は各惑星磁気圏内に広がるプラズマの発生源を示している。イオ、エンケラダスは衛星であり、地球で言うところの月に当たるが、大気を持っている等、その特徴は異なる。木星はおよそ太陽から、地球と比べて5倍以上離れており、土星はさらに9.5倍離れている。

	固有磁場 [nT]	磁極	自転周期 [hr]	プラズマ源	赤道半径 [km]	太陽からの距離 [A.U.]
地球	31,000	N極が南	24	電離圏	6,378	1
木星	420,000	N極が北	10	イオ、電離圏	71,492	5.2
土星	21,000	N極が北	10.65	エンケラダス、電離圏	60,268	9.55



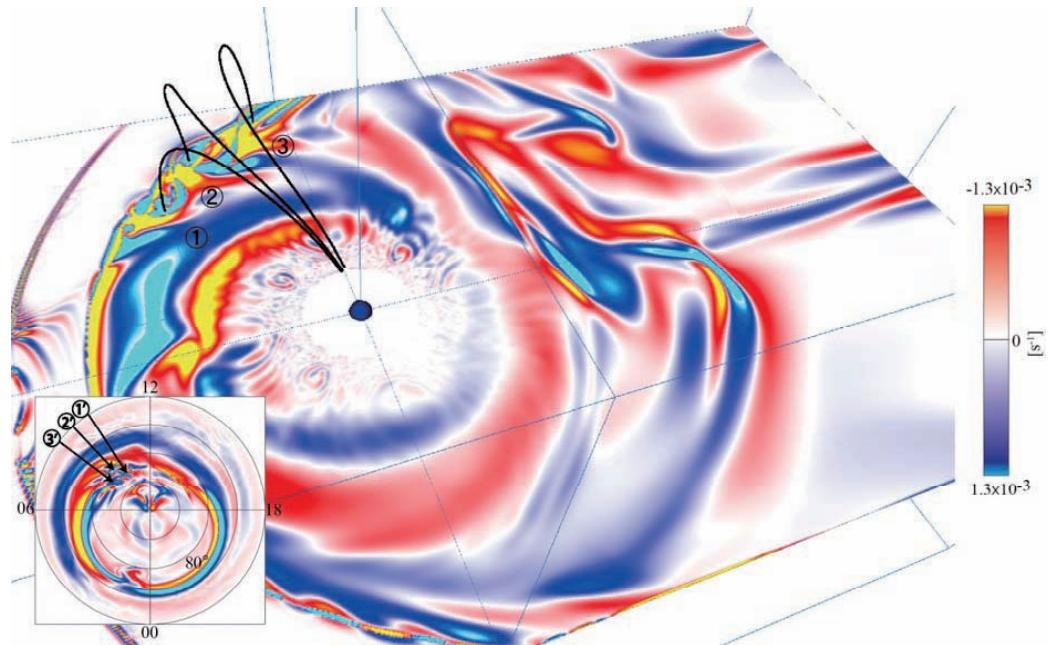
第3図: 木星と土星におけるオーロラ発光[NASA 提供]。

左側がハッブル宇宙望遠鏡で撮像された木星におけるオーロラ発光（紫外線領域）の写真であり、右図が土星におけるオーロラ（紫外線領域）の写真である。青白く光って見えるのは紫外線領域での撮像のためである。



第4図：木星磁気圏の概略図[7]。

上図が子午面（縦に切った面）における木星磁気圏であり、遠心力によって磁力線が左右に伸びているのがわかる。この構造を磁気ディスクと呼ぶ。下図は赤道面における磁気圏構造を示している。木星の衛星イオから吹き出したプラズマが作るイオトーラスが木星の囲むように輪を描いていている。これらは地球にはない木星の特徴である。これらによって木星磁気圏独特の性質ができあがっている。



第5図：土星磁気圏シミュレーション結果[6]。

赤道面における磁場に垂直なプラズマ対流の渦度と極域における沿磁力線構造。左側から太陽風が吹いてきている。数字の付いた場所でプラズマ対流が乱れており、渦構造になっていることがわかる。その構造が沿磁力線電流の構造と磁力線によってつながっていることが図から分かる。

1. 2 プロジェクトの目的

一般に磁気圏の大規模構造をシミュレーションする場合、プラズマを電磁流体と近似した、電磁流体力学 (MagnetoHydroDynamics : MHD) シミュレーションを行う。このシミュレーションでは数値計算的な意味においてスケールフリーであり、解像度は計算機の資源によって決まる。現在の MHD シミュレーションでは、計算機の性能限界により、宇宙天気に影響を与えるプラズマの磁気界面における渦構造等を解像できない、MHD スケールからミクロスケールへの遷移領域が扱えないなど、解像度不足を指摘されている。これらを解像するためには $0.01 R_E$ ($1 R_E$ は地球半径 = 6,380 km) の解像度が必要と見積もられており、 $15,000^3$ 以上のグリッドが必要となる。今回は実用化へ向けた超大規模並列計算の第一歩として FX10 で扱える $10,000 \times 8,000 \times 8,000$ グリッドを利用した計算を行い、その性能評価を行う。前述のように惑星磁気圏は巨大で有り、太陽風との相互作用により構造が変わるため、準定常状態に達するまでに非常に時間がかかり、意味のある結果を得るために、シミュレーションを長時間走らすことが必要となる。そのため、計算機の実行効率が非常に重要になってくる。

