

遷音速失速領域における航空エンジンファン翼列の Large Eddy Simulation

立石 敦

東京大学大学院 工学系研究科 航空宇宙工学専攻

1. はじめに

極限的な軽量化と高性能の両立が要求される航空用エンジンファンの開発においては、すべての作動条件で異常な翼振動を起こさないよう空力・構造・振動を同時に評価し進めるコンカレント設計が主流となっている。振動解析においても実現象を高い精度で予測する手法が求められているが、申請者らが過去に実施した、ファンブレードで生じる「失速フラッター」と呼ばれる自励振動の解析では、フラッターの発生範囲が試験よりも大きく算出され、さらなる精度向上が必要とされた[1]。

航空用エンジンのファンブレードは翼相対流入マッハ数が超音速の条件で設計されるため、翼厚さが薄く、前縁の鋭い翼型が使用される。このような翼列が失速フラッターの発生点付近で作動する場合、翼列への相対流入角が大きく、また相対流入マッハ数が音速に近い条件となる。翼振動解析に用いた流体解析結果を詳細に観察した結果、鋭い前縁をもつファン翼の前縁における、亜音速流れ特有の「前縁剥離」現象と、負圧面前縁が超音速付着流となり下流に強い衝撃波と剥離が生じる「遷音速流」の切り替わり過程が、乱流モデルによる解析でうまく捉えられていない可能性があることが、上記ミスマッチの原因であることが考察された。

そこで本研究では、鋭い前縁をもつ航空用エンジンファン翼列が失速点付近で作動する条件において、亜音速・前縁剥離流れと剥離・衝撃波を伴う遷音速流れの切り替わり過程にみられる流体現象を明らかにするため、Large Eddy Simulation (LES)を用いた解析を実施した。解析条件は、亜音速流入条件において前縁で大剥離を起こすインシデンス 10 度について、流入マッハ数を 0.8 から 1.0 までスイープし、衝撃波の形成過程や前縁付近の流れ現象を観察した。

2. 数値解析手法

2. 1. 解析コード概要

全ての解析は、自作の圧縮性 LES コードを用いて実施する。基礎方程式は以下に示す、密度加重平均フィルタの施された圧縮性 Navier-Stokes 方程式である。

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{\mathbf{v}}) = \nabla \cdot (\alpha \nabla \bar{\rho}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{\mathbf{v}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{\mathbf{v}} \otimes \tilde{\mathbf{v}} + \bar{p}) = \nabla \cdot (\bar{\boldsymbol{\tau}} + \boldsymbol{\tau}_{\text{SGS}}) + \nabla \cdot [\tilde{\mathbf{v}} \otimes (\alpha \nabla \bar{\rho}) + (\beta \nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}) \mathbf{I}] \quad (2)$$

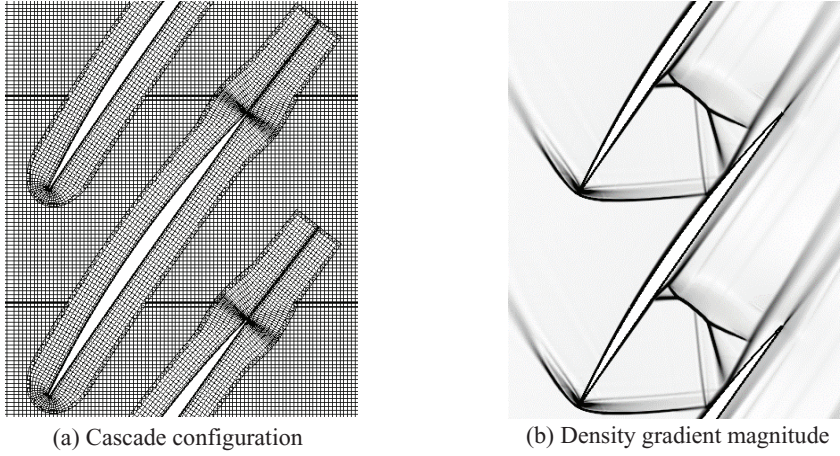


Fig.1. An example of numerical setup and result by overset mesh

$$\frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{e}_t}{\partial t} + \nabla \cdot (\tilde{\rho} \tilde{h}_t \tilde{\mathbf{v}}) = \nabla \cdot (\tilde{\tau} \tilde{\mathbf{v}} - \tilde{\mathbf{q}} - \mathbf{q}_{\text{SGS}}) + \nabla \cdot \left[\frac{\tilde{v}^2}{2} \alpha \nabla \tilde{\rho} + (\beta \nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}) \tilde{\mathbf{v}} \right] \quad (3)$$