2. 磁気圏シミュレーションモデルの概要と特徴

2. 1 電磁流体方程式

宇宙プラズマの密度はとても低いために、その平均自由行程が非常に長くなる。例えば、太陽プラズマの平均自由行程は 1 天文単位 (太陽と地球の距離) にも達する。そのため宇宙プラ

ズマは基本的に衝突が無いと見なされる。その無衝突プラズマの振る舞いは以下の Vlasov (無衝突 Boltzmann) 方程式によって記述される。

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f_s}{\partial \vec{r}} + \frac{q_s}{m_s} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \frac{\partial f_s}{\partial \vec{v}} = 0 \quad (1)$$

ここで \vec{E} 、 \vec{B} 、 \vec{r} と \vec{v} はそれぞれ電場、磁場、距離、速度を表す。また、 $f_s(\vec{r}, \vec{v}_s, t)$ は位置-速度位相空間における分布関数であり、 s はイオンや電子など種類を示す。 q_s は電荷を m_s は質量を表す。電磁場の時空間発展は以下のように Maxwell 方程式によって記述される。

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで \vec{J} は電流密度、 ρ は電荷密度、 μ_0 は真空中の透磁率、 ϵ_0 は真空中の誘電率、 c は光速を示す。電流密度 \vec{J} は帶電した粒子の動きによって以下のように記述できる。

$$\vec{J} = \sum_s q_s \int f_s \vec{v} d\vec{v} \quad (3)$$

また、電流密度 \vec{J} は以下の電荷保存則を満たしている。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0 \quad (4)$$

ここまでにあげた式が無衝突プラズマの第一原理の方程式である。

次に電磁流体力学 (MHD) 方程式を求めていく。MHD 方程式は Vlasov 方程式(1)の 0 次、1 次、2 次のモーメントをとり、運動論的効果を無視することで得られる。まず Vlasov 方程式の 0 次のモーメントをとる (Vlasov 方程式(1)を速度空間について積分する) と連続の式が求まる。

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \nabla \cdot (n_s \vec{u}_s) = 0 \quad (5)$$

\vec{u}_s は各プラズマの平均速度を表す。次に Vlasov 方程式(1)に $m\vec{v}$ を掛けてから速度空間で積分する (1 次のモーメントをとる) と、運動方程式が求まる。

$$\frac{\partial}{\partial t} (m_s n_s \vec{u}_s) + \nabla \cdot (m_s n_s \vec{u}_s \vec{u}_s + \vec{P}_s) - \rho_s \vec{E} - \vec{J}_s \times \vec{B} = 0 \quad (6)$$

\vec{P}_s は圧力テンソルを表す。更に、粒子の運動エネルギー $\frac{1}{2} m |\vec{v}|^2$ を Vlasov 方程式(1)に掛けて速度空間で積分する (2 次のモーメントをとる) と、エネルギー方程式が求まる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} m_s n_s |\vec{u}|_s^2 + \frac{3}{2} p_s \right) + \nabla \cdot \left(\frac{1}{2} m_s n_s |\vec{u}|_s^2 \vec{u}_s + \frac{3}{2} p_s \vec{u}_s + \vec{P}_s \cdot \vec{u}_s + \vec{h}_s \right) - \vec{E} \cdot \vec{J}_s = 0 \quad (7)$$

p_s は $p_s \equiv \frac{1}{3} \sum_{i=1 \sim 3} P_{i,i,s}$ で定義される圧力である。 \vec{h}_s は熱流束密度である。ここで以下の操作を行

って、單一流体近似をこれらの流体方程式に適応すると、

$$\sum_s m_s n_s \equiv \xi, \quad \frac{\sum_s m_s \vec{u}_s}{\sum_s m_s} \equiv \vec{U}, \quad \sum_s \rho_s \equiv 0, \quad \sum_s \vec{J}_s \equiv \vec{J} \quad (8)$$

さらに、いくつかのテンソル計算を行って、以下の式を得る。

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \nabla \cdot (\xi \vec{U}) = 0 \quad (9)$$

$$\xi \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \xi (\vec{U} \cdot \nabla) \vec{U} + \nabla p - \vec{J} \times \vec{B} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \nabla) p + \gamma p \nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (11)$$

ここで $\gamma = \frac{5}{3}$ は比熱比であり、等方対角テンソル $\sum_s \vec{P}_s \equiv pI$ (I は単位テンソル) と仮定した

ため、熱流束密度は無視できる。更に、磁場凍結条件により、

$$\vec{E} + \vec{U} \times \vec{B} = 0 \quad (12)$$

が求まり、Darwin 近似を用いて、

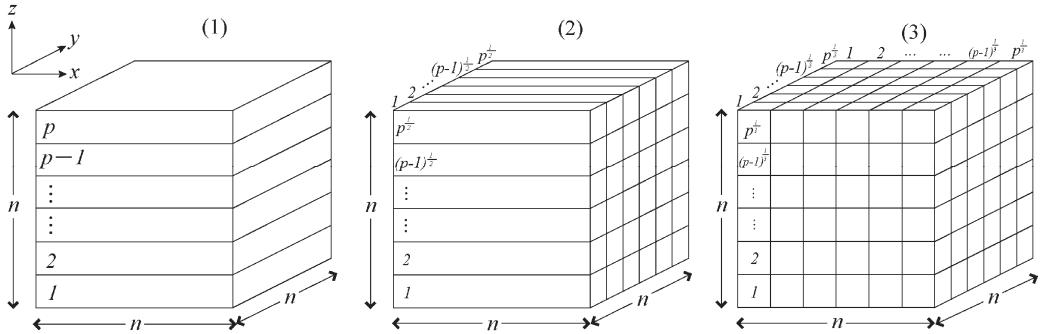
$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad (13)$$

が求まる。これら(9)～(13)式が MHD 方程式となる。より詳細な導出は参考文献[9]を参考にされたい。

2. 2 シミュレーションモデル

2. 2. 1 MHD モデル

MHD 方程式を解く数値計算法としては、Ogino et al. [10]によって開発された Modified Leap Frog 法を使用する。これは最初の 1 回を two step Lax-Wendroff 法で解き、続く $(l - 1)$ 回を leap-frog 法で解き、その一連の手続きを繰り返す。 l の値は数値的に安定の範囲で大きい方が望ましいので、1 次精度の中心空間差分を採用するとき、数値精度の線形計算と予備的シミュレーションから $l = 8$ に選んでいる。Modified leap frog 法は、two step Lax-Wendroff 法の数値的安定化効果を一部取り入れて、leap frog 法の数値的減衰と分散の小さい効果をより多く取り入れた、数値的減衰と分散にバランスの良くとれた一種の組み合わせ計算方法となっている。また、パラメータを変化させることによって、性質の良く分かった 2 つの計算方法に一致させることができるので、結果に与える数値誤差の影響も理解し易い利点を持っている。更にこの手法を用いた計算で、今まで様々な計算機で性能評価を行ってきたこともあり、同様の手法をもちいることで、過去の結果と比較できる利点もある。



第6図: 3種類の領域分割法。

左から1次元領域分割、2次元領域分割、3次元領域分割の概要図を示す。 n^3 の配列を並列 p で分割している。全並列数を p としているため、2次元領域分割では各次元で $p^{1/2}$ 並列、3次元領域分割の場合、 x, y, z 方向に $p^{1/3}$ 並列を適用している[11]。

並列化にはMPIを使用する。並列化手法としては3次元空間を分割する領域分割法を用いる。領域分割には、第6図に示すように、1次元、2次元、3次元分割が考えられ、本性能評価ではこれらすべての評価を行う。分散メモリ型の並列計算機を用いた並列計算では、3次元配列に対して領域分割を用いるのが通常である。3次元モデルの場合、領域分割の次元を1次元、2次元、3次元に選ぶことができる。その場合の計算時間(T_{S1}, T_{S2}, T_{S3})と通信時間(T_{C1}, T_{C2}, T_{C3})は大まかに次の様に見積もることができる。