$$\tilde{e}_t = \tilde{e} + \frac{\tilde{\mathbf{v}} \cdot \tilde{\mathbf{v}}}{2} + k_{\text{SGS}}, \quad \tilde{h}_t = \tilde{h} + \frac{\tilde{\mathbf{v}} \cdot \tilde{\mathbf{v}}}{2} + k_{\text{SGS}} \quad (4)$$

$$k_{\text{SGS}} = \frac{\tilde{v} \tilde{v} - \tilde{\mathbf{v}} \cdot \tilde{\mathbf{v}}}{2}, \quad \tau_{\text{SGS}} = -\tilde{\rho}(\tilde{\mathbf{v}} \otimes \tilde{\mathbf{v}} - \tilde{\mathbf{v}} \otimes \tilde{\mathbf{v}}), \quad \mathbf{q}_{\text{SGS}} = \tilde{\rho}(\tilde{h} \tilde{\mathbf{v}} - \tilde{h} \tilde{\mathbf{v}}) + \tilde{\rho} \frac{\tilde{v} \tilde{v} - \tilde{v} \tilde{v}}{2} \quad (5)$$

これらを一般曲線座標系上で Cell-center 型の有限差分法により離散化する。内挿、差分は非粘性項に Lele の三重対角型コンパクトスキーム[2]、粘性項に陽の中心内挿・差分スキームをそれぞれ用いて計算しており、形式的に4次精度を保ちつつ高波数領域の分散誤差を減らすように係数を調整している。時間進行は二次精度の三点後退差分であり、ADI法による陰解法を3回の内部反復と組み合わせて用いる。また、格子点一点おきの振動により生じる計算不安定を防ぐため、Visbal and Gaitonde の8次精度三重対角ローパスフィルタ[3]（フィルタ係数0.495）を毎時間ステップ終了後に適用する。添字 SGS の付く項はフィルタ操作により現れる項であり、Sub-Grid Scale (SGS) モデルによるモデル化が必要である。本コードでは、前述のローパスフィルタ操作がSGSモデルの役割を担うと期待し、SGSモデルは用いない(Implicit LES)。なお、作動流体は熱的に完全な理想ガスの空気とする。

さらに、強い衝撃波が生じる流れ場を数値粘性のない中心差分スキームで安定に解析するため、Localized Artificial Diffusivity と呼ばれる人工粘性を用いる。衝撃波捕獲項として Kawai and Lele の提案する体積粘性項[4]を、また接触面捕獲項として Terashima らにより提案された密度拡散項[5]をそれぞれ用いており、これらの拡散係数は、強い圧縮部や密度不連続の存在する部分にのみ作用するように設計されている。

境界での擾乱の反射を抑制し準定常状態への収束を早めるため、流入・流出境界条件として、Poinsot and Lele により提案された、特性境界条件に基づく無反射境界条件[6]を用いる。流入境界ではエントロピ、全温度、流れ角が、また流出境界では静圧が弱く固定されている。

以上の数値解析手法におけるスキームの詳細と基礎的な検証は、文献[7]を参照されたい。

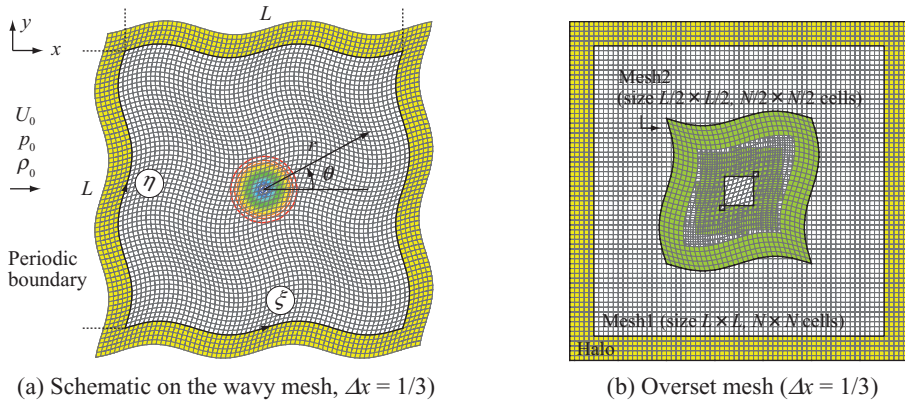


Fig. 2. Schematic of the vortex advection test case

本研究では、翼スタガ角の大きい翼列に対して、格子幅が均一で直交性の良い格子を簡便に生成するため、複数の構造格子をパッチワーク的に接続して流れ場を解析する、重合格子手法を用いる。Fig. 1 に、重合格子による翼列流れ解析の一例を示す。Fig. 1 (a) の解析領域は、翼周りの物体適合格子と背景格子から構成され、これらは流れ場の情報を互いに内挿しあうことで接続されている。Fig. 1 (b) は超音速流入となる翼列流れの解析結果であり、前縁で生じる弧状衝撃波、翼間に生じる衝撃波、剥離領域付近の λ 型衝撃波などがはっきりと解像されていることがわかる。

2. 2. 重合格子の誤差低減: Radial Basis Function による内挿

重合格子を用いた LES で重要となるのが、格子間の内挿によって生じる誤差の低減である。本研究では解像度の高いスキームを用いていることから、内挿の誤差が十分小さくないと内点スキームの性能を十分生かすことができない。格子間の内挿には通常簡便な Trilinear 内挿が用いられるが、予備的な解析により Trilinear 内挿では多大な数値誤差が発生することが判明した。したがって、誤差を低減するため Radial Basis Function (RBF) を用いた新たな内挿手法を考案し、導入した。

RBF を用いた関数 f の内挿は、二点間の距離のみの関数 $\phi(\xi, \xi_i)$ の重み w による線形結合として、一般に Eq. (6) のように書ける。本研究では基底関数には Eq. (7) で表される正規分布を用い、そのパラメタ ϵ は $\epsilon = 0.05$ とした。また、流体解析ではしばしば非常にアスペクト比の大きい格子が現れるため、物理空間中の距離ではなく、計算空間中の距離によって二点間の距離を評価する。 N は内挿に用いられる点の個数であるが、内挿を受ける点からの L_∞ 距離が 3 以内となる点を用いる。このとき、用いるデータ点の最大個数とステンシルは多次元の 6 次精度ラグランジュ補間と同一で、3 次元の場合には $6^3 = 216$ 点となる。

$$f(\xi) = \sum_{i=1}^N \phi(\xi, \xi_i) w_i = \phi(\xi)^T \mathbf{w} \quad (6)$$

$$\phi(\xi, \xi_i) = e^{-(\epsilon|\xi - \xi_i|)^2} \quad (7)$$

RBF によって再構築される関数 f と各データ点が一致する条件より、重み w に関する連立

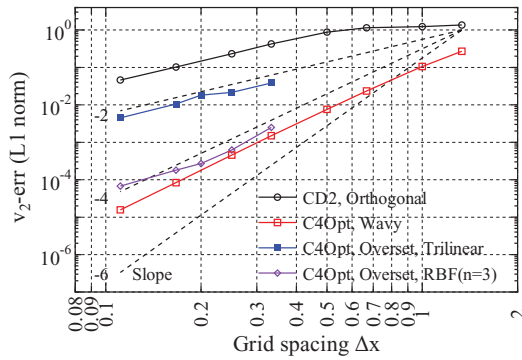


Fig. 3. Numerical error in the vortex advection test case

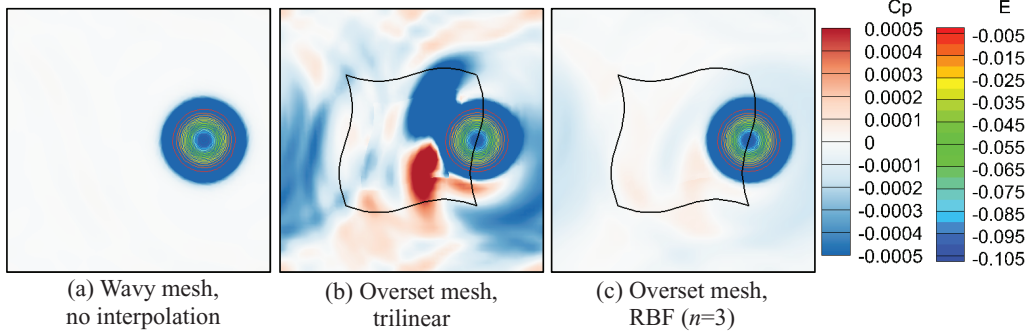


Fig. 4. Behavior of numerical error around the overset boundary (pressure coefficient and entropy, $\Delta x = 1/3$)