i) 1次元領域分割

$$T_{S1} = \frac{k_1 n^3}{p}, \quad T_{C1} = k_2 n^2 (p-1) \quad (14)$$

ii) 2次元領域分割

$$T_{S2} = \frac{k_1 n^3}{p}, \quad T_{C2} = 2k_2 n^2 (p^{1/2} - 1) \quad (15)$$

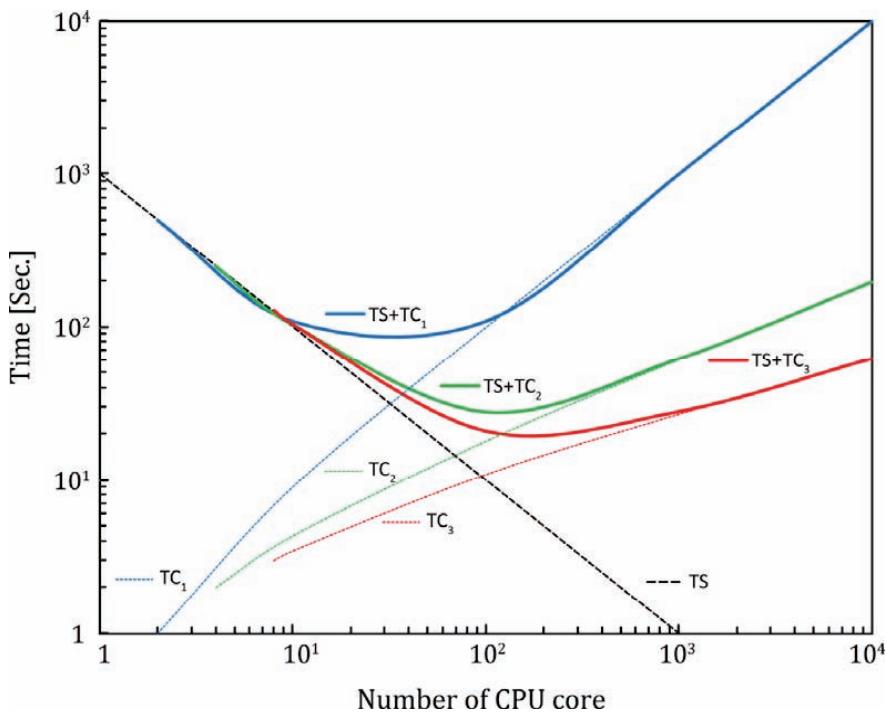
iii) 3次元領域分割

$$T_{S3} = \frac{k_1 n^3}{p}, \quad T_{C3} = 3k_2 n^2 (p^{1/3} - 1) \quad (16)$$

ここに、 k_1 と k_2 は一定の係数、 n は3次元配列における1方向の変数量、 p は総並列数である。ここでは簡単のため、領域分割は第5図に示すように x, y, z 方向に同じ数(n)の配列を使用し、各次元を並列化する場合は等しい並列化数を設定している。計算時間と通信時間の和が並列計算に要する時間と考えられる。これらの式を第7図にグラフで示した。式、図より明らかに計算時間 T_{S1}, T_{S2}, T_{S3} は並列数 p に反比例して短くなるが、通信時間 T_{C1}, T_{C2}, T_{C3} は p の増加に伴って長くなる。しかし、その通信時間の長くなる様子は、 T_{C1}, T_{C2}, T_{C3} によって大きく異なる(第7図参照)。即ち、3次元領域分割が最も通信時間を短くでき、また、1次元と2次元領域分割の間でも通信時間の差は大きくなることが理解できる。ただし、この比較では簡単のため、通信時間を決める係数 k_2 が同じであると仮定した。これは通信部分のプログラムの工夫によりある程度小さくすることが可能である。こうして、スカラ並列機では3次元領域分割が、一方ベクトル並列機では、1つの次元方向はベクトル化に利用する必要があるために2次元領域分割

が最も効率的であろうと予想できる。

スカラ機で性能を出すにはキャッシュの有効活用が重要である。基本的な動作としてはデータアクセス時に、その前後含めて数 KB のデータをキャッシュに格納する。キャッシュの量や、一度にキャッシュに格納するデータ量は CPU アーキテクチャ毎に変わるので、最高のパフォーマンスを出すにはそれぞれの調整が必要である。MHD シミュレーションにおいては、物理変数がプラズマ密度、速度 3 成分、圧力、磁場 3 成分の計 8 変数となる。そのため、配列を $u(i,j,k,m)$ と定義し (Type A)、 $m = 8$ としている。数値計算時に、同じ場所の物理変数を何度も使うことになるので、一般に $u(m,i,j,k)$ と定義した方がキャッシュヒット率は上がると考えられる (Type B)。そのため、本性能評価においてもこの配列定義を使った評価も行う。



第 7 図:並列数に対する各領域分割における計算時間の変化[11]。

式(14)～(16)によって描かれたグラフ。横軸は並列数、縦軸は時間を示す。点線はそれぞれ計算時間、通信時間を示し、実線が各領域分割にかかる時間 ($T_s + T_c$) を示している。ここでは簡単のため、 $k_1=1$ 、 $k_2=0.01$ としている。 k_n の値に依るが、ある並列数から、計算時間の上昇が見られる。しかしながら、3 次元領域分割の場合、その上昇を最小限に抑えられている。

3. 性能評価結果

3. 1 MHD シミュレーション

ベンチマークとして MHD シミュレーションでは 1 GB/node サイズの配列を計算する weak scaling だが、MHD 方程式を Modified Leap Frog 法で解くためのワーク配列として 5 GB/node を追加で使用する。この設定で 1 次元、2 次元、3 次元領域分割（配列並び 2 種類）の性能測定を行った。基本的に 1 次元領域分割は、小並列のベクトル計算機に最適な並列化手法と言われ

ている。ベクトル化のために do ループを長くとる取る必要があったためと、並列化数が少ない分、通信コストも低いので、次に述べる 2 次元、3 次元領域分割の場合のように通信用のバッファーにデータを集める動作の方が、コストがかかるからである。この手法は Flat MPI を使う上では超並列計算には対応していない（並列化される次元の配列数を並列化数が越えてしまうため）が、自動並列や OpenMP を併用することで、ある程度の並列計算に対応することは可能である。今回の性能評価では科学的に意味のある計算ではなく、ある次元の配列数を増やしていくことで、1 次元領域分割を評価した。1 次元領域分割は昔のベクトル計算機（富士通 VPP5000、NEC SX-6 など）によく使われていた手法で、今回 1 次元領域分割の評価に使用した我々のコードベクトル計算機向けに最適化されたコードでもある。

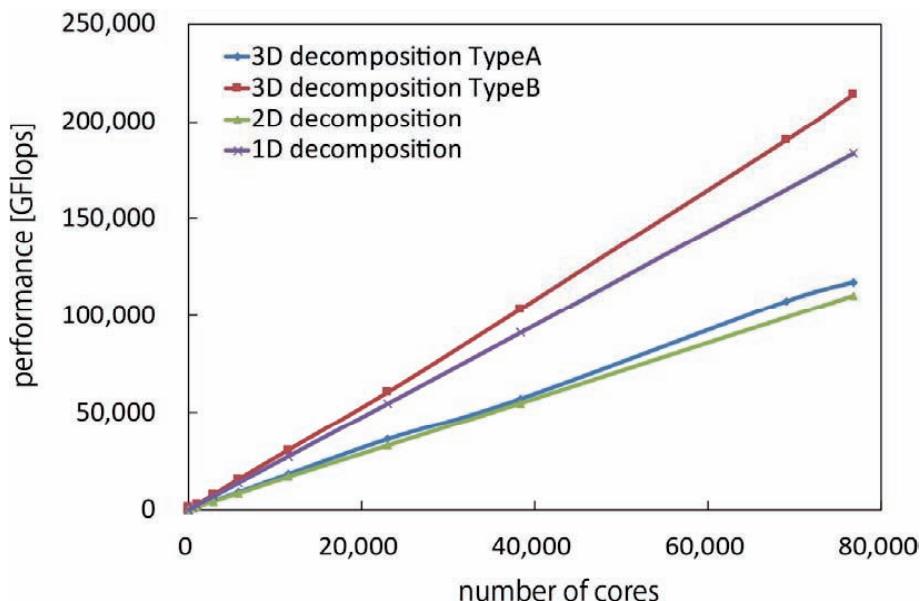
2 次元領域分割は 1 次元領域分割と同様にベクトル計算機向けの手法と考えられているが、特に並列化数の多いベクトル計算機向けである。理由は 1 次元領域分割の場合とベクトル化向けにある次元向けの do ループを長くとることができることと、並列化数が多くなりすぎて、通信コストが無視できなくなっているからである。この場合には、並列化プロセスで通信データをまとめて、各プロセス間で一気に通信する方がコストを低くできると考えられる。この手法は地球シミュレータで特に有効で、2 次元領域分割の評価に使うコードは地球シミュレータで最適化されたコードでもある。