一次方程式が Eq. (8) のように求まる。行列を反転させ、最終的にデータ点の値と内挿係数で表した RBF 内挿は Eq. (9) のように書ける。ここに、 $\phi(\xi_0)^T \Phi^{-1}$ は重み係数ベクトル、 \mathbf{f} は全データ点の値からなるベクトルである。

$$\phi(\xi_i, \xi_j) w_j = f(\xi_i) \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

$$\Phi \mathbf{w} = \mathbf{f}$$

$$f(\xi_0) = \phi(\xi_0)^T \Phi^{-1} \mathbf{f} \quad (9)$$

重み係数は格子と内挿位置によってのみ決まるため、前処理として計算前にこれらを求め、外部データとして保存すればよい。また、RBF はデータ点を部分的に削除できるため、重合格子生成時に無効化されたセルが多少あっても内挿操作を行うことができる。

2. 3. 渦移流問題を用いた内挿手法の評価

RBF 内挿による誤差の低減効果を確認するため、渦の移流問題を用いた評価を行った。Fig. 2 に、渦移流問題の模式図と格子を示す。単一の渦が一樣流中に置かれ、3 方向を周期境界で接続された計算領域（一辺の長さ $L = 20$ ）を移流する。初期条件は Eq. (10) で与えられ、一樣流マッハ数 M_0 、スワール強さ ε_0 、渦のサイズ R_0 はそれぞれ 0.5, 0.5, $4/3$ である。

$$v_1 = V_0 - V_r \exp\left(\frac{r^2}{2R_0^2}\right) \frac{y}{r}, \quad v_2 = V_r \exp\left(\frac{r^2}{2R_0^2}\right) \frac{x}{r}, \quad (10)$$

Table 1. STCF5 specifications in this study

Pitch/Chord	s/c	0.95
Span/Chord	l/c	1.33
Stagger angle	γ	59.3deg
Incidence	i	10deg
Inlet Mach No.	M	0.5, 0.8, 0.9, 1.0
Reynolds No.	Re	300k

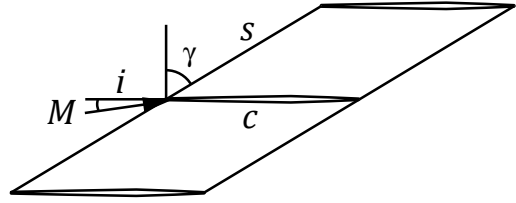


Fig. 5. Schematic of STCF5 cascade

$$p = p_0 - \frac{\rho_0 V_0^2}{2} \exp\left(\frac{r^2}{R_0^2}\right), \quad V_0 = M_0 \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}}, \quad V_r = \varepsilon_0 V_0$$

渦が解析領域を一周した際の初期条件からの変化を、格子幅に対してプロットすることで誤差の大きさを評価する。比較のため、Fig. 2 (a) のような波状の連続な格子と、Fig. 2 (b) に示す重合格子を用意した。また、スキーム間の比較のため 2 次精度中心差分スキームも用いる。

Fig. 3 に、y 方向速度の誤差の L1 ノルムを示す。波状格子上の 4 次精度最適化スキームの結果は、格子幅の-4 乗に比例して誤差が単調に減少している。一方重合格子を用いた場合には Trilinear 内挿を用いると誤差が急増するが、RBF 内挿を用いると連続な格子の場合とほとんど同様のオーダーの誤差に落ち着いている。

今回の 4 次精度最適化スキームと Trilinear 補間による重合格子の結果は、領域全体を 2 次精度スキームで解くより概ね 1 桁程度低い誤差が得られており、格子間の内挿誤差が悪くてもある程度は内点スキームを改良する意味があるといえるだろう。