3 次元領域分割は、1 次元、2 次元領域分割と比べて、並列化数の上昇に対する通信コストが低いために、超並列計算機向けの手法と言われる。3 次元領域をすべて並列化するために、基本的にはスカラ計算機向けの手法である。今までにスカラ計算機（富士通 HPC2500、FX1、RS200S6、日立 SR16000/L2、HA8000 など）を利用し、3 次元領域分割による最適化を行い良い性能を得ている[12]。

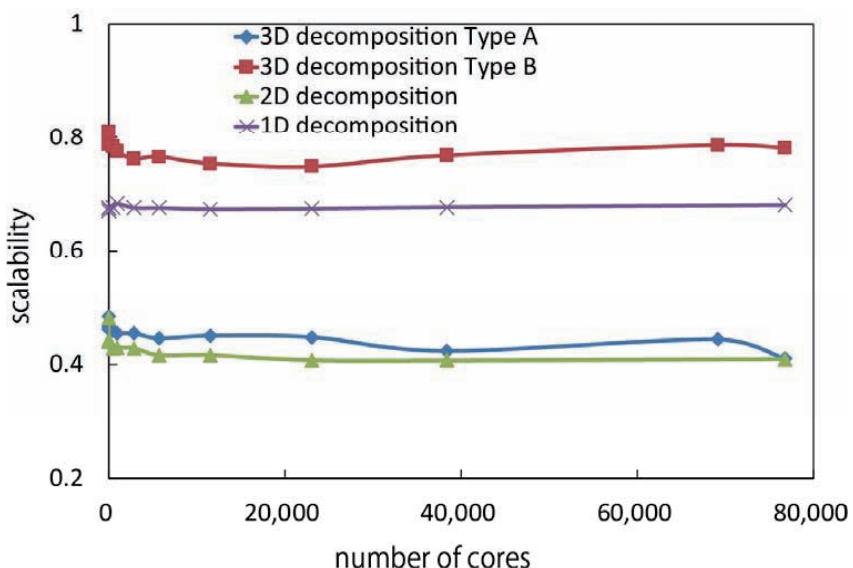
第 8 図にそれぞれの並列化数（使用 core 数）に対する実効性能、第 9 図に並列化効率を示している。これらは Flat MPI での性能評価となる。4,800 ノード（76,800 コア）利用時の実効性能では 3 次元領域分割 Type B（並びを入れ替えた配列）が最も良く（約 210 TFlops）、その次に 1 次元領域分割が良く（約 180 TFlops）、2 次元、3 次元領域分割 TypeA はそれらに比べて、かなり性能が悪くなつた（約 110 TFlops）。このように並列の分割法、配列の並び方が違うだけで、2 倍の性能差が見えた。実行効率としては最高で約 19 % となつた。この結果は今までの SPARC 系の結果、POWER 系の結果と同じ傾向である。これはキャッシュヒットを上げることが、これらの CPU では性能を上げる上で重要であることを示している。一方で、スカラ CPU である Xeon 系、Opteron 系では、2 次元、3 次元領域分割の性能が高くなることが分かっている[12]。これらでは SSE 系によるベクトル化率を上げることが性能向上に重要なことを示している。

並列化効率ではどの並列化手法においても、フラットな結果になっており、高並列数になることでの性能劣化は見られなかった。しかし、ノードを越えた並列化を行った時点で、1 次元を除くすべてで急に並列化率が下がっている。この原因を調べるために、通信に伴う操作（通信データのパック/アンパックと MPI 通信）を含まない 3 次元領域分割 TypeB の性能を測定すると、実行効率が約 25% になり、MPI 通信だけを除く（パック/アンパックは含む）場合を測定すると実行効率が 22 % となり、データをまとめるだけで 2 % の実行効率を失っていることが分かった。これはデータ並びが飛び飛びになっている配列成分のコピーのため、ストライドアクセスになつておらず、効率が出ないことが原因となつていていた。この影響を最低限に抑えるために

通信を非同期にし、パック/アンパックと最大限にオーバーラップさせると、実行効率が 21 % になり、約 230 TFlops を達成することが出来た。このコードを利用し、 $10,000 \times 8,000 \times 8,000$ グリッドで計算を行い、実際に計算が行えること、同様の性能が出ることを確認した。



第 8 図:並列数に対する各領域分割の実効性能。



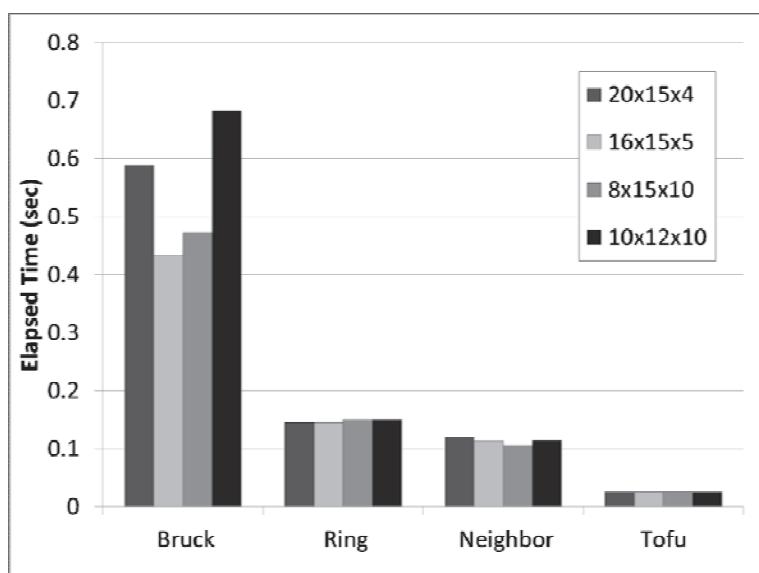
第 9 図:並列数に対する各領域分割の並列化効率。

3. 2 ノード間通信性能評価

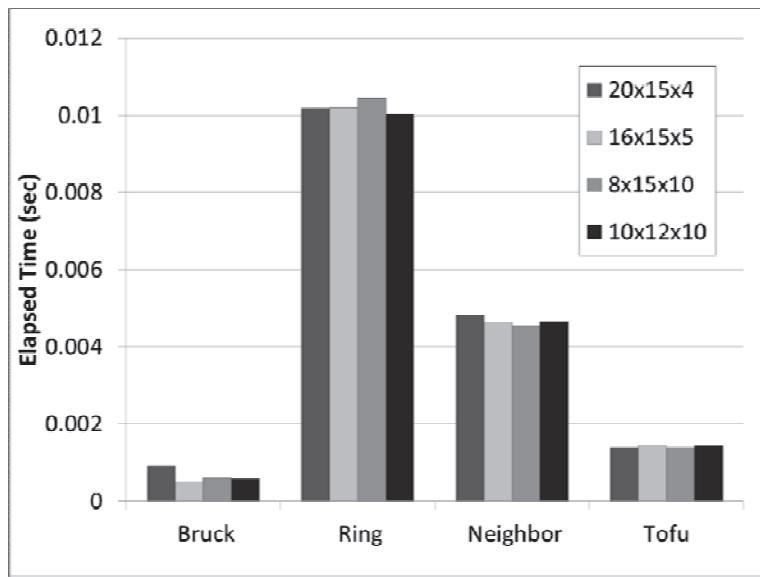
FX10 では Tofu インターコネクトが導入されており、ノード間通信トポロジーも考慮する必要があるため、ノード間の集団通信アルゴリズムの形状による性能変動調査も行った。実験に用いたプログラムは、同じ集団通信を 5 回呼び出すプログラムで、それぞれについて所要時間を計測した。プログラムは C 言語と MPI で書かれており、実行時のノードあたりプロセス数は 1 とした。また、今回の実験では、使用ノード数を 1200 とし、同じノード数に対して、 $20 \times 15 \times 4$ 、 $16 \times 15 \times 5$ 、 $8 \times 15 \times 10$ 、 $10 \times 12 \times 10$ という 3 次元形状を指定した。

各プロセスの所有データ量が 2MB と 2KB の場合の、Allgather、Allreduce、Alltoall の各アルゴリズムの所要時間の形状による変化を、図 10～14 にそれぞれ示す。各グラフの横軸は集団通信アルゴリズムである。なお、Tofu とは、Tofu 向けに開発された専用アルゴリズムである。どの集団通信でも、形状による性能への影響はアルゴリズムによって異なる。ここで、形状によってアルゴリズムの性能が変動するのは通信衝突が原因であると考えられる。また、衝突の発生はアルゴリズムに依存するため、性能変動の度合いはアルゴリズムによって異なる。この事から、集団通信のアルゴリズム選択においては、形状とアルゴリズムに応じた衝突の影響予測が重要であることが分かる。