Fig. 4 に、渦が重合格子部分を通過する際に生じる誤差を、瞬時の圧力場（圧力係数）により示す。Trilinear 補間では格子の境界から非常に大きな圧力波が生じてしまうが、RBF 補間ではそれが大きく抑制されている。

以上のことから、高解像度スキームを用いた重合格子の解析では、内点スキームの性能を十分活かすために、誤差の小さい内挿手法を選択することが非常に重要であるといえる。

3. ファン翼列モデル

本研究ではファン翼列の解析モデルとして、Fransson と Verdon によってまとめられたターボ機械空力弾性問題の公開テストケースのうちの 1 つである、5th Standard Configuration 翼列 [8]を用いた。翼列モデルの詳細を Table 1 に、概観を Fig. 5 に示す。この翼列は軸流ファンまたは圧縮機の翼端部分を模擬しており、非常に鋭い前縁・後縁をもつ薄翼で構成されている。風洞試験は ONERA (Office National d'Études et de Recherches Aéronautiques) で行われ、広範なインシデンス角 ($i = 2 \sim 12$ deg), 流入マッハ数 ($M = 0.5 \sim 1.0$) について翼面上圧力分布の計測が行われている。

公開されている試験条件は翼弦長に基づくレイノルズ数が $Re = 1.4 \times 10^6$ 以上と非常に大きく、本公募で得られる計算リソースでの解析は難しい。本研究の目的はマッハ数を変化させた際の前縁剥離流れ場の変化を調べることであるから、流入マッハ数 4 ケース (0.5, 0.8, 0.9,

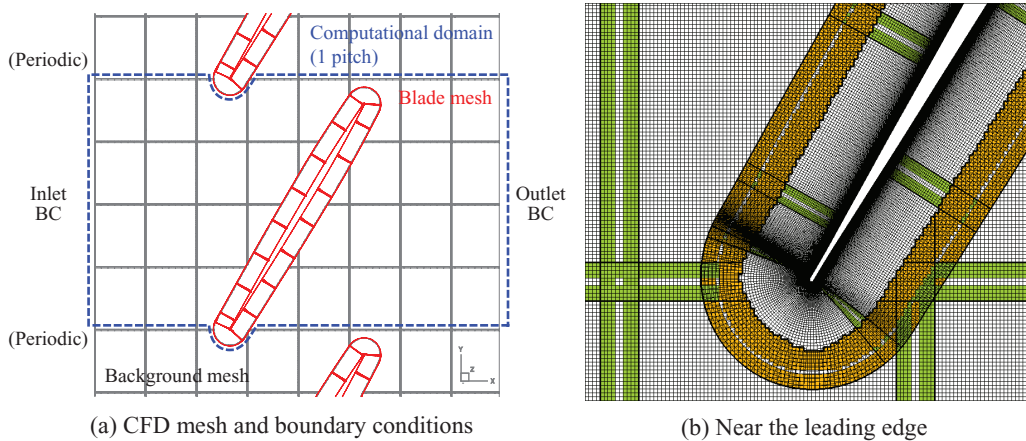


Fig. 6. Computational setup of STCF5 cascade

1.0) を実行できる計算規模となるよう、レイノルズ数を $Re = 3.0 \times 10^5$ まで低下させた。

Fig. 6 に、本研究における解析のセットアップを示す。Fig. 6 (a) は重合格子のレイアウトと境界条件である。格子は背景格子 (611×380×360) と翼格子 (1288×100×360) の2つの構造格子からなり、これらは並列計算のため250個のサブブロックに分割される。各ブロックの5点の袖領域を含め、格子点数は約1億7700万点である。境界条件として、翼面上では粘着壁条件を与える。流入部ではエン트로ピ、全温度、流れ角を、流出境界では静圧を弱く固定し、特性無反射境界条件を併用する。