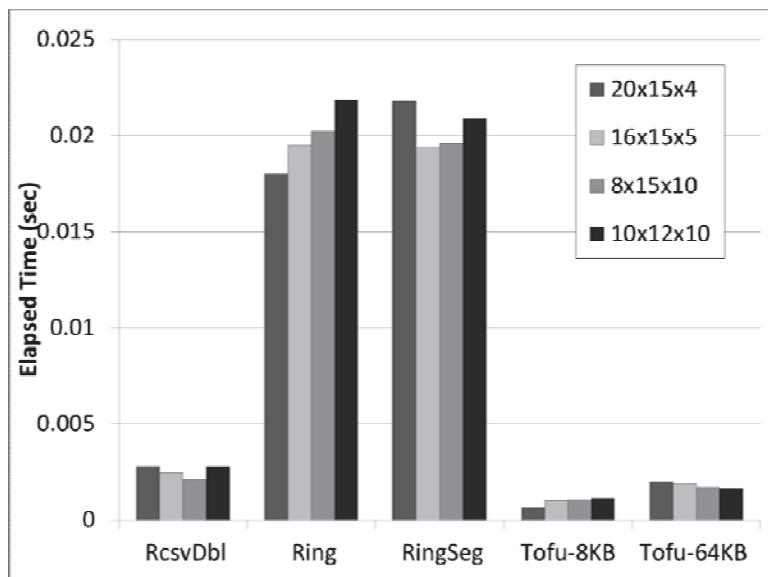
また、どの集団通信でも Tofu 専用アルゴリズムは、メッセージサイズが大きい場合、他のアルゴリズムより高速である。これは、これらのアルゴリズムが主に隣接ノードとの通信で構成されており、衝突が発生しにくくなっているためである。一方、メッセージサイズが小さい場合、Bruck や Recursive Doubling のように通信回数の少ないアルゴリズムの方が高速になる。これは、小さいメッセージサイズでは衝突の影響が少くなり、一回の通信当たりに必要となる遅延時間が問題となるためである。そのため、状況に応じて適切なアルゴリズムを選択する技術が必要である。