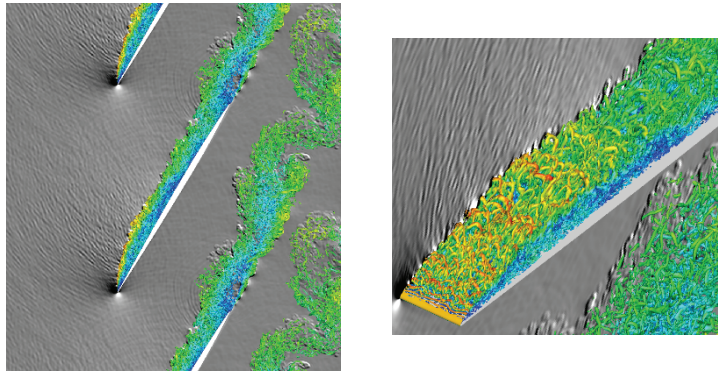
Fig. 6 (b) に、前縁付近の格子の拡大図と、これら格子がどのように接続されているかを示す。緑のセルは同一格子グループ内での通信(背景同士、翼同士)、オレンジのセルは異なる格子グループ間(背景・格子間)での通信が生じる。この通信はMPIによって行われ、事前に算出した重合格子の接続情報と、プロセスが担当するブロック番号のリストから通信テーブルが自動的に決定されるようになっている。

解析は東京大学と筑波大学で共同運用されているOakforest-PACSを用いた。並列化はMPIとOpenMPを併用し、1ケースあたり16ノード、1ノードあたり16プロセス、1プロセスあたり16スレッドの設定での解析を実施した。プログラムのチューニングには極力SIMD演算が用いられるようコンパイラのメッセージを確認したり、手動でOMP SIMDの命令文を書き加えたりしている。

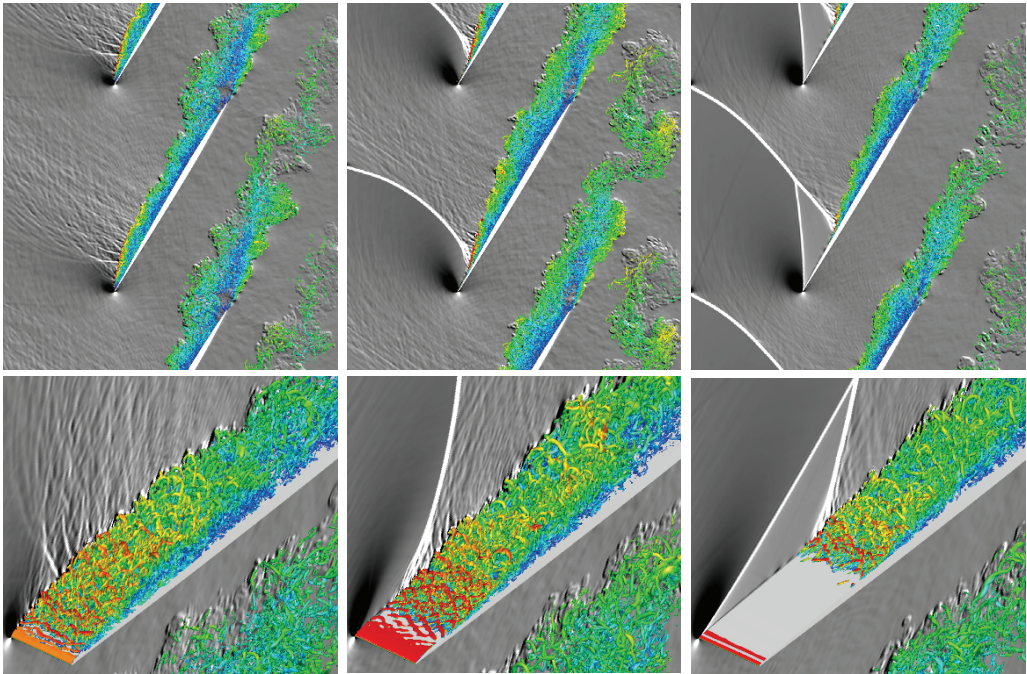
4. 結果

Fig. 7 に、得られた流れ場の概要を示す。(a)から(d)に向かい $M = 0.5$, $M = 0.8$, $M = 0.9$, $M = 1.0$ を狙い条件を設定したケースであるが、キャプションには解析中で落ち着いたマッハ数を示している。特に $M = 1.0$ に近づくとマッハ数の調整が難しく、狙ったマッハ数からずれてしまった。そのため、流入マッハ数の厳密な設定方法の確立は今後の課題である。

Fig. 7 では白黒のコンターで翼弦方向の密度勾配を、また虹色で乱流の渦構造と局所マッハ数を示している。最もマッハ数が低い $M = 0.50$ では、衝撃波のように不連続な密度勾配は流れ場中に確認できず、全域が亜音速となっており、前縁から大きな剥離が生じていることがわか



(a) Mach 0.50



(b) Mach 0.81

(c) Mach 0.93

(d) Mach 1.07

Fig. 7. Effect of Mach number on the flow field. Chordwise density gradient is shown by grayscale contour. The vortical structure is visualized by the positive isosurface of Q criterion colored with local Mach number.