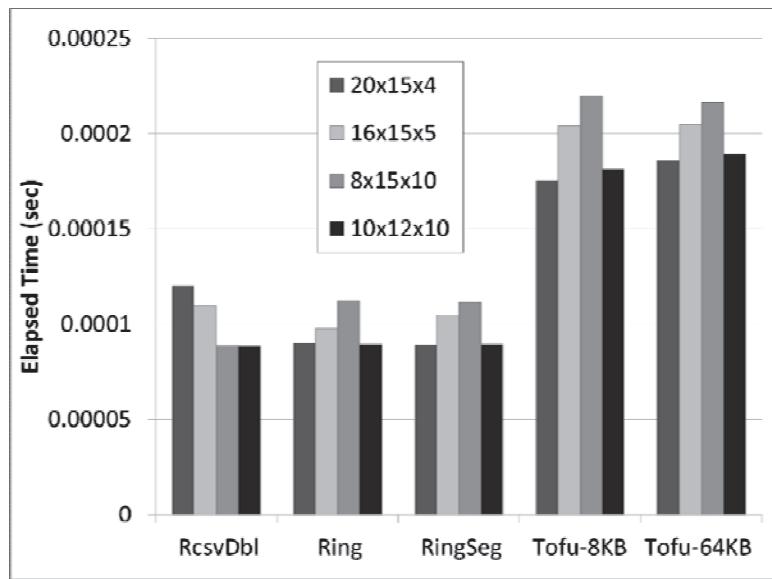
第 10 図: Allgather 2MB。



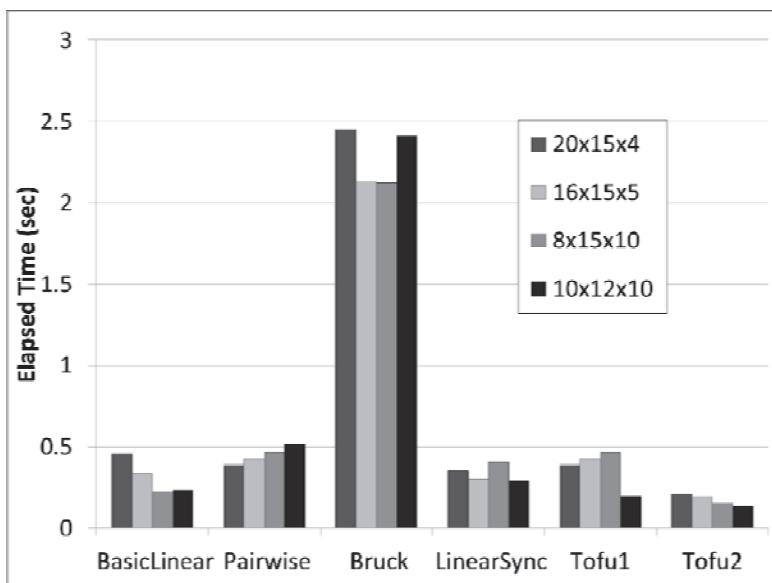
第1 1図: Allgather 2KB。



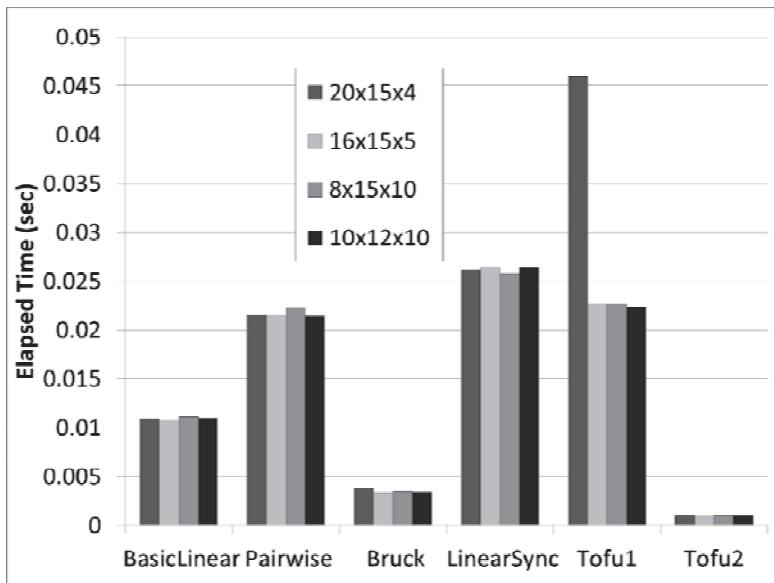
第1 2図: Allreduce 2MB。



第1 3図: Allreduce 2KB。



第1 4図: Alltoall 2MB。



第 15 図: Alltoall 2KB。

4. まとめと問題点

本研究では東京大学 FX10 4800 ノードを利用し、惑星磁気圏シミュレーションを行う電磁流体力学 (MHD) コードの性能評価、Tofu ノード間通信の性能評価を行った。この惑星磁気圏シミュレーションは宇宙天気と呼ばれる地球周辺の電磁気環境などの変動を調べる研究で利用されている。MHD コードでは 3 種類の領域分割と配列の並びを変更したコードで性能評価を行った。その結果、配列の並びを変更した 3 次元領域分割の時に最高の実効性能を得ることが出来た。並列化率では並列数の増加による性能低下は見られなかったが、ノード間並列を行うと急に性能が下がることが分かった。その原因是通信回数を減らすために行っているデータのパック/アンパックであった。今回はそのパック/アンパックと通信ができるだけオーバーラップさせることで、性能低下を出来るだけ抑え、実効性能 230 TFlops、実行効率 21 %を達成することが出来た。

ノード間の通信性能評価として、ノード間の集団通信アルゴリズムの形状による性能変動調査を行い、通信性能が集団通信のアルゴリズムにより変わることが分かり、それは通信衝突によるものだと分かった。このように超並列計算時では状況に応じて適切なアルゴリズムを選択する技術が必要である。

問題点としては、低並列時では OpenMP と MPI でスレッド並列した場合は実行効率で 22% を達成しているが、4800 ノードでは 17 %の実行効率しか出ていないこと、データのパック/アンパックの高速化が挙げられる。スレッド並列の問題はどこが原因かまだ分かっていないが、九州大学の FX10 も利用しながら、調べていく。また 1PFlops クラスの計算であれば、データのパック/アンパックで変わってくる実行効率 2%は非常に大きい性能の違い (20TFlops) であり、これからエクサ級時代に向けて、解決するべき問題である。一方で、この問題は、x86 系ではそれほど見えないので、SPARC 系のチューニング手法の 1 つとして、調べていきたい。

参 考 文 献

- [1] Margaret G. Kivelson, Christopher T. Russell 編『Introduction to space physics』, Cambridge University Press, 1995.
- [2] Ogino, T., R. J. Walker, and M. G. Kivelson, A global magnetohydrodynamic simulation of the Jovian magnetosphere, *J. Geophys. Res.*, 103, 225, 1998.
- [3] Fukazawa, K., T. Ogino, and R.J. Walker, "Dynamics of the Jovian magnetosphere for northward interplanetary magnetic field (IMF)", *Geophys. Res. Lett.*, 32, doi:10.1029/2004GL021392, 2005.
- [4] Fukazawa, K., T. Ogino, and R.J. Walker, "The Configuration and Dynamics of the Jovian Magnetosphere", *J. Geophys. Res.*, 111, A10207, 2006.
- [5] Fukazawa, K., T. Ogino, and R.J. Walker, "Magnetospheric Convection at Saturn as a Function of IMF B_z ", *Geophys. Res. Lett.*, 34, L01105, 2007a.
- [6] Fukazawa, K., T. Ogino, and R.J. Walker, "Vortex-associated reconnection for northward IMF in the Kronian magnetosphere", *Geophys. Res. Lett.*, 34, L23201, 2007b.
- [7] Khurana, K. K., M. G. Kivelson, V. M. Vasyliunas, N. Krupp, J. Woch, A. Lagg, B. H. Mauk and W. S. Kurth, The Configuration of Jupiter's Magnetosphere, In: Bagenal, F., T. Dowling and W. McKinnon (Ed.), *Jupiter*, Cambridge University Press, New York, 2004.
- [8] 様々なスパコンにおける MHD コードの実効性能.
<http://center.stelab.nagoya-u.ac.jp/web1/simulation/hpfja/comput04.html>
- [9] R. O. Dendy, 『Plasma Dynamics』, Oxford University Press, 1990.
- [10] T. Ogino, R. J. Walker, M. Ashour-Abdalla, A global magnetohydrodynamic simulation of the magnetopause when the interplanetary magnetic field is northward, *IEEE Trans. Plasma Sci.* 20, 817.828, 1992.
- [11] Fukazawa, K., T. Umeda, T. Miyoshi, N. Terada, Y. Matsumoto, and T. Ogino, Performance measurement of magneto-hydro-dynamic code for space plasma on the various scalar type supercomputer systems, *IEEE Transactions on Plasma Science*, Vol. 38, No. 9, pp2254, 2010.
- [12] Fukazawa, K., T. Umeda, Performance measurement of magnetohydrodynamic code for space plasma on the typical scalar type supercomputer systems with the large number of cores, *International Journal of High Performance Computing*, doi:10.1177/1094342011434813, 2012.