る。 $M = 0.81$ のケースでも $M = 0.50$ と同様に前縁剥離が生じているが、剥離せん断層の上側に強く微細な密度勾配 (Shocklets) が形成されている。

さらにマッハ数を上げて $M = 0.93$ となると、前縁から 10% 翼弦長ほどは翼負圧面上が超音速となり、その下流に強い離脱衝撃波が形成されている。同時に、その足元から大きく剥離している様子が観察できる。この状態の衝撃波や剥離開始位置は非常に不安定であり、解析中に絶えず振動していた。最後に $M = 1.0$ を狙ったケースでは、 $M = 1.07$ と過大なマッハ数が得られてしまった。この条件では、前縁から 30% 翼弦長ほどが超音速領域に包まれ、 $M = 0.93$ のケースと同様に、衝撃波の足元で剥離する。しかし、剥離領域の大きさは $M = 0.93$ よりも小さ

く、衝撃波位置も非常に安定していた。

5. まとめ

本課題では、遷音速翼列流れの大規模 LES を実施することで、マッハ数をスイープした際の前縁剥離消失と、離脱衝撃波の形成過程を観察することができた。本解析に際しては、重合格子の接合部で生じる誤差を低減でき、かつ内挿に用いるデータ点の削除も容易な、RBF を用いた新しい内挿手法も開発できた。さらに、 $M=1$ に近い亜音速流入条件は非常に条件の設定が困難であり、何らかの工夫が必要なことも判明した。今後、コードを改良し、乱流モデルの評価に用いることができるような、より品質の高い解析結果が得られるように解析手法の改良を進めたい。

謝辞

本課題は東京大学情報基盤センター「若手・女性利用者推薦」平成 29 年度（後期）の課題として行われたものである。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- [1] Tateishi, A., Watanabe, T., Himeno, T., Aotsuka, M., and Murooka, T., “Verification and Application of Fluid-Structure Interaction and a Modal Identification Technique to Cascade Flutter Simulations”, *International Journal of Gas Turbine, Propulsion and Power Systems*, Vol. 8, No. 3, pp.20-28, 2016.
- [2] Lele, S. K., “Compact Finite Difference Schemes with Spectral-like Resolution”, *Journal of Computational Physics*, 103, pp. 16-42, 1992.
- [3] Visbal, M. R. and Gaitonde, D.V., “On the Use of High-order Finite-Difference Schemes on Curvilinear and Deforming Meshes”, *Journal of Computational Physics*, 181, pp. 155-185, 2002.
- [4] Kawai, S. and Lele, S. K., “Localized Artificial Diffusivity Scheme for Discontinuity Capturing on Curvilinear Meshes”, *Journal of Computational Physics*, 227, pp. 9498-9526, 2008.
- [5] Terashima, H., Kawai, S. and Koshi, M., “Consistent Numerical Diffusion Terms for Simulating Compressible Multi-component Flows”, *Computers & Fluids*, 88, pp. 484-495, 2013.
- [6] Poinso, T. J. and Lele, S. K., “Boundary Conditions for Direct Simulations of Compressible Viscous Flows”, *Journal of Computational Physics*, 101, pp.104-129, 1992.
- [7] Tateishi, A., Watanabe, T., and Himeno, T., “Development and Validation of a Compressible Large-Eddy Simulation Code with Overset Mesh Method”, *ASME Paper GT2017-64195*, 2017.
- [8] Fransson, T. H. and Verdon, J. M., “Updated Report on Standard Configurations for Unsteady Flow Through Vibrating Axial-Flow Turbomachine Cascades: Status as of July 1991”, Technical Report, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden and United Technologies Research Center, East Hartford, Connecticut, USA, URL: [http://www.energy.kth.se/proj/projects/Markus Joecker/STCF/](http://www.energy.kth.se/proj/projects/Markus_Joecker/STCF/), 1992